



# Сечения многогранников







# Построение сечений

- Построение сечений многогранников можно осуществлять на основании аксиом стереометрии и теорем о параллельности прямых и плоскостей.
- Вместе с тем, существуют определенные методы построения плоских сечений многогранников. Наиболее эффективными являются следующие три метода:
  - метод следов
  - метод внутреннего проектирования
  - комбинированный метод



# Построение сечений

- Построение на основании аксиом стереометрии и теорем о параллельности прямых и плоскостей

-Задача №1

-Задача №2

-Задача №3

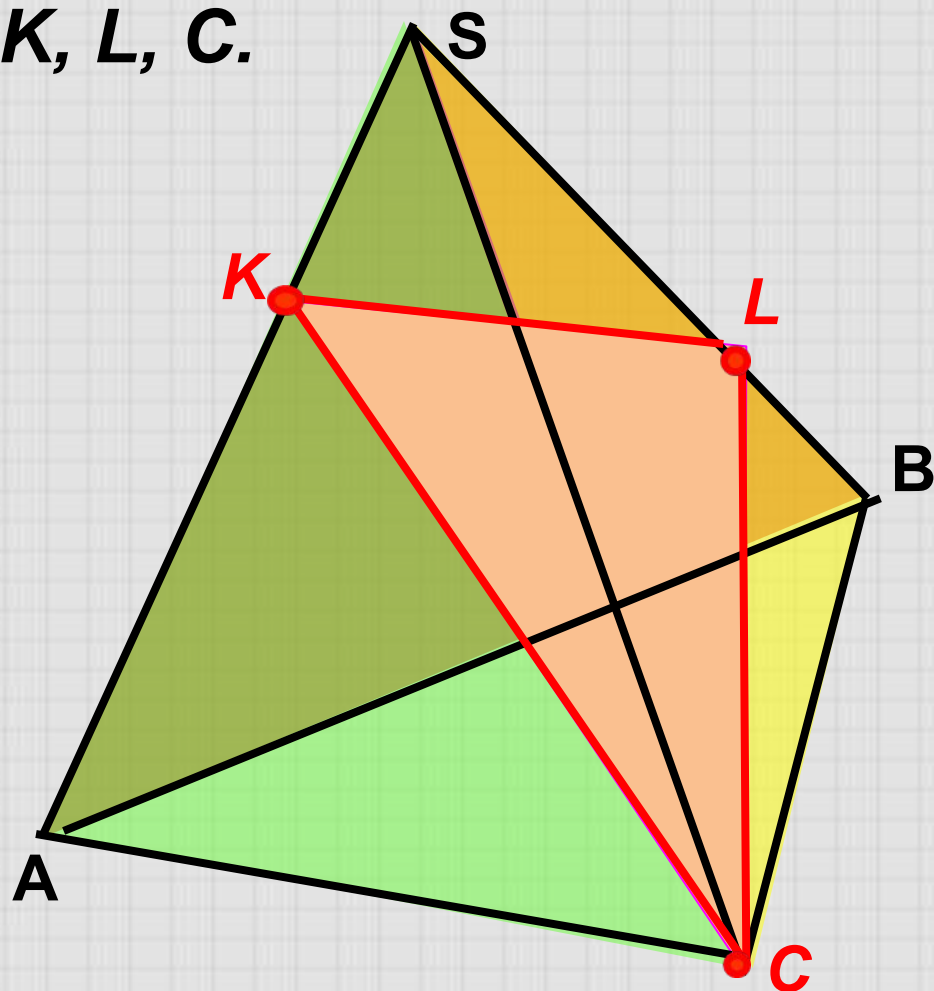


№1. Построить сечение, определенное точками  $K, L, C$ .

*Решение :*

1. Прямая  $KC$
2. Прямая  $CL$
3. Прямая  $KL$

**$\triangle KCL$  – сечение**



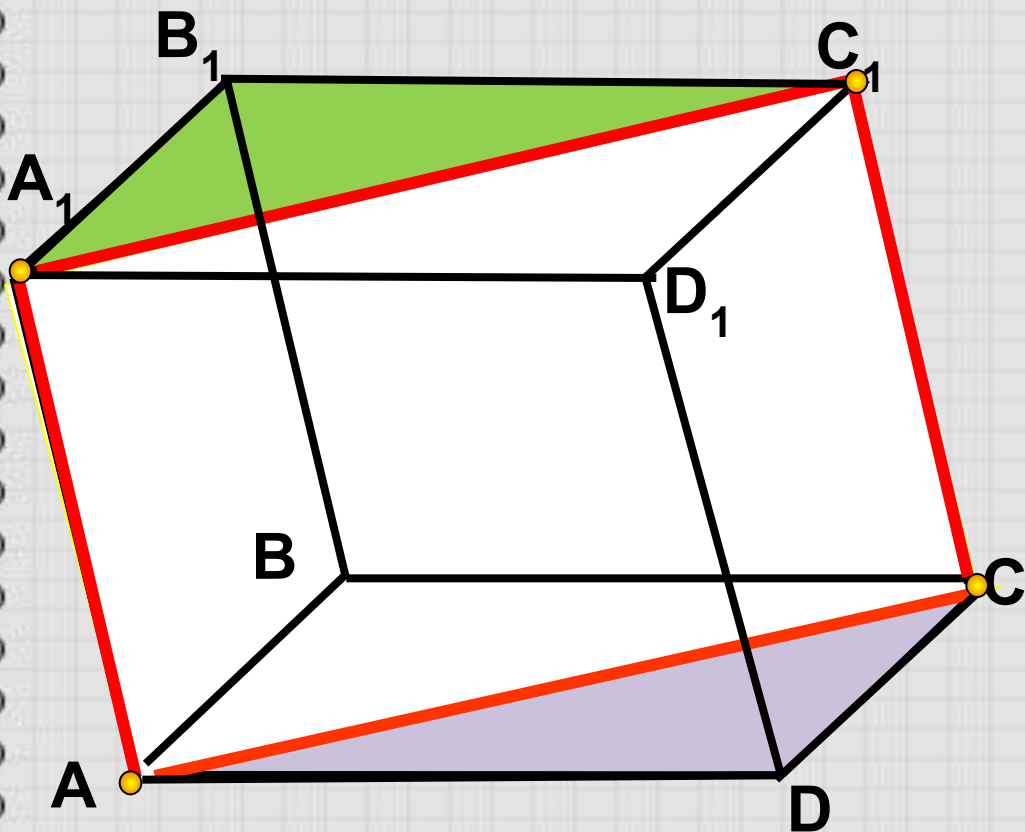


№2. Построить сечение, определяемое параллельными прямыми  $AA_1$  и  $CC_1$ .

*Решение :*

1. Прямая  $A_1C_1$
2. Прямая  $AC$

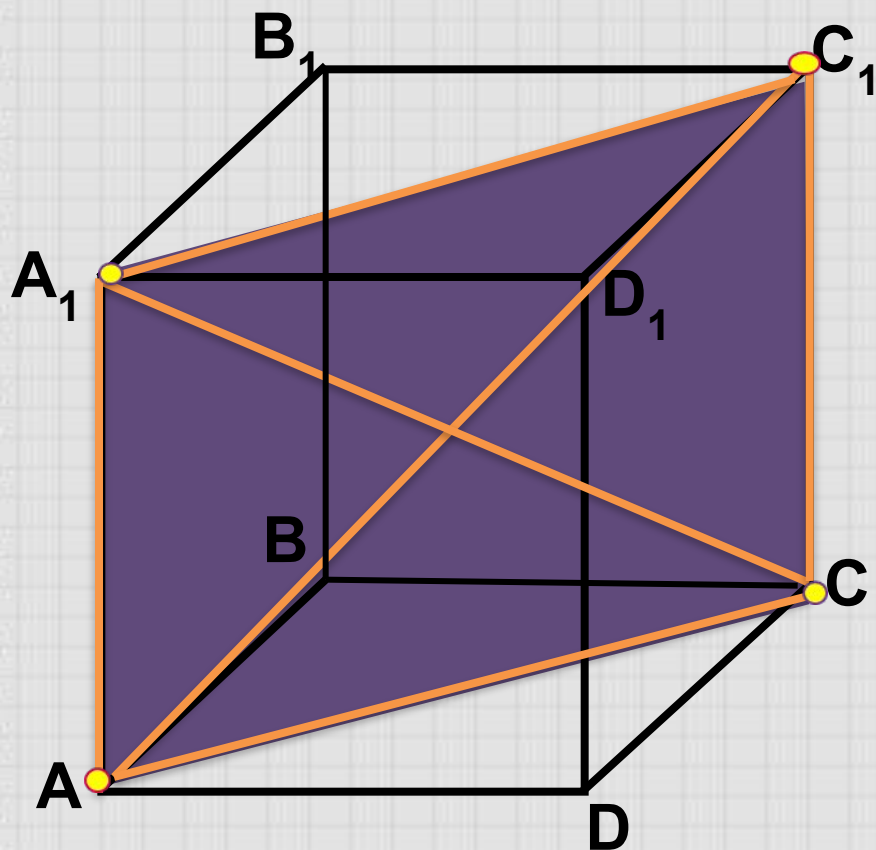
**$AA_1C_1C$  - сечение**







№3. Построить сечение, определяемое пересекающимися прямыми  $AC_1$  и  $A_1C$ .



**Решение :**

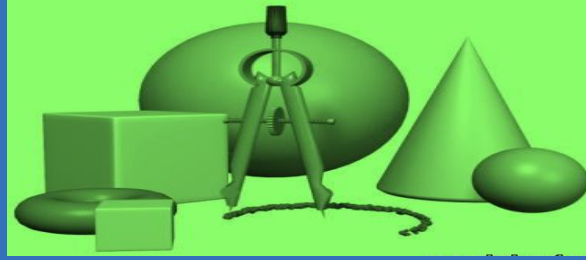
1. Прямые  $A_1C$  и  $AC_1$
2. Прямые  $AC$  и  $A_1C_1$
3. Прямые  $AA_1$  и  $CC_1$

**$AA_1C_1C$  – искомое сечение**



## Метод следов

- Прямая, по которой секущая плоскость  $\alpha$  пересекает плоскость основания многогранника, называется следом плоскости  $\alpha$  в плоскости этого основания.
- Из определения следует, что в каждой его точке пересекаются прямые, одна из которых лежит в секущей плоскости, другая – в плоскости основания. Именно это свойство следов используется при построении плоских сечений многогранников методом следов. Причем в секущей плоскости удобно использовать такие прямые, которые



# Построение сечений

- Метод следов
  - Задача №4
  - Задача №5



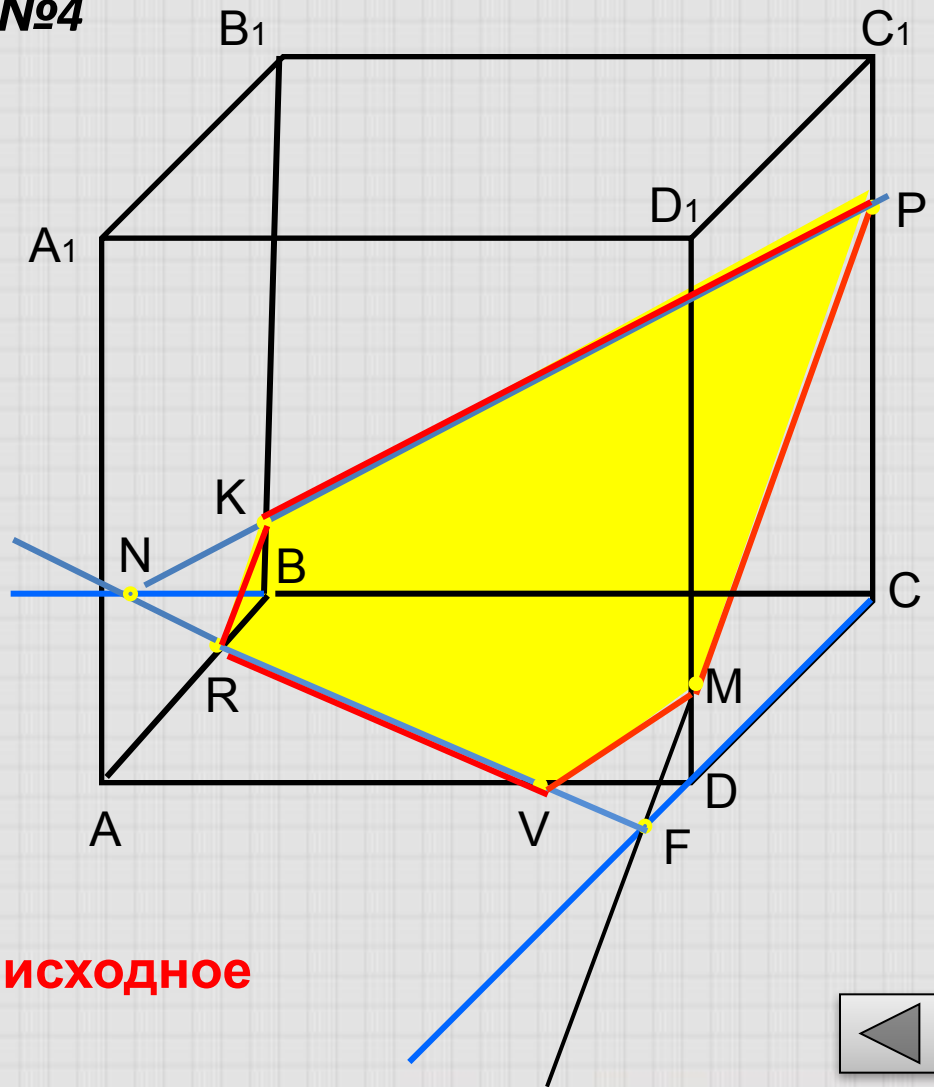


Построить сечение куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $\alpha$ , проходящей через точки  $P$ ,  $R$  и  $M$ .  
Где  $M \in DD_1$ ,  $P \in CC_1$ , а  $R \in BA$ .

**Решение :**

- 1)  $PM$
- 2)  $CD \cap PR = F$
- 3)  $FR$
- 4)  $FR \cap AD = V$
- 5)  $CB \cap FR = N$
- 6)  $NP$
- 7)  $NP \cap BB_1 = K$
- 8)  $KR$
- 9)  $VM$
- 10)  $KP$
- 11)  $RV$

**ЗАДАЧА №4**



**PMV RK - исходное сечение**



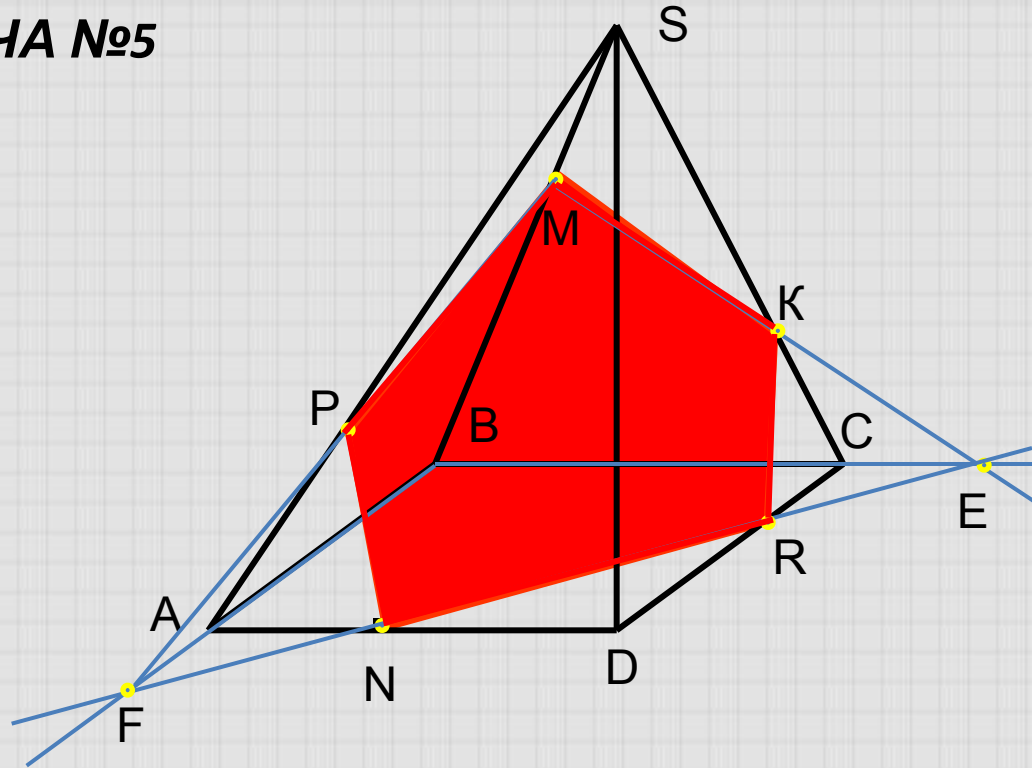


Постройте сечение  
четырехугольной  
пирамиды плоскостью  
MNC. ( M,N,K –  
произвольные точки на  
ребрах SB, AD и SC)

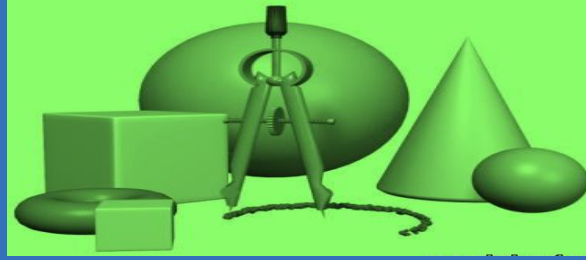
**Решение :**

- 1)  $BC \cap MK = E$
- 2)  $EN \cap CD = R$
- 3)  $BA \cap EN = F$
- 4)  $FM \cap SA = P$
- 5) MK
- 6) KR
- 7) NR
- 8) NP
- 9) PM

### ЗАДАЧА №5



**MKNRNP - искомое  
сечение**



# Комбинированный метод

- Сущность этого метода состоит в том, что на некоторых этапах построения сечения применяется или метод следов, или метод внутреннего проектирования, а на других этапах построения этого сечения осуществляется с использованием теорем о параллельности в





# Построение сечений

Метод  
внутреннего проектирования

-Задача №6

-Задача №7

Комбинированный метод

-Задача №8

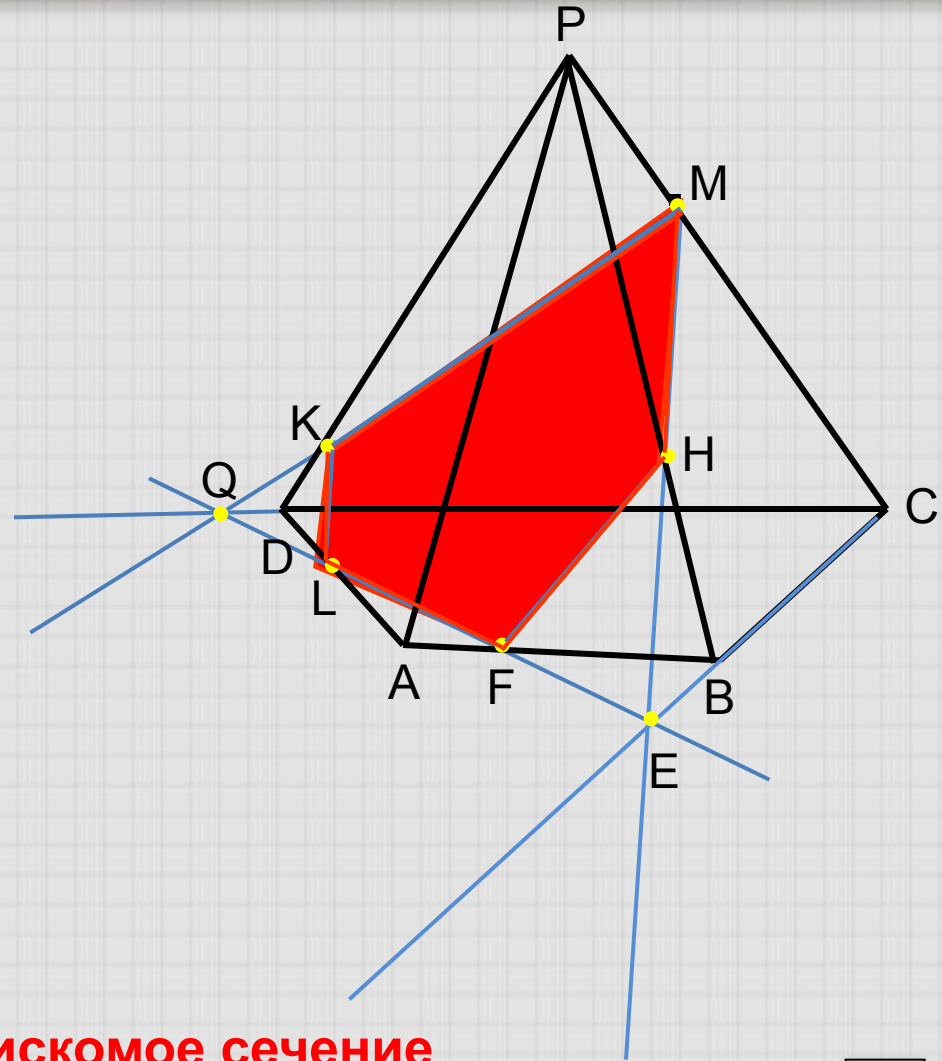


Постройте сечение пирамиды плоскостью  $\alpha=(MНК)$ , где  $M \in PC$ ,  $H \in PB$ ,  $K \in PD$ .

**Решение :**

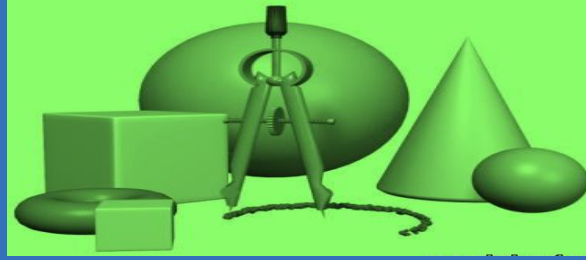
- 1)  $CB \cap MH = E$
- 2)  $CD \cap KM = Q$
- 3)  $QE$
- 4)  $QE \cap AD = L$
- 5)  $QE \cap AB = F$
- 6)  $FH$
- 7)  $KL$

**ЗАДАЧА  
№ 6**



**МНFLK - искомое сечение**

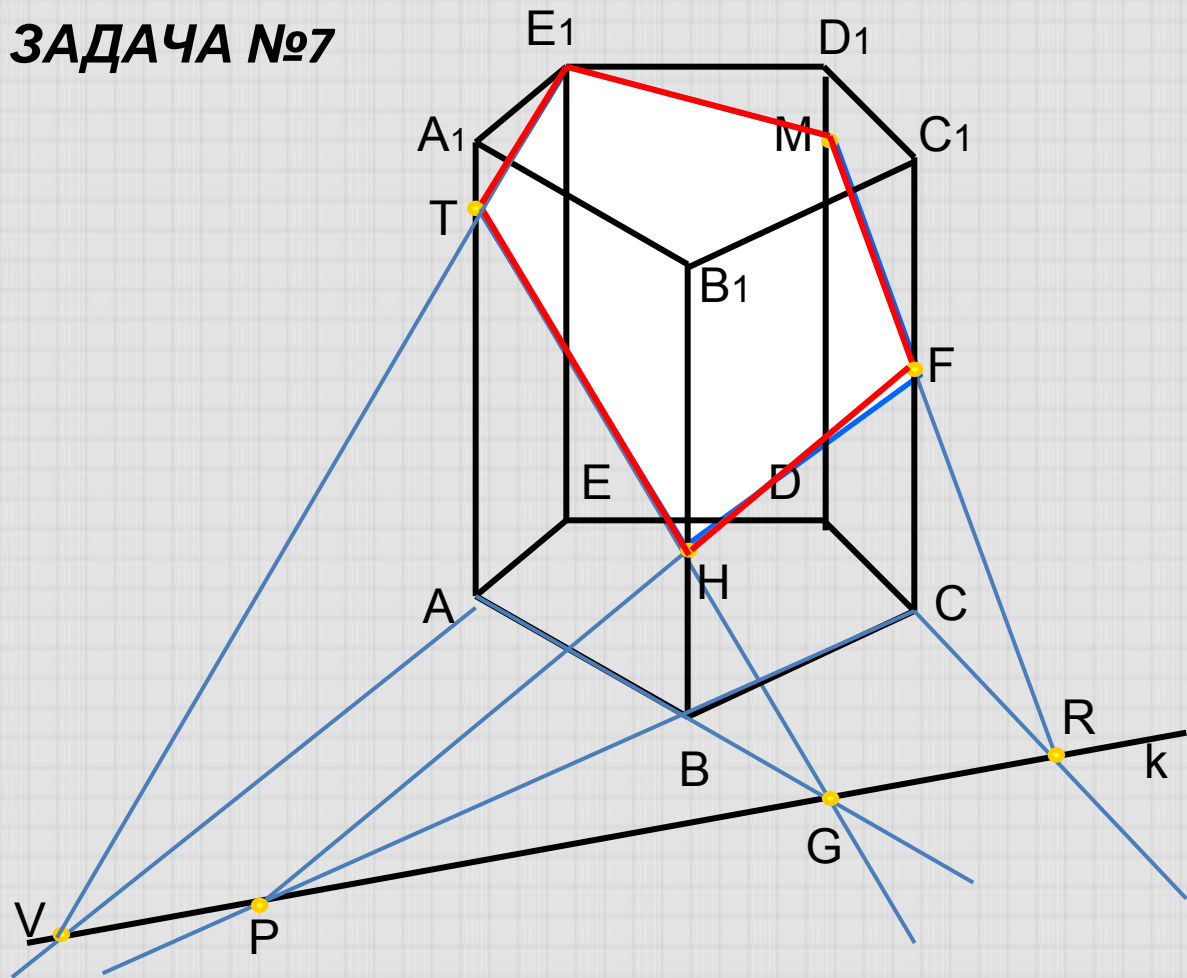




Построить сечение призмы  $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$  плоскостью  $\alpha$ , которая задана следом  $k$  в плоскости  $ABC$  основания призмы и точкой  $M$ , принадлежащей ребру  $DD_1$ . **Решение:**

- 1)  $DC \cap k = R$
- 2)  $MR \cap CC_1 = F$
- 3)  $CB \cap k = P$
- 4)  $FP \cap BB_1 = H$
- 5)  $FD \cap k = G$
- 6)  $GH \cap AA_1 = T$
- 7)  $EA \cap k = V$
- 8)  $VT \cap EE_1 = E_1$
- 9)  $E_1D_1$

### ЗАДАЧА №7



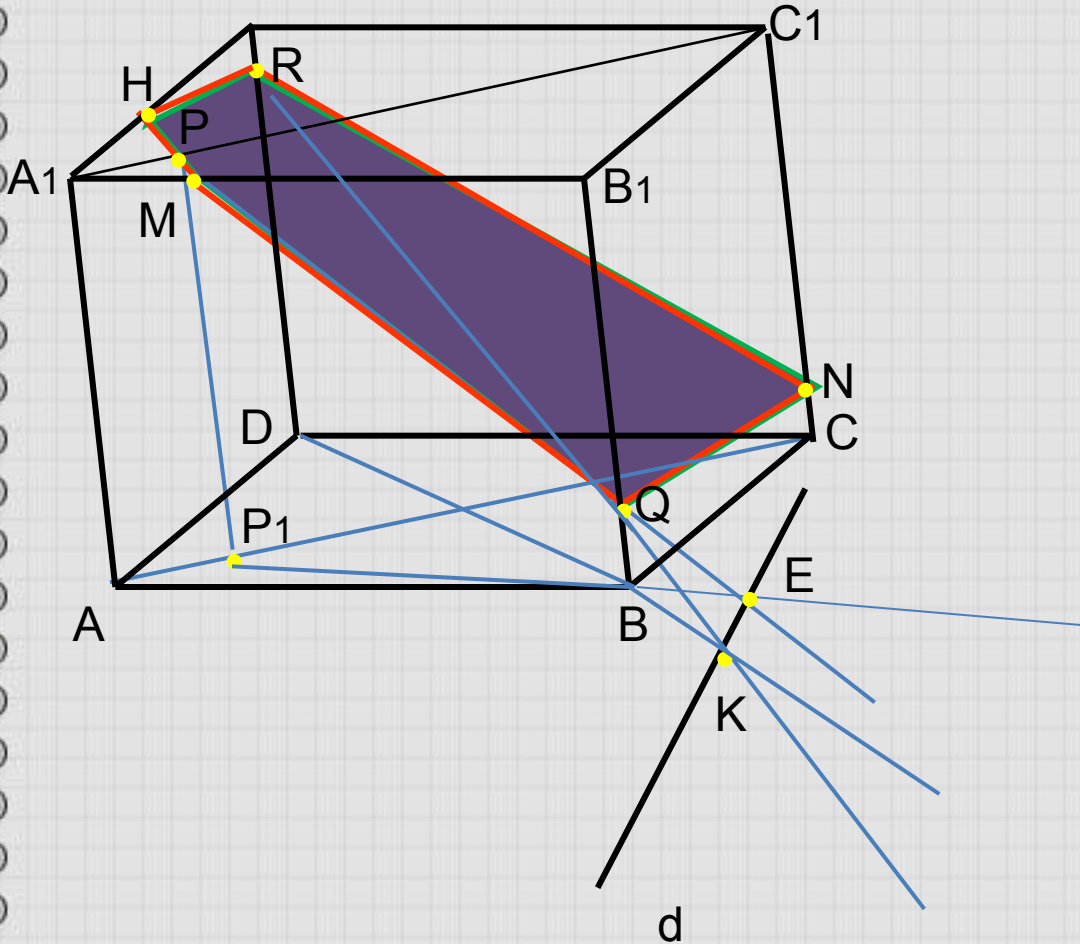
**MFHTE<sub>1</sub> - искомое сечение**







### ЗАДАЧА №8

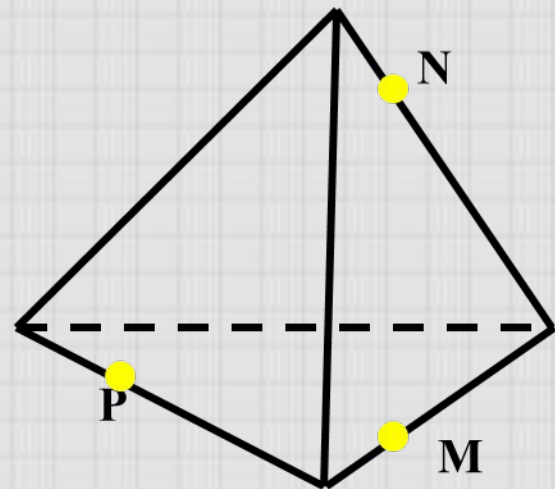
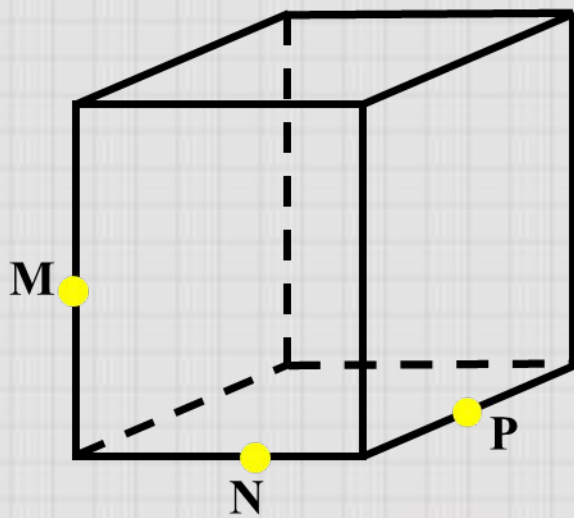
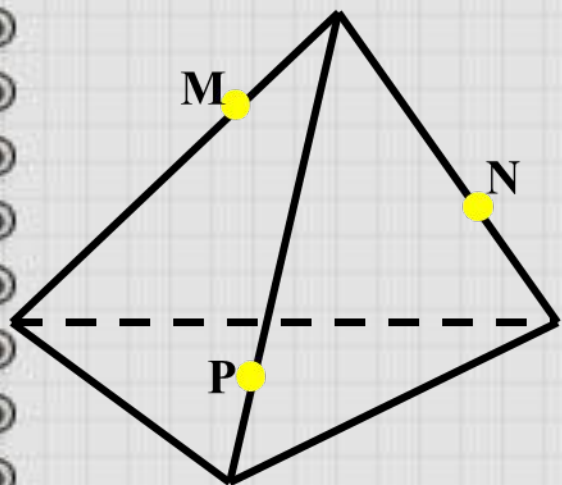
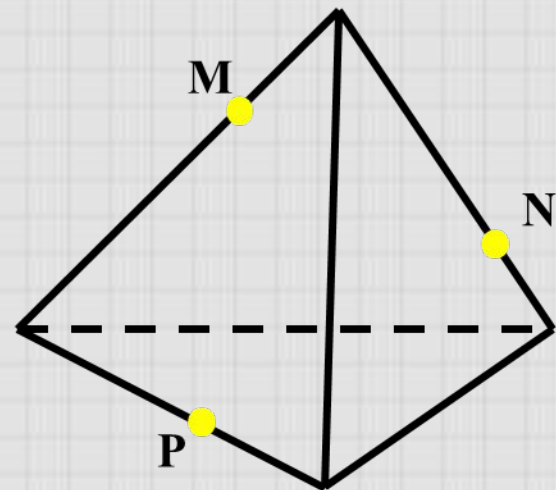
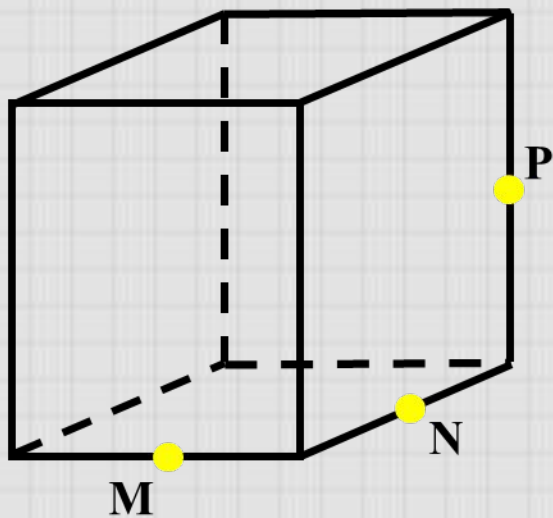
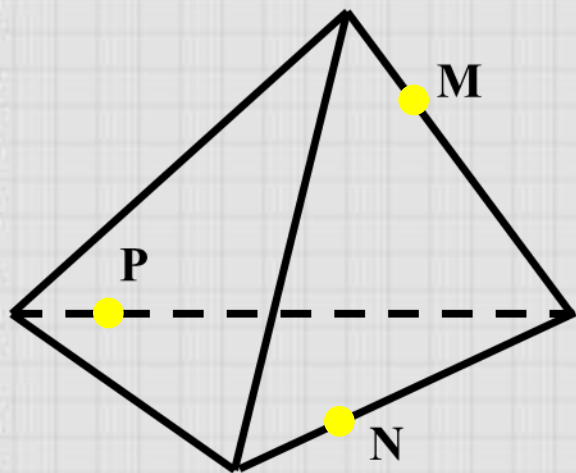


**HRNQM - искомое сечение**

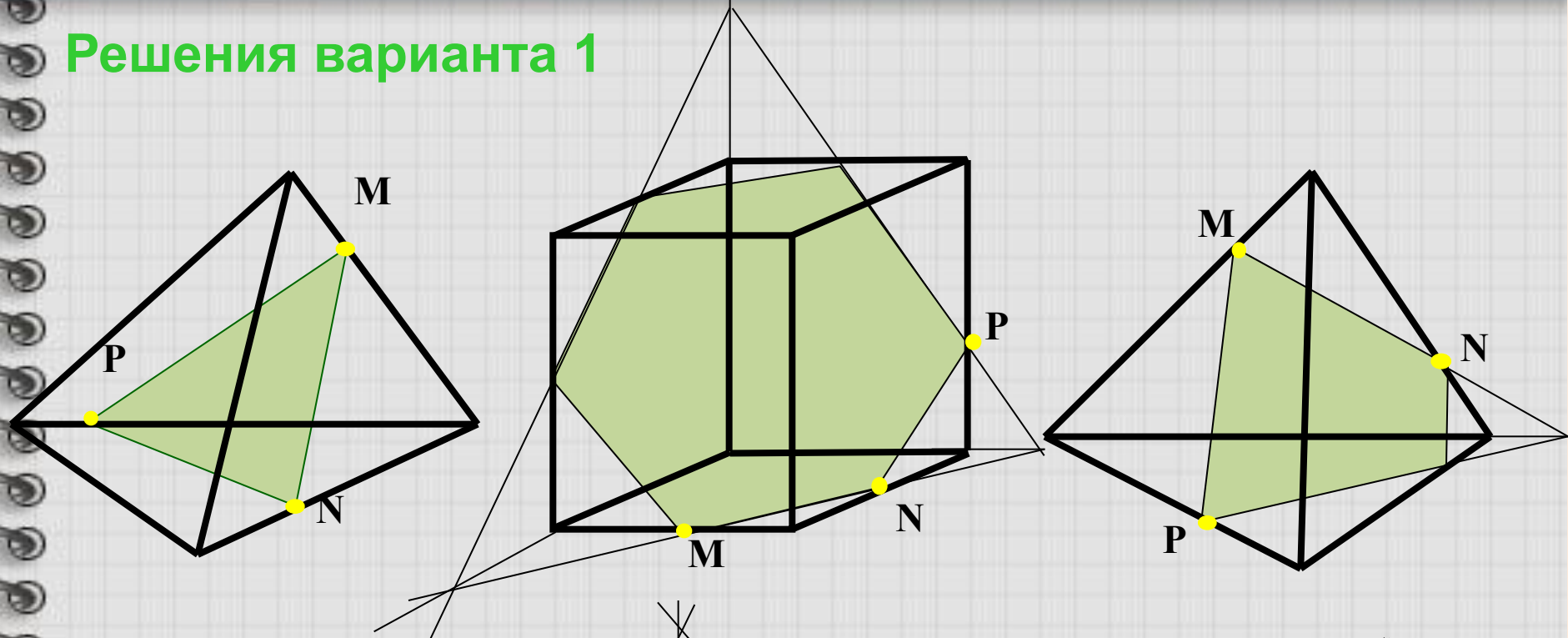
Постройте сечение параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $\alpha$ , заданной точками  $P, Q, R$ , если точка  $P$  лежит на диагонали  $A_1 C_1$ , точка  $Q$  - на ребре  $BB_1$  и точка  $R$  - на ребре  $DD_1$ .

**Решение :**

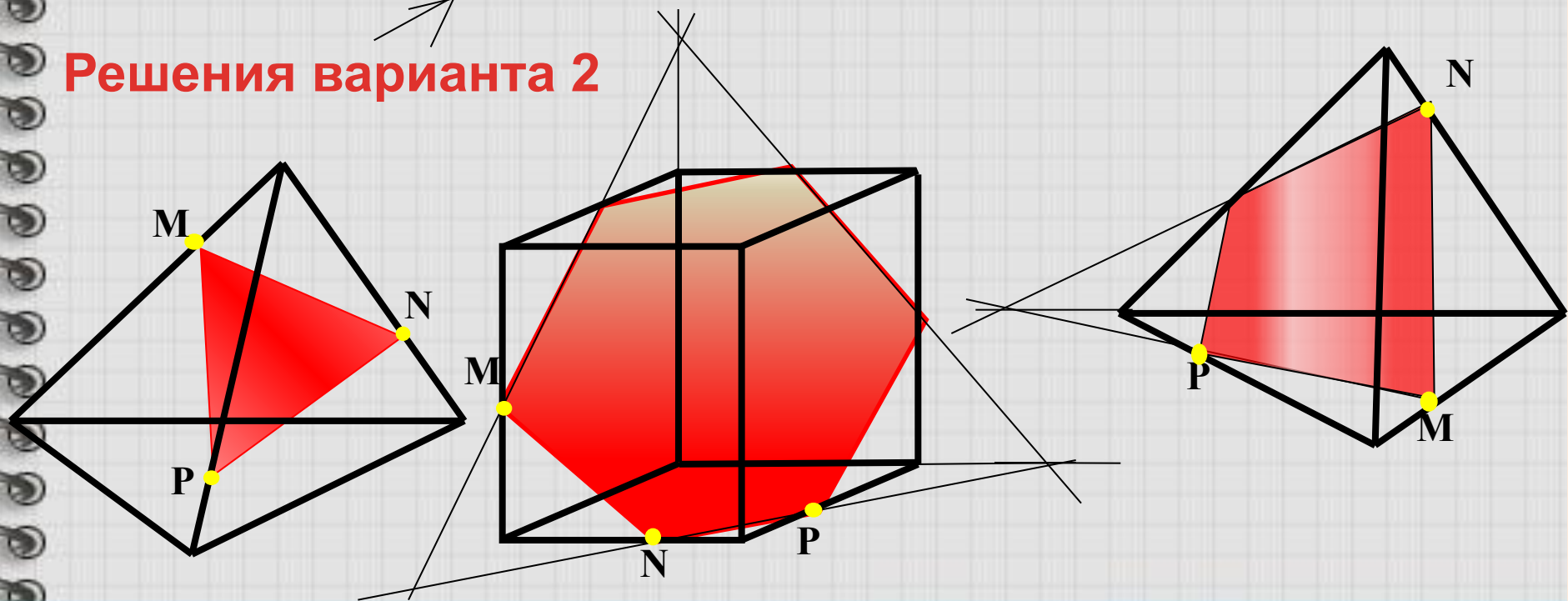
- 1)  $AC$  и  $BD$
- 2)  $PP_1 \perp AC$
- 3)  $P_1 B \cap PQ = E$
- 4)  $DB \cap RQ = K$
- 5)  $KE = d$  - след
- 6)  $\alpha \cap A_1 B_1 C_1 = HR$
- 7)  $\alpha \cap ABB_1 A_1 = QM$
- 8)  $HM$
- 9)  $MQ \parallel RN$
- 10)  $QN$



## Решения варианта 1



## Решения варианта 2







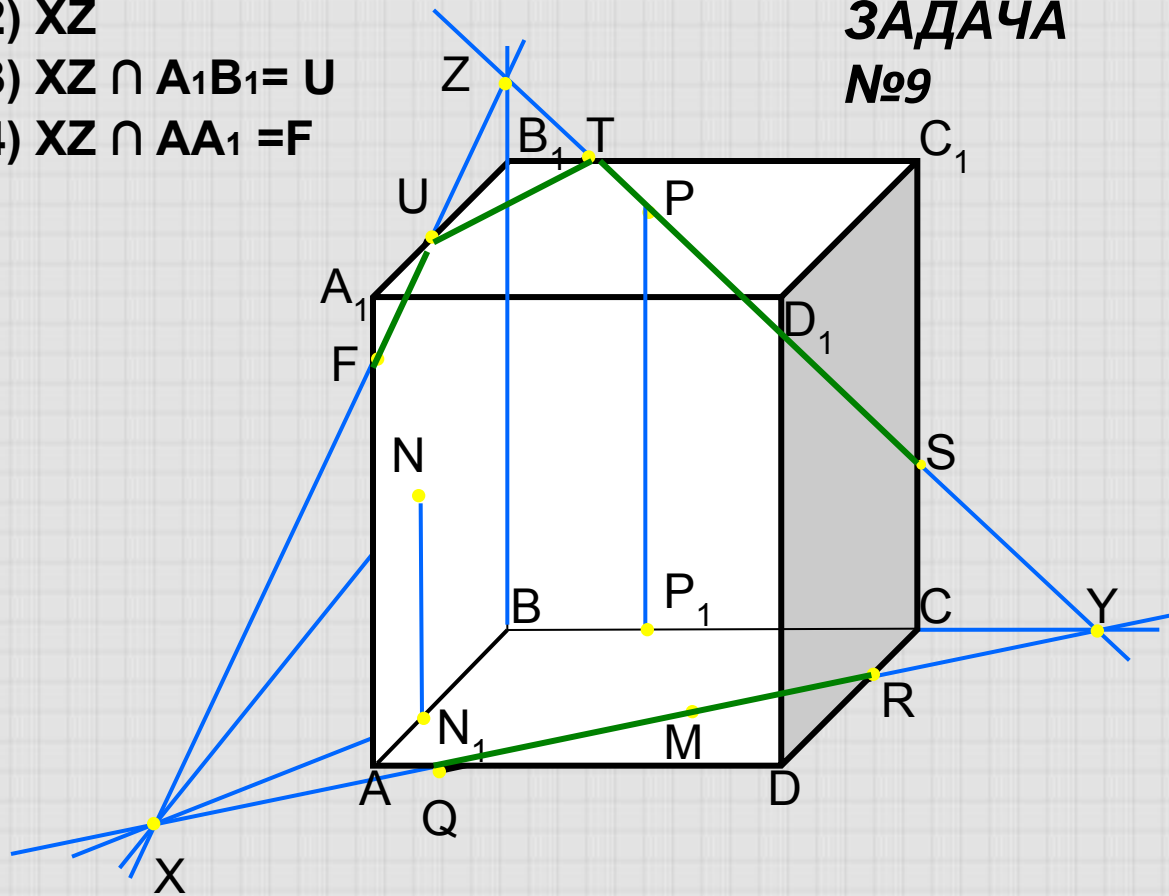
Постройте сечение параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проходящее через точки  $M$  лежащей на грани  $ABCD$ ,  $N$  – на грани  $AA_1 B_1 B$ ,  $P$  – на грани  $BB_1 C_1 C$ .

**Решение :**

- 1)  $PP_1$  и  $NN_1$
- 2)  $PN$  и  $P_1 N_1$
- 3)  $PN \cap P_1 N_1 = X$
- 4)  $XM$
- 5)  $AD \cap XM = Q$
- 6)  $XM \cap CD = R$
- 7)  $BC \cap XM = Y$
- 8)  $PY$
- 9)  $PY \cap B_1 C_1 = T$
- 10)  $PY \cap CC_1 = S$
- 11)  $BB_1 \cap PY = Z$

- 12)  $XZ$
- 13)  $XZ \cap A_1 B_1 = U$
- 14)  $XZ \cap AA_1 = F$

**ЗАДАЧА  
№9**



**FUTSRQ – искомое сечение**

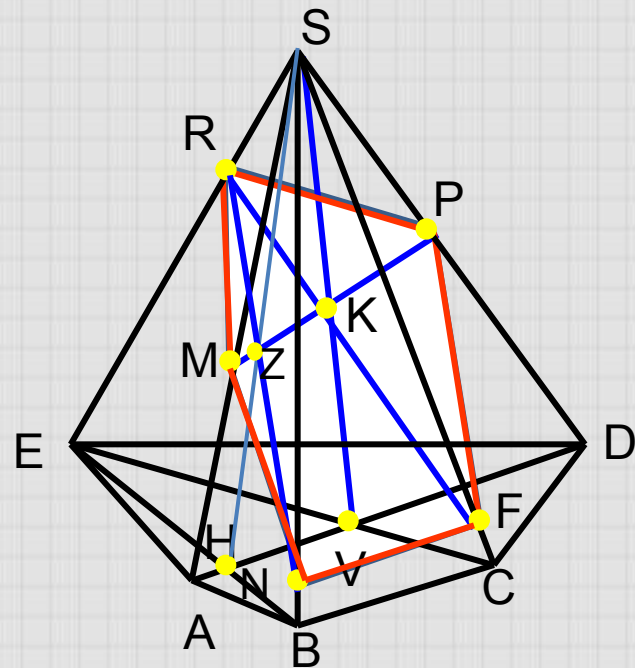


### ЗАДАЧА №10

Постройте сечение пирамиды  $SABCDE$  плоскостью  $\alpha = (MFR)$ , если точки  $M, F$  и  $R$  являются внутренними точками ребер соответственно  $SA, SC$  и  $SE$ .

#### Решение :

- 1)  $RM$
- 2)  $RF$
- 3)  $AD \cap EC = V$
- 4)  $SV$
- 5)  $RF \cap SV = K$
- 6)  $DS \cap MK = P$
- 7)  $RP$
- 8)  $PF$
- 9)  $EB$
- 10)  $EB \cap AD = H$
- 11)  $SH$
- 12)  $SH \cap MP = Z$
- 13)  $RZ$
- 14)  $RZ \cap SB = N$
- 15)  $MN$  и  $FN$



**MRPFN – искомое сечение**