

# Специальная теория относительности 2

О сколько рам открытий чудных  
Приносит просвещенья дух  
И опыт – сын ошибок трудных  
И гений – парадоксов друг  
И случай – Бог изобретатель  
А.С.Пушкин

# Преобразования Лоренца

- Преобразования Галилея

$$x = x' + Vt, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'.$$

- Преобразования Лоренца
- Inv расстояния в пространстве  $x, y, z, ct$ .
- Повороты  $xy, zy, xz, tx, ty, tz$
- Поворот в плоскости  $tx$ : оставляет инварианты  $c^2t^2 - x^2 = c^2t'^2 - x'^2$ .

$$x = x' \operatorname{ch} \psi + ct' \operatorname{sh} \psi, \quad ct = x' \operatorname{sh} \psi + ct' \operatorname{ch} \psi,$$

## Преобразования Лоренца (продолжение)

$$x' = 0 \quad x = ct' \operatorname{sh} \psi, \quad ct = ct' \operatorname{ch} \psi,$$

$$\frac{x}{ct} = \operatorname{th} \psi. \quad \operatorname{th} \psi = \frac{V}{c}.$$

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Собствен

$$x_1 = \frac{x'_1 + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad x_2 = \frac{x'_2 + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}.$$

## Преобразование скорости

$$dx = \frac{dx' + V dt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad dy = dy', \quad dz = dz', \quad dt = \frac{dt' + \frac{V}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad \mathbf{v}' = \frac{d\mathbf{r}'}{dt'},$$

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}.$$

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v' V}{c^2}}.$$

# Релятивистская динамика

- Закон Ньютона

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

- В СТО – интервал

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v} \right)$$

## Энергия в релятивистской механике

$$\cdot dA = \vec{F} d\vec{r} = \vec{F} \vec{v} dt = \vec{v} d\vec{p}$$

$$dA = \frac{mv dv}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) \quad dT = dA.$$

$$dT = d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right).$$

$$T = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + C.$$

## Энергия (продолжение)

$$T = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

$$\left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots$$

$$E_0 = mc^2.$$

$$E^2 - p^2 c^2 = \text{inv}$$

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2.$$

## Собственное время.

Часы движутся равномерно относительно неподвижной системы координат наблюдателя

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt'^2$$

$$dt' = dt \sqrt{1 - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{c^2 dt^2}}. \quad dt' = \frac{ds}{c} = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

$$\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} = v^2,$$

$$t'_2 - t'_1 = \int_{t_1}^{t_2} dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$