ПРОИЗВОДНАЯ

- Из истории;
- Понятие о производной;
- Правила вычисления производной:
  -Основные правила дифференцирования,
  -Производная степенной функции.
- Производная сложной функции:
  -Сложная функция,
  -Производная триногометрических функций;
- Применение.

Формула производной встречается нам ещё в 15 веке. Великий итальянский математик Тартальи, рассматривая и развивая вопрос - на сколько зависит дальность полёта снаряда от наклона орудия - применяет её в своих трудах.

Посвящает целый трактат о роли производной в математике известный учёный Галилео Галилей. Затем производная и различные изложения с её применением стали встречаться в работах Декарта, французского математика Роберваля и англичанина Грегори. Большой вклад по изучению производной внесли такие умы, как Лопиталь, Бернулли, Ланrранж и др

Понятие о производной

Производной функции f в точке x0 называется число, к которому стремится разностное отношение

$$\Delta f/\Delta x = f(x0+\Delta x)-f(x0)/\Delta x$$

при ΔX, стремящемся к нулю.

Основные правила дифференцирования

Правило №1. Если функции u и v дифференцируемы в точке x_0,то их сумма дифференцируема в этой точке $(u+v)' = u'+v'$.

Коротко говорят: производная суммы равна сумме производных.

Лемма. Если функция f дифференцируема в точке x0,то она непрерывна в этой точке: $\Delta f \to 0$ при $\Delta x \to 0$, т.е. $f(x0+\Delta x) \to (x0)$ при $\Delta x \to 0$.

Правило №2. Если функции u и v дифференцируема в точке x0,то произведение дифференцируемо в этой точке и $(uv)'=u'v+uv'$.

Следствие.Если функция u дифференцируема в точке $x0$,а C-постоянная, то функция Cu дифференцируема в этой точке и $(Cu)'=Cu'$.

Коротко говорят: постоянный множитель можно выносить за знак производной.

Правило №3. Если функции u и v дифференцируемы в точке x_0 и функция v не равна нулю в этой точке, то частное u/v также дифференцируемо в x_0 и $(u/v)' = u'v - uv'/v^2$.

Производная степенной функции:

Для любого целого n и любого x ($x \neq 0$ при $n \leq 1$)

$(x^n)' = nx^{n1-}$.

Целые рациональные функции (многочлены) и дробно-рациональные функции дифференцируемы в каждой точке своей области определения.

Производная сложной функции:

Если функция f имеет производную в точке x_0, а функция g имеет производную в точке $y_0=f(x_0)$, то сложная функция $h(x)=g(f(x))$ также имеет производную в точке x_0 причём $h'(x_0)=g'(f(x_0))\cdot f'(x_0)$.

Производные тригонометри - ческих функций:

Формула производной синуса:

Функция синус имеет производную в любой точке и $(\sin x)'=\cos x$.

Формулы дифференцирования косинуса, тангенса и котангенса: функции y=cos x, y=tg x, y=ctg x имеют производные вкаждой точке своей области определения, и справедливы формулы:

$$(\cos x)'=-\sin x,$$

$$(\mathrm{tg}\, x)'=1/\cos^2 x,$$

$$(\mathrm{ctg}\, x)'=-1/\sin^2 x.$$

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x,$

$(tgx)' = 1/\cos^2 x,$

$(ctg\ x)' = -1/\sin^2 x.$

Производные широко применимы в настоящее время, например, в экономическом анализе. Они помогают точно вывести данные об изменении экономики государства. Используя их, можно совершенно точно просчитать, как можно увеличить доход государства и за счёт чего он может быть увеличен

Производная широко используется для исследования функций, т.е. для изучения различных свойств функций. Например, с помощью производной можно находить промежутки возрастания и убывания функции, ее наибольшие и наименьшие значения.