

ПРОИЗВОДНАЯ

- Из истории;
- Понятие о производной;
- Правила вычисления производной:
 - Основные правила дифференцирования,
 - Производная степенной функции.
- Производная сложной функции:
 - Сложная функция,
 - Производная тригонометрических функций;
- Применение.

Формула производной встречается нам ещё в 15 веке. Великий итальянский математик Тартальи, рассматривая и развивая вопрос - на сколько зависит дальность полёта снаряда от наклона орудия - применяет её в своих трудах.

Посвящает целый трактат о роли производной в математике известный учёный Галилео Галилей. Затем производная и различные изложения с её применением стали встречаться в работах Декарта, французского математика Роберваля и англичанина Грегори. Большой вклад по изучению производной внесли такие умы, как Лопиталь, Бернулли, Лангранж и др

Понятие о производной

Производной функции f в точке x_0 называется число, к которому стремится разностное отношение $\Delta f / \Delta x = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) / \Delta x$ при Δx , стремящемся к нулю.

Основные правила дифференцирования

Правило №1. Если функции

u и v дифференцируемы в

точке x_0 , то их сумма

дифференцируема в этой

точке $(u+v)' = u' + v'$.

Коротко говорят:

производная суммы равна

сумме производных.

Лемма. Если функция f дифференцируема в точке x_0 , то она непрерывна в этой точке:
 $\Delta f \rightarrow 0$ при $\Delta x \rightarrow 0$, т.е.
 $f(x_0 + \Delta x) \rightarrow f(x_0)$ при $\Delta x \rightarrow 0$.

Правило №2. Если функции u и v дифференцируема в точке x_0 , то произведение дифференцируемо в этой точке и $(uv)' = u'v + uv'$.

Следствие. Если функция u дифференцируема в точке x_0 , а C -постоянная, то функция Cu дифференцируема в этой точке и $(Cu)' = Cu'$.

Коротко говорят: постоянный множитель можно выносить за знак производной.

Правило №3. Если функции u и v дифференцируемы в точке x_0 и функция v не равна нулю в этой точке, то частное u/v также дифференцируемо в x_0 и

$$(u/v)' = (u'v - uv')/v^2.$$

Производная
степенной функции:

Для любого целого n
и любого x ($x \neq 0$ при
 $n \leq 1$)

$$(x^n)' = nx^{n-1}.$$

Целые рациональные
функции (многочлены) и
дробно-рациональные
функции
дифференцируемы в
каждой точке своей
области определения.

Производная сложной функции:

Если функция f имеет производную в точке x_0 , а функция g имеет производную в точке $y_0=f(x_0)$, то сложная функция $h(x)=g(f(x))$ также имеет производную в точке x_0 причём $h'(x_0)=g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0)$.

Производные тригонометрических функций:

Формула производной синуса:
Функция синус имеет производную в
любой точке и $(\sin x)' = \cos x$.

Формулы дифференцирования
косинуса, тангенса и
котангенса: функции $y=\cos x$,
 $y=\operatorname{tg} x$, $y=\operatorname{ctg} x$ имеют
производные в каждой точке
своей области определения,
и справедливы формулы:

$$(\cos x)' = -\sin x,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = 1/\cos^2 x,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -1/\sin^2 x.$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = 1/\cos^2 x,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -1/\sin^2 x.$$

Производные широко применимы в настоящее время, например, в экономическом анализе. Они помогают точно вывести данные об изменении экономики государства. Используя их, можно совершенно точно просчитать, как можно увеличить доход государства и за счёт чего он может быть увеличен

Производная широко используется для исследования функций, т.е. для изучения различных свойств функций.

Например, с помощью производной можно находить промежутки возрастания и убывания функции, ее наибольшие и наименьшие значения.