Степень с целым отрицательным показателем

Вспомним:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n} \qquad a \neq 0$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$b \neq 0$$

Постараемся ввести степень с отрицательным показателем так, чтобы свойства для степени с натуральным показателем остались верными и для степеней с отрицательными показателями.

Сначала введём степень с показателем 0. Для этого в свойстве 2 положим m=n :

$$a^m : a^m = a^{m-m} \qquad a \neq 0$$

$$1 = a^0$$

вывод: $$a^0 = 1 \; (a \neq 0)$$

Теперь в свойстве 2 положим m=0 :

$$a^0 : a^n = a^{0-n}$$

$$a \neq 0$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

определение степени с отрицательным показателем:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\ \text{раз}}}$$

$$a \neq 0$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^{n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

Примеры

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$(-1,7)^0 = 1$$

$$(0,2)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \left(5^{-1}\right)^{-2} = 5^2 = 25$$

$$\left(-1\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$