



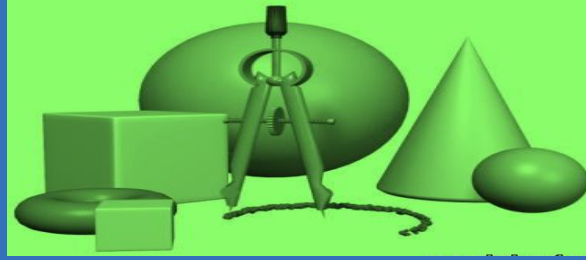
Сечения многогранников





Построение сечений

- Построение сечений многогранников можно осуществлять на основании аксиом стереометрии и теорем о параллельности прямых и плоскостей.
- Вместе с тем, существуют определенные методы построения плоских сечений многогранников. Наиболее эффективными являются следующие три метода:
 - метод следов
 - метод внутреннего проектирования
 - комбинированный метод



Построение сечений

- Построение на основании аксиом стереометрии и теорем о параллельности прямых и плоскостей

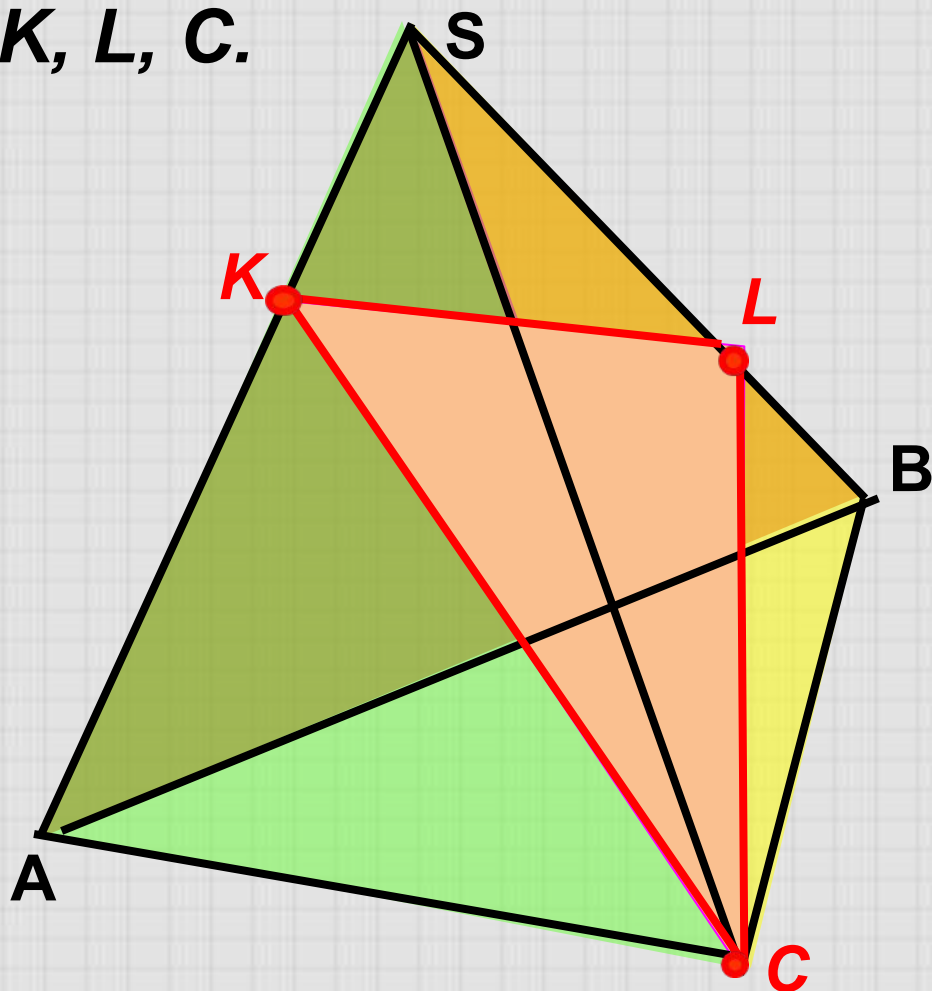
-Задача №1

-Задача №2

-Задача №3



№1. Построить сечение, определенное точками K, L, C .

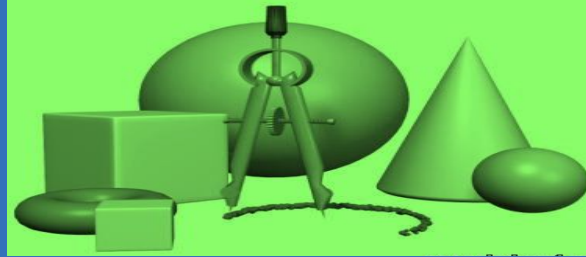


Решение :

1. Прямая $КС$
2. Прямая $СL$
3. Прямая KL

$\triangle KCL$ – сечение



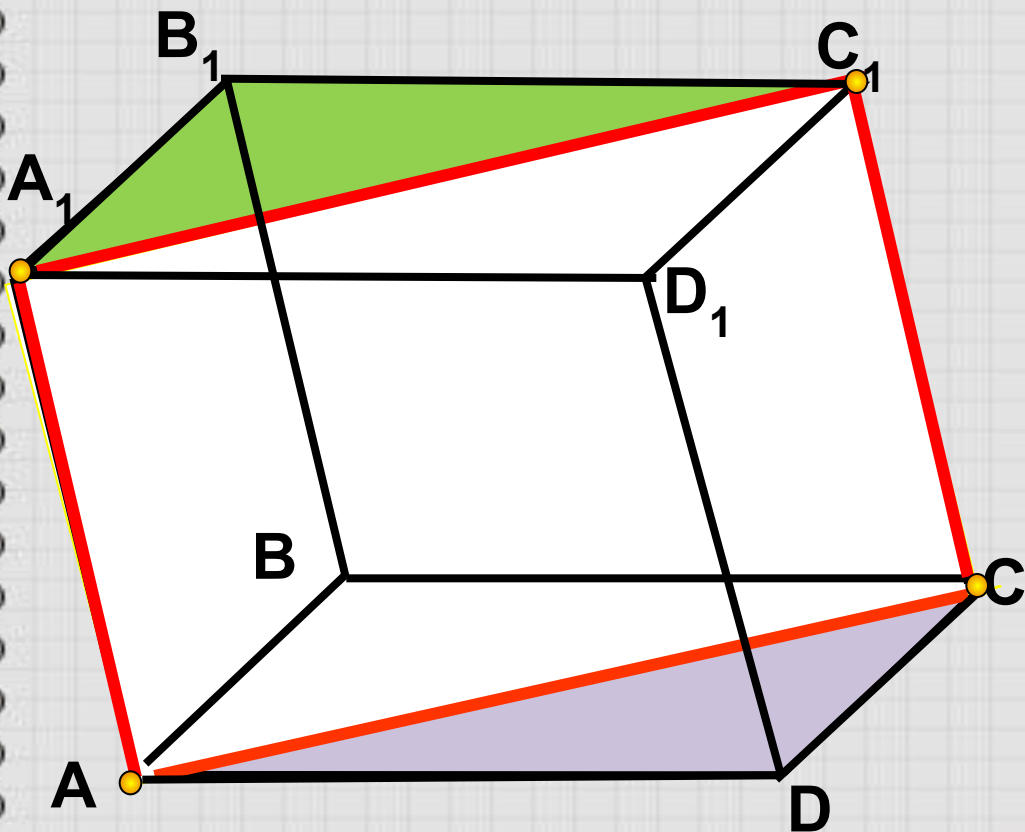


№2. Построить сечение, определяемое параллельными прямыми AA_1 и CC_1 .

Решение :

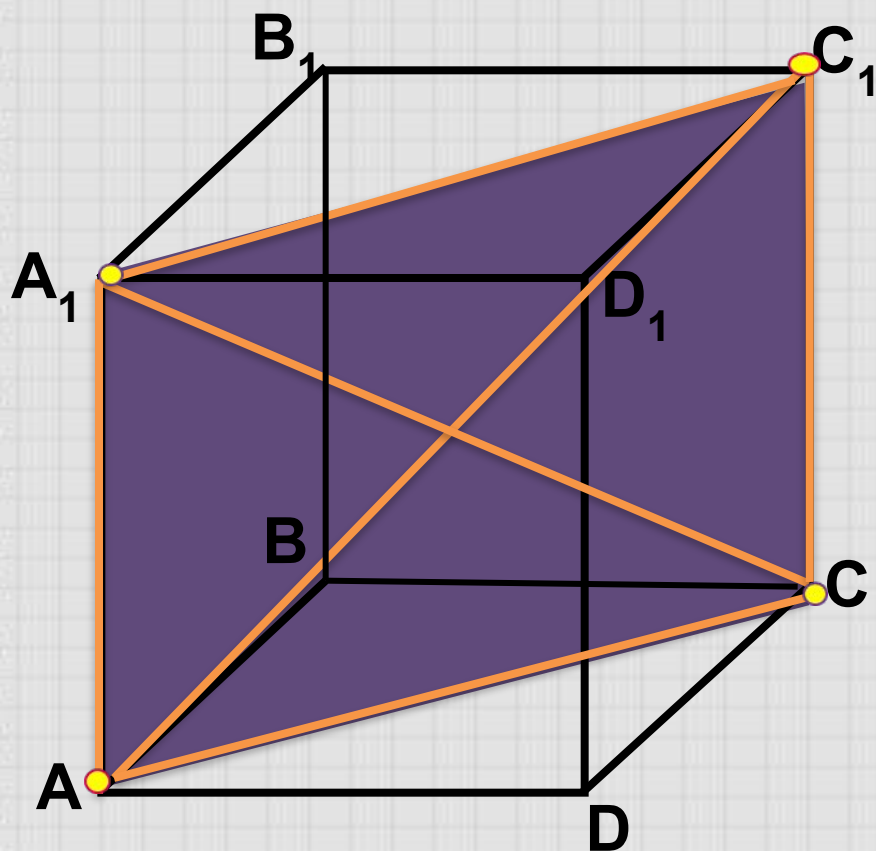
1. Прямая A_1C_1
2. Прямая AC

AA_1C_1C - сечение





№3. Построить сечение, определяемое пересекающимися прямыми AC_1 и A_1C .



Решение :

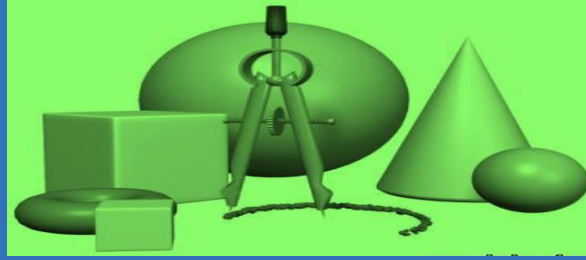
1. Прямые A_1C и AC_1
2. Прямые AC и A_1C_1
3. Прямые AA_1 и CC_1

AA_1C_1C – искомое сечение



Метод следов

- Прямая, по которой секущая плоскость α пересекает плоскость основания многогранника, называется следом плоскости α в плоскости этого основания.
- Из определения следует, что в каждой его точке пересекаются прямые, одна из которых лежит в секущей плоскости, другая – в плоскости основания. Именно это свойство следов используется при построении плоских сечений многогранников методом следов. Причем в секущей плоскости удобно использовать такие прямые, которые



Построение сечений

- Метод следов
 - Задача №4
 - Задача №5

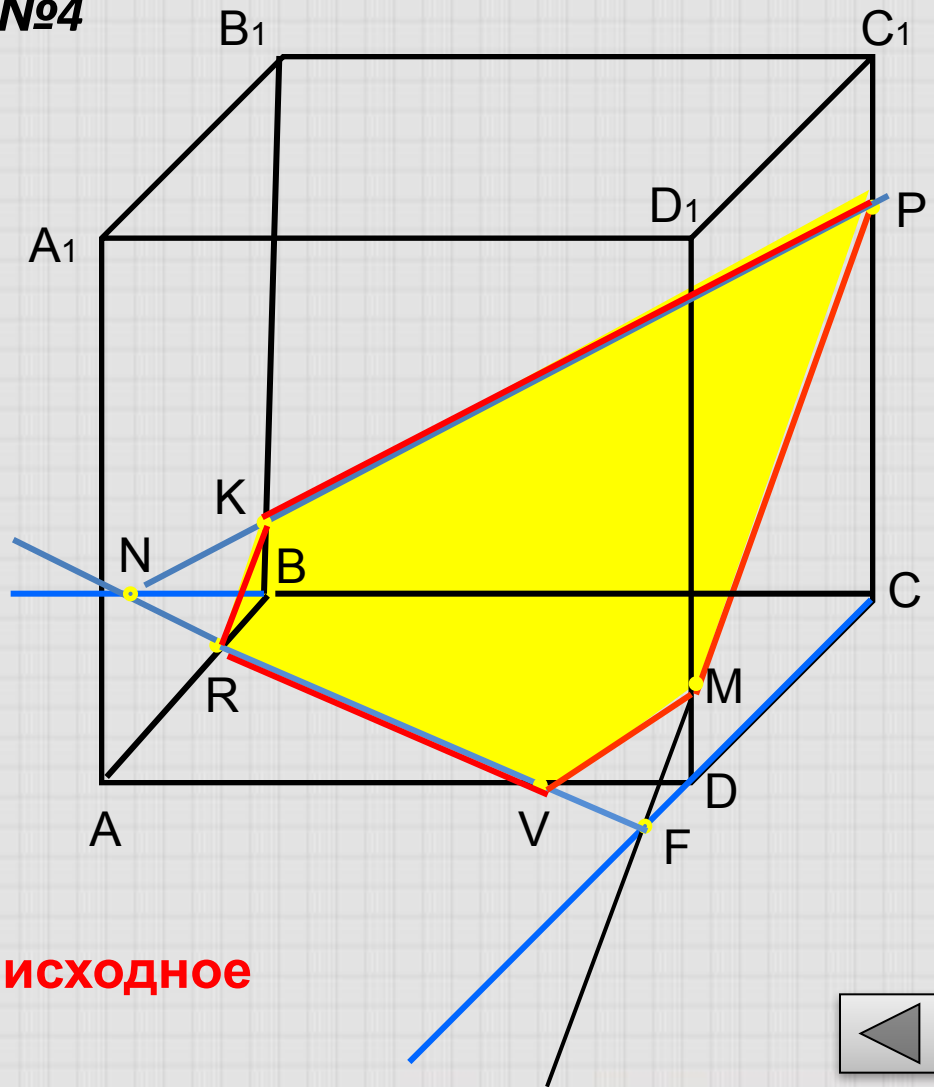


Построить сечение куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α , проходящей через точки P , R и M .
Где $M \in DD_1$, $P \in CC_1$, а $R \in BA$.

Решение :

- 1) PM
- 2) $CD \cap PR = F$
- 3) FR
- 4) $FR \cap AD = V$
- 5) $CB \cap FR = N$
- 6) NP
- 7) $NP \cap BB_1 = K$
- 8) KR
- 9) VM
- 10) KP
- 11) RV

ЗАДАЧА №4



PMV RK - исходное сечение



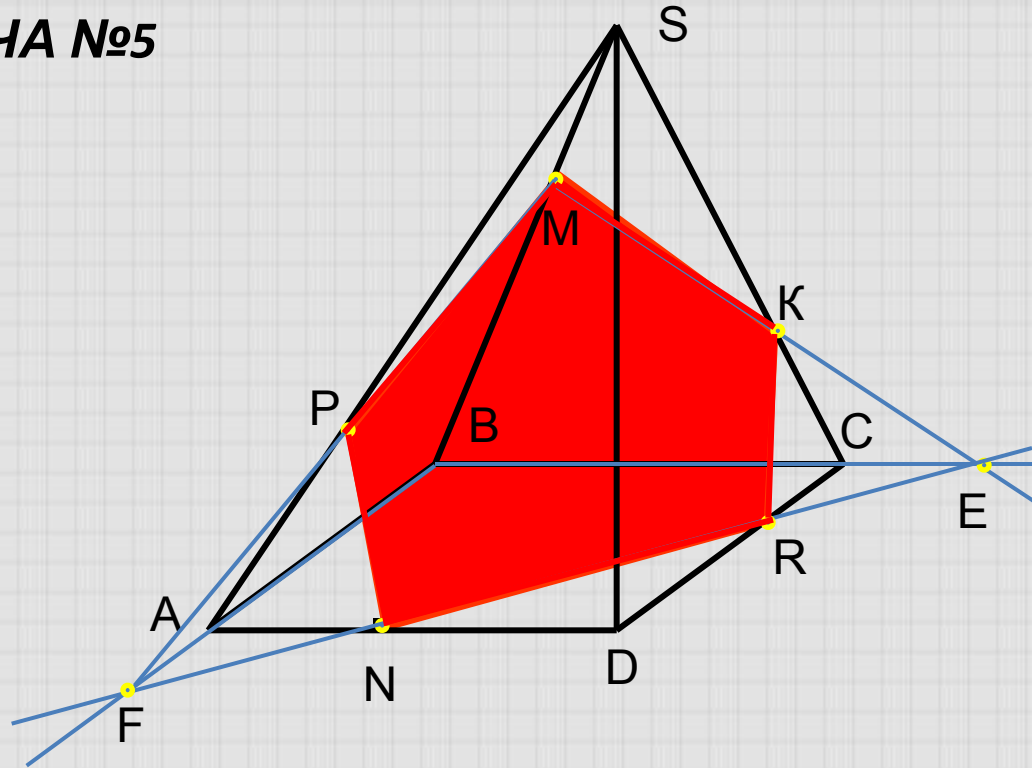


Постройте сечение
четырехугольной
пирамиды плоскостью
MNC. (M,N,K –
произвольные точки на
ребрах SB, AD и SC)

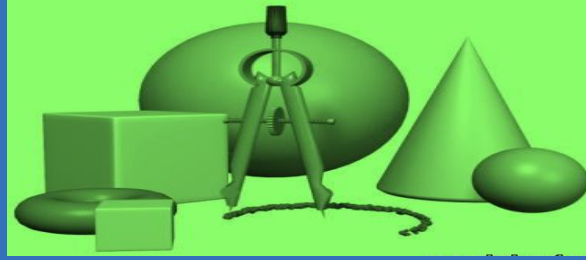
Решение :

- 1) $BC \cap MK = E$
- 2) $EN \cap CD = R$
- 3) $BA \cap EN = F$
- 4) $FM \cap SA = P$
- 5) MK
- 6) KR
- 7) NR
- 8) NP
- 9) PM

ЗАДАЧА №5

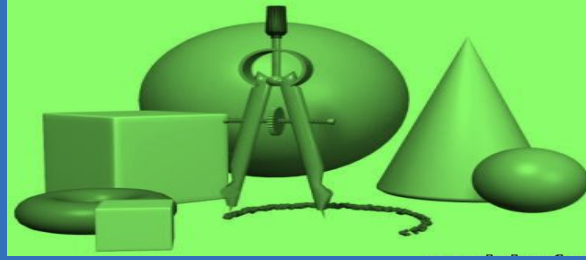


**MKNRNP - искомое
сечение**



Комбинированный метод

- Сущность этого метода состоит в том, что на некоторых этапах построения сечения применяется или метод следов, или метод внутреннего проектирования, а на других этапах построения этого сечения осуществляется с использованием теорем о параллельности в



Построение сечений

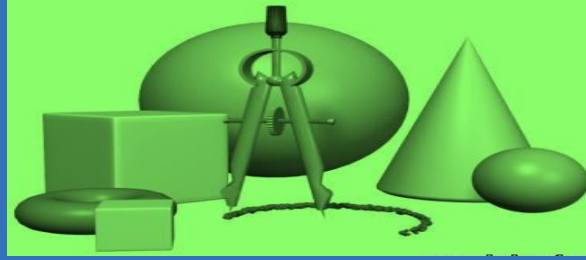
Метод
внутреннего проектирования

-Задача №6

-Задача №7

Комбинированный метод

-Задача №8

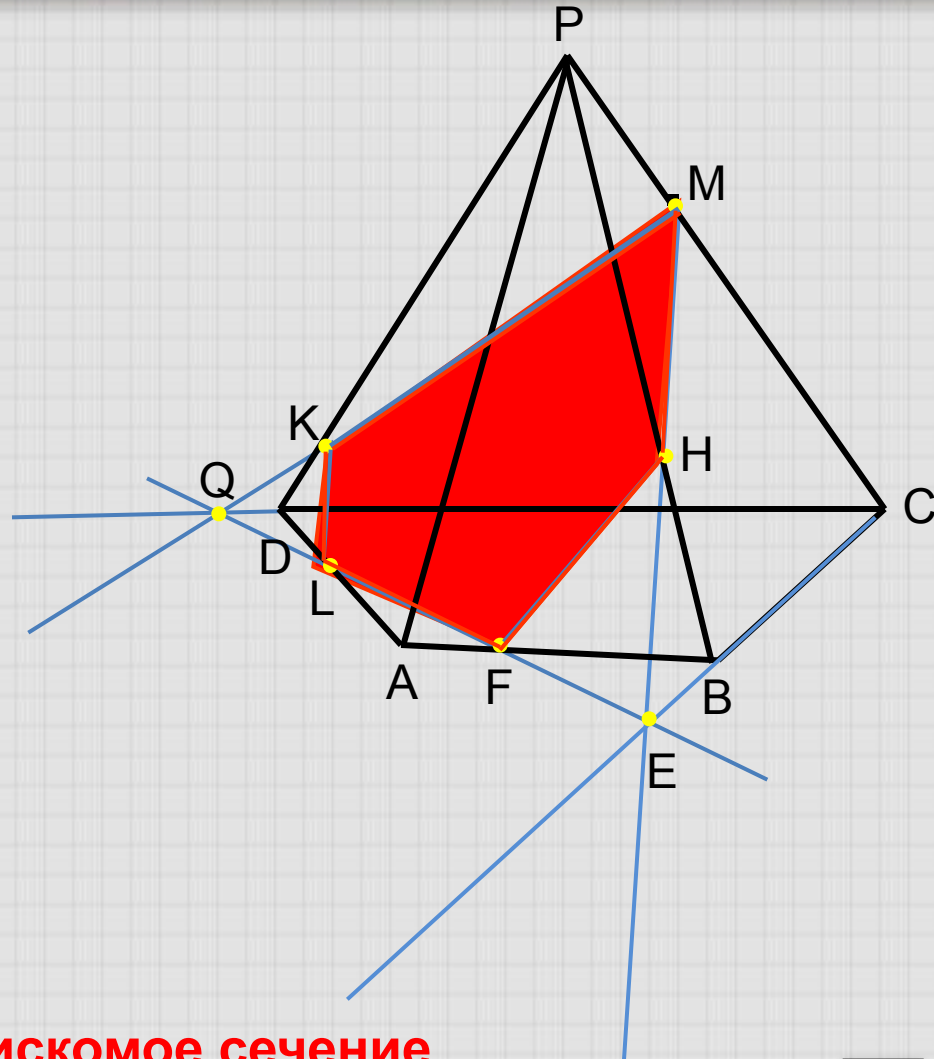


Постройте сечение пирамиды плоскостью $\alpha=(MНК)$, где $M \in PC$, $H \in PB$, $K \in PD$.

Решение :

- 1) $CB \cap MH = E$
- 2) $CD \cap KM = Q$
- 3) QE
- 4) $QE \cap AD = L$
- 5) $QE \cap AB = F$
- 6) FH
- 7) KL

**ЗАДАЧА
№ 6**



MHLK - искомое сечение

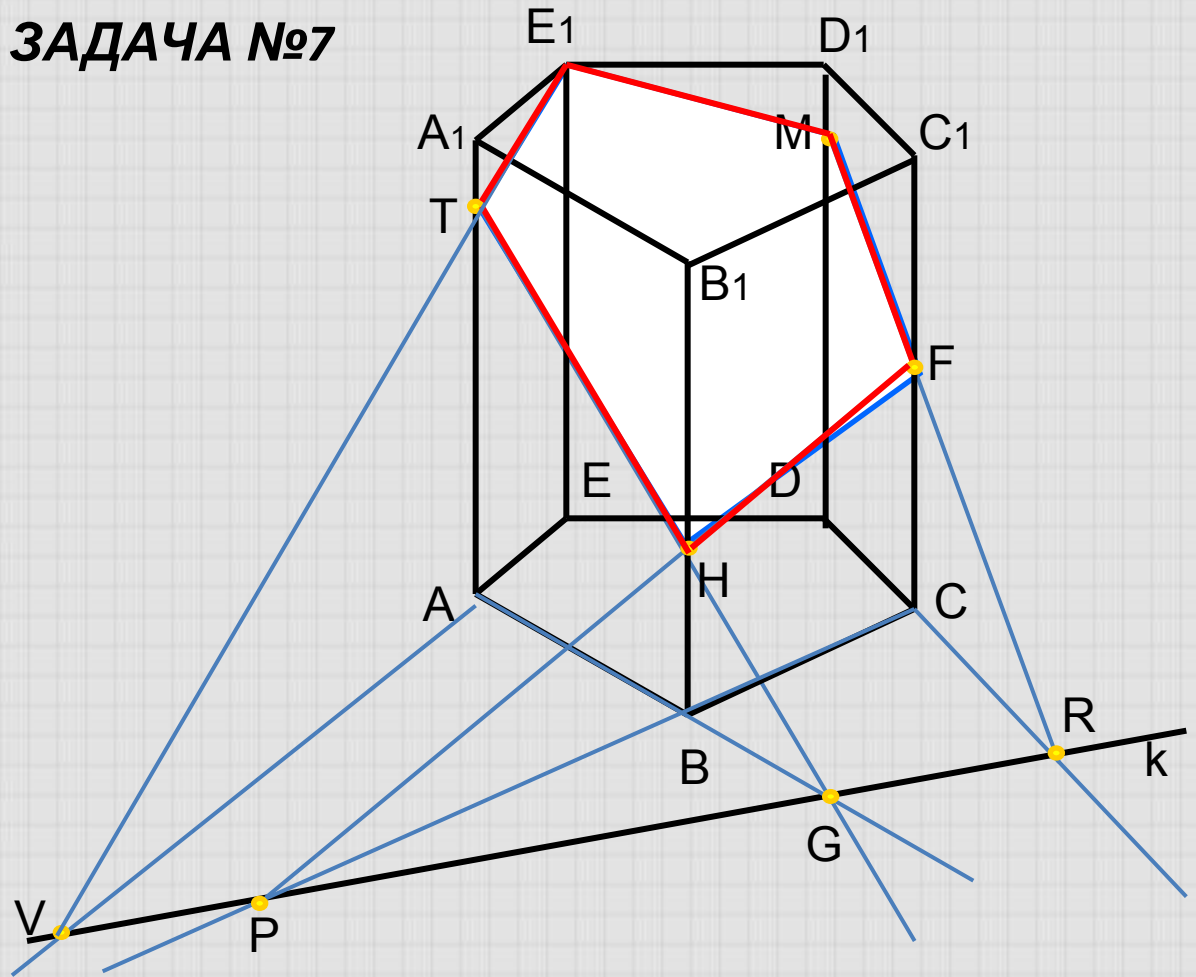




Построить сечение призмы $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ плоскостью α , которая задана следом k в плоскости ABC основания призмы и точкой M , принадлежащей ребру DD_1 . **Решение:**

- 1) $DC \cap k = R$
- 2) $MR \cap CC_1 = F$
- 3) $CB \cap k = P$
- 4) $FP \cap BB_1 = H$
- 5) $FD \cap k = G$
- 6) $GH \cap AA_1 = T$
- 7) $EA \cap k = V$
- 8) $VT \cap EE_1 = E_1$
- 9) E_1D_1

ЗАДАЧА №7

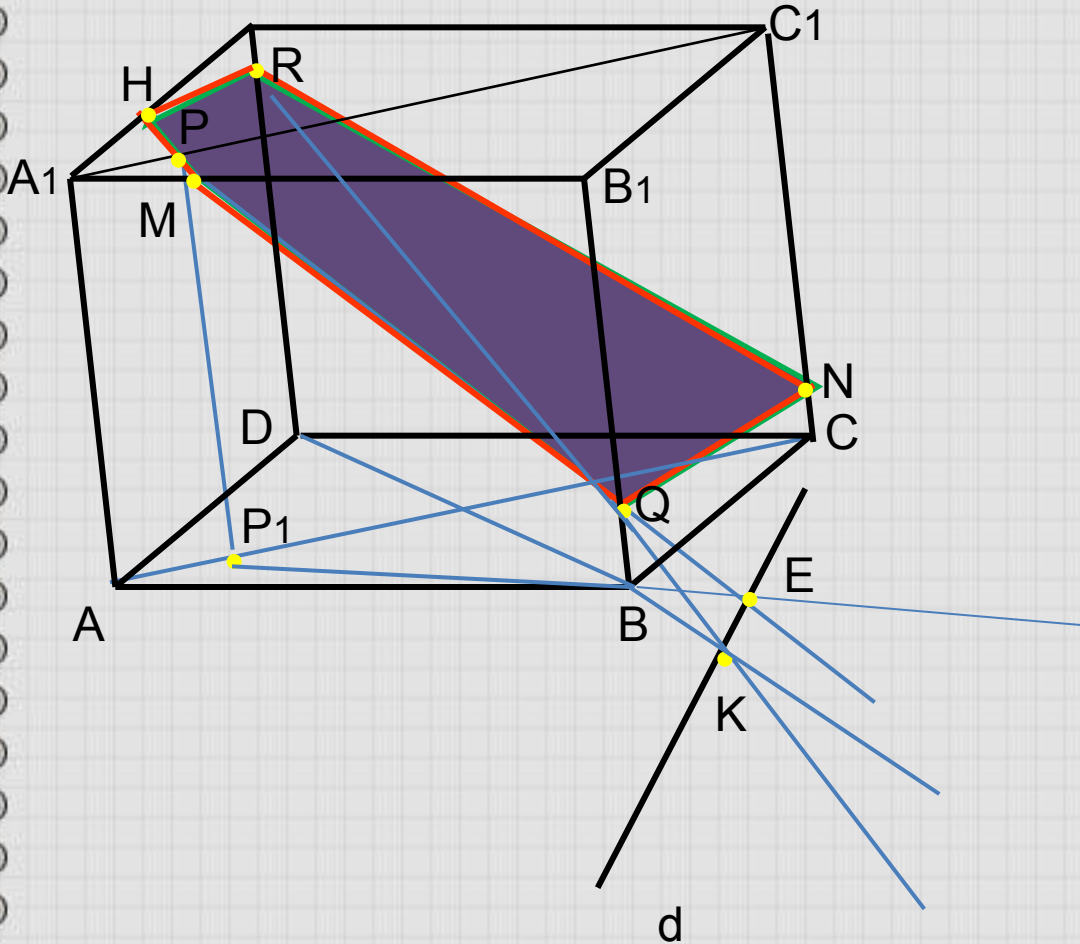


MFHTE₁ - искомое сечение





ЗАДАЧА №8

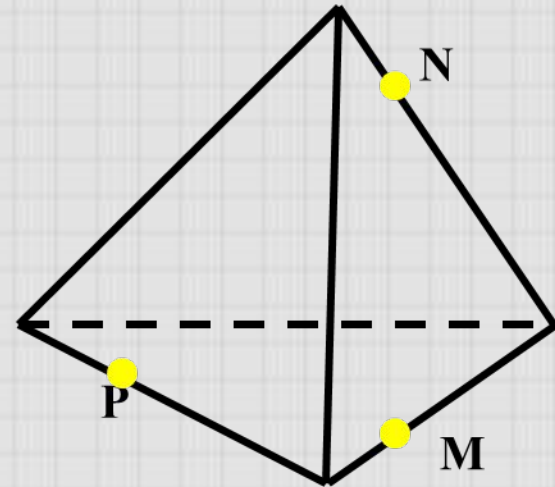
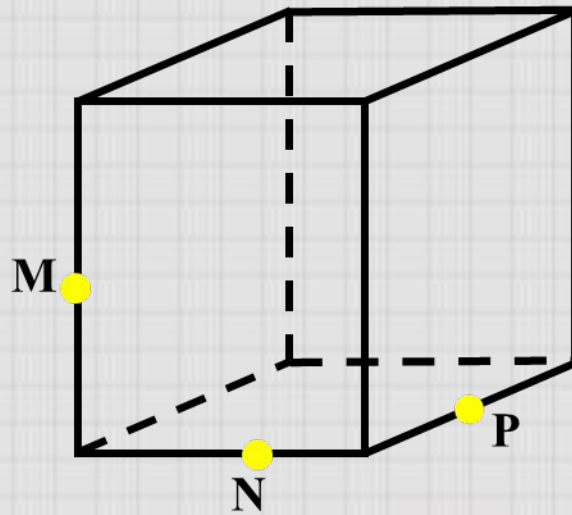
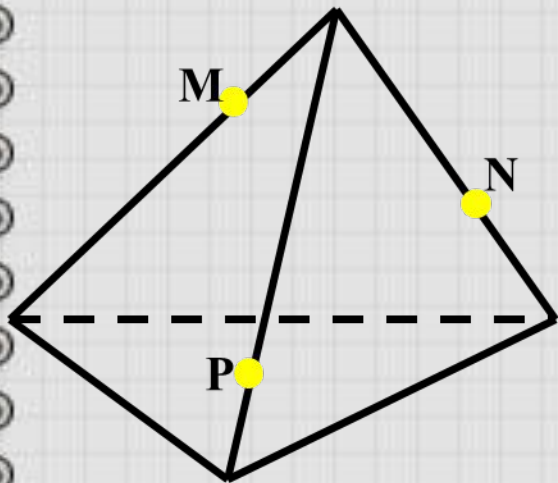
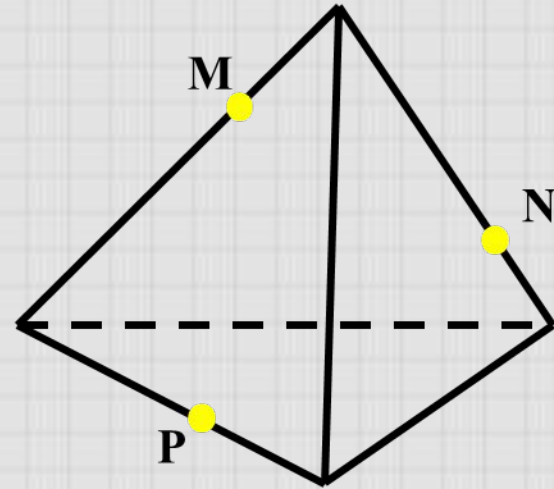
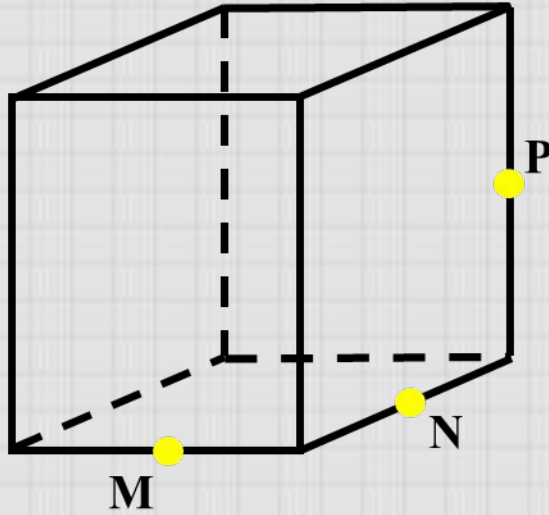
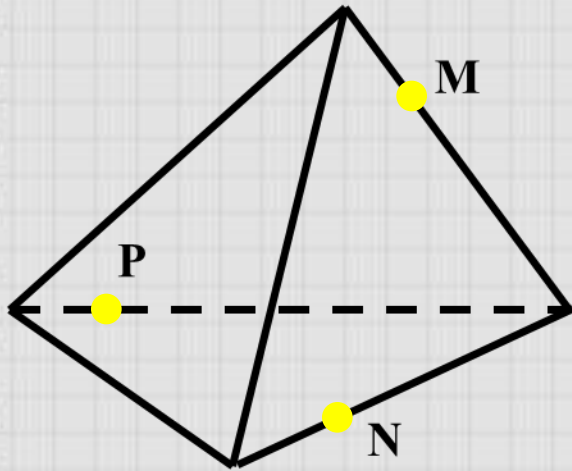


HRNQM - искомое сечение

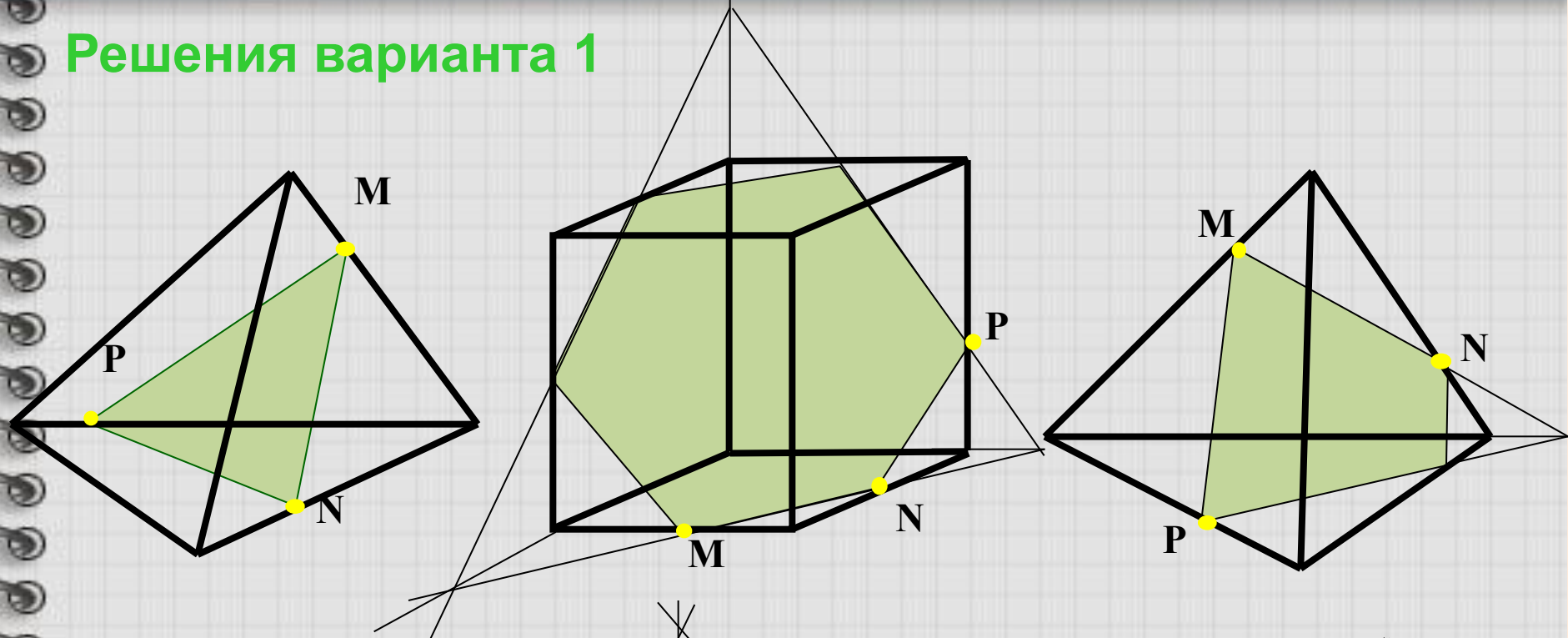
Постройте сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α , заданной точками P, Q, R , если точка P лежит на диагонали $A_1 C_1$, точка Q - на ребре BB_1 и точка R - на ребре DD_1 .

Решение :

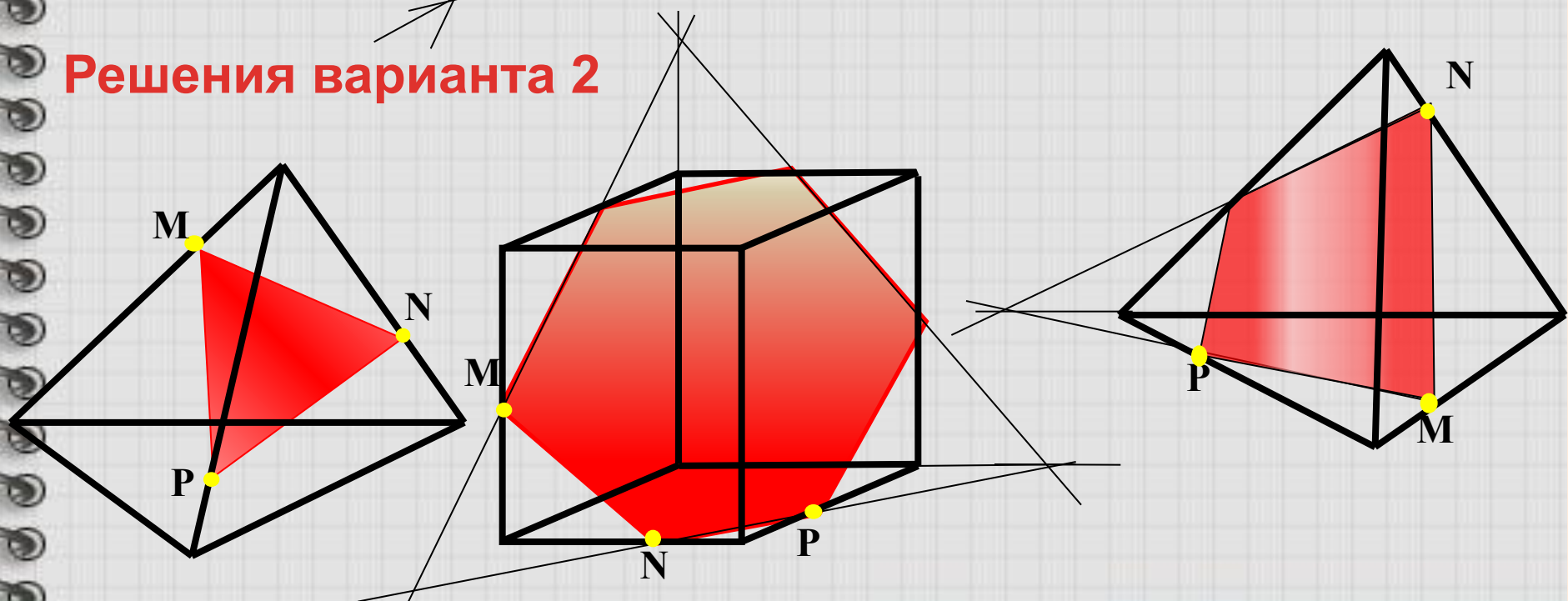
- 1) AC и BD
- 2) $PP_1 \perp AC$
- 3) $P_1 B \cap PQ = E$
- 4) $DB \cap RQ = K$
- 5) $KE = d$ - след
- 6) $\alpha \cap A_1 B_1 C_1 = HR$
- 7) $\alpha \cap ABB_1 A_1 = QM$
- 8) HM
- 9) $MQ \parallel RN$
- 10) QN



Решения варианта 1



Решения варианта 2





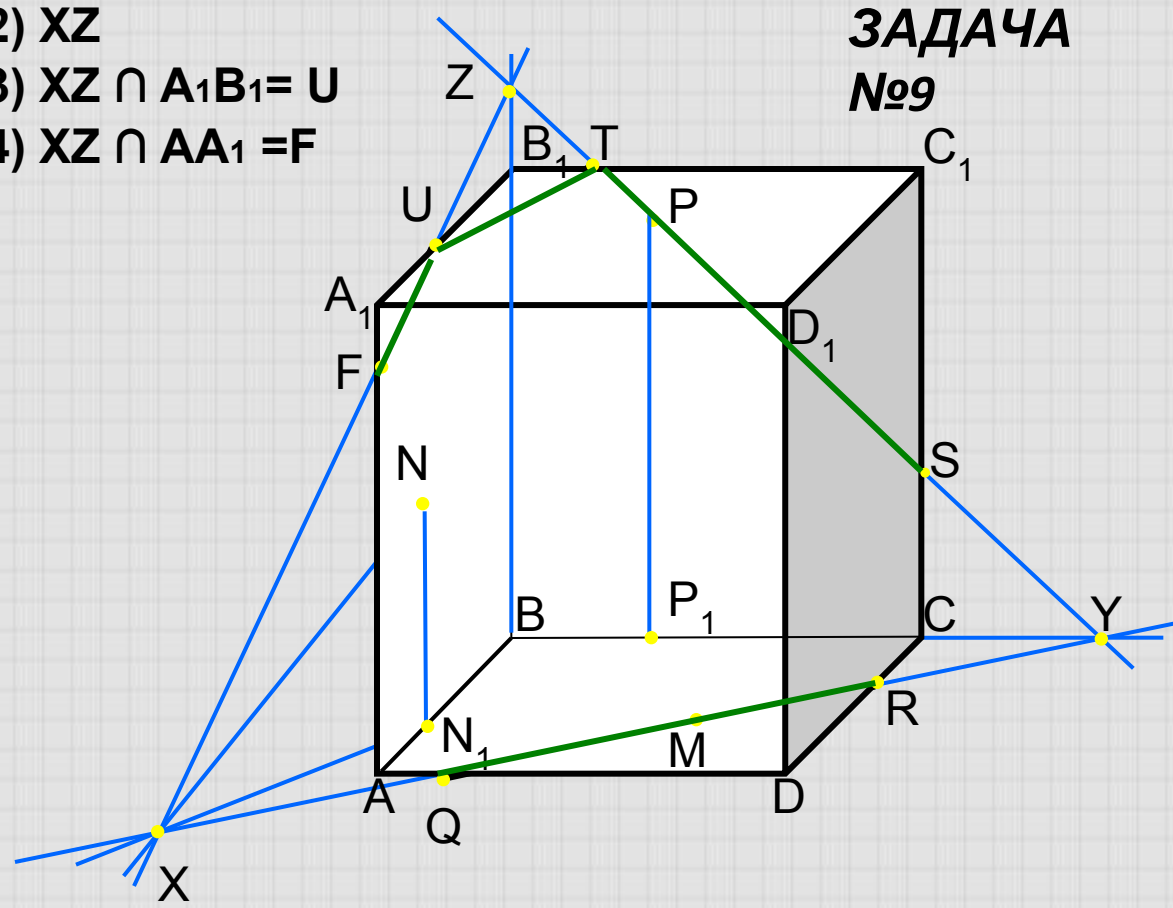
Постройте сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проходящее через точки M лежащей на грани $ABCD$, N – на грани $AA_1 B_1 B$, P – на грани $BB_1 C_1 C$.

Решение :

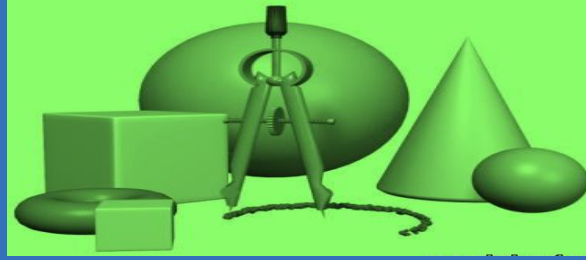
- 1) PP_1 и NN_1
- 2) PN и $P_1 N_1$
- 3) $PN \cap P_1 N_1 = X$
- 4) XM
- 5) $AD \cap XM = Q$
- 6) $XM \cap CD = R$
- 7) $BC \cap XM = Y$
- 8) PY
- 9) $PY \cap B_1 C_1 = T$
- 10) $PY \cap CC_1 = S$
- 11) $BB_1 \cap PY = Z$

- 12) XZ
- 13) $XZ \cap A_1 B_1 = U$
- 14) $XZ \cap AA_1 = F$

ЗАДАЧА №9



FUTSRQ – искомое сечение

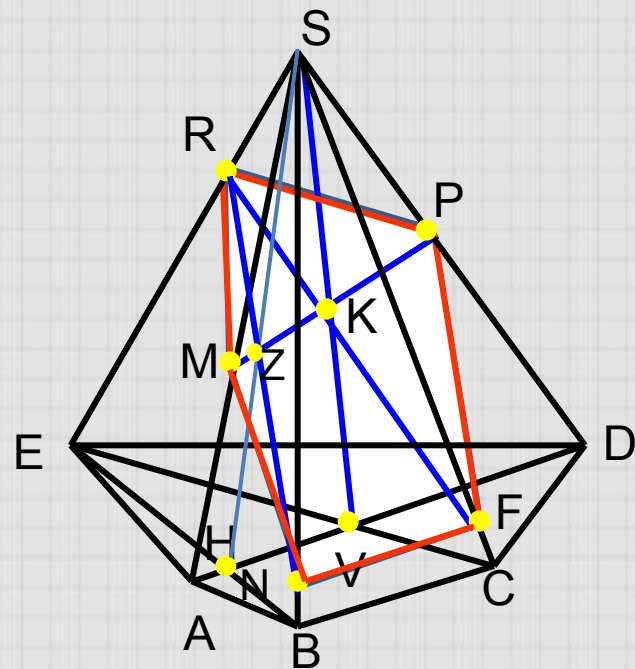


ЗАДАЧА №10

Постройте сечение пирамиды $SABCDE$ плоскостью $\alpha = (MFR)$, если точки M, F и R являются внутренними точками ребер соответственно SA, SC и SE .

Решение :

- 1) RM
- 2) RF
- 3) $AD \cap EC = V$
- 4) SV
- 5) $RF \cap SV = K$
- 6) $DS \cap MK = P$
- 7) RP
- 8) PF
- 9) EB
- 10) $EB \cap AD = H$
- 11) SH
- 12) $SH \cap MP = Z$
- 13) RZ
- 14) $RZ \cap SB = N$
- 15) MN и FN



MRPFN – искомое сечение