

Урок алгебры

Свойства корня n - ой степени



Теорема 1. Корень n -ой степени ($n = 2, 3, 4$) из произведения двух неотрицательных чисел равен произведению корней n -ой степени из этих чисел: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Пример:

$$\sqrt[3]{125 \cdot 27}$$

вычислите

Решение:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{125 \cdot 27} &= \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{27} = \\ &= 5 \cdot 3 = 15 \end{aligned}$$



Теорема 2. Если $a \geq 0$, $b > 0$ и n – натуральное число, большее 1, то справедливо равенство: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Пример:
вычислите

Решение:

$$\sqrt[4]{5 \frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{5}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{3}{2}$$



Теорема 3. Если $a \geq 0$, k – натуральное число и n – натуральное число, большее 1, то справедливо равенство: $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$

Пример: $(\sqrt{4^5})$
вычислите

Решение: $(\sqrt{4^5}) = (\sqrt{4})^5 = 2^5 = 32$



Теорема 4. Если $a \geq 0$ и n, k –
натуральные числа, большие 1, то
справедливо равенство: $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n \cdot k]{a}$

Пример:

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}}$$

вычислите

Решен

ие:

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$$



Теорема 5. Если $a \geq 0$ и если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то значение корня не изменится, т.е. $\sqrt[n \cdot p]{a^{k \cdot p}} = \sqrt[n]{a^k}$

Пример:

$$\sqrt[6]{64^3}$$

вычислите

Решение: $\sqrt[6]{64^3} = \sqrt{64} = 8$



Примеры

Найдите значение выражения:

$$1) \sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$2) \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{4}{5} = 0,8$$



Задания открытого банка задач

12. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[5]{\frac{10 \cdot 16}{5}} = \sqrt[5]{32} = 2.$$

13. Найдите значение выражения $\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}}\right)^2$.

Решение.

$$\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}}\right)^2 = \left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{12}}}\right)^2 = \left(2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}}\right)^2 = \left(2^{\frac{4+3-1}{12}}\right)^2 = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2.$$