Специальная теория относительности 2

О сколько нам открытий чудных
Приносит просвещенья дух
И опыт – сын ошибок трудных
И гений – парадоксов друг
И случай – Бог изобретатель
А.С.Пушкин

Преобразования Лоренца

- Преобразования Галилея

$$x = x' + Vt,\ y = y',\ z = z',\ t = t'.$$

- Преобразования Лоренца
- Inv расстояния в пространств $x,\ y,\ z,\ ct.$
- Повороты $xy,\ zy,\ xz,\ tx,\ ty,\ tz$
- Поворот в плоскости tx: оставляет инвариантн $c^2t^2 - x^2 = c^2t'^2 - x'^2.$

$$x = x' \operatorname{ch} \psi + ct' \operatorname{sh} \psi, \quad ct = x' \operatorname{sh} \psi + ct' \operatorname{ch} \psi,$$

Преобразования Лоренца (продолжение)

$$x' = 0 \quad x = ct' \operatorname{sh}\psi, \quad ct = ct' \operatorname{ch}\psi,$$

$$\frac{x}{ct} = \operatorname{th}\psi. \qquad \operatorname{th}\psi = \frac{V}{c}.$$

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Собствен

$$x_1 = \frac{x_1' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad x_2 = \frac{x_2' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \qquad \Delta x = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}.$$

Преобразование скорости

$$dx = \frac{dx' + V\,dt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad dy = dy', \quad dz = dz', \quad dt = \frac{dt' + \frac{V}{c^2}\,dx'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad \mathbf{v}' = \frac{d\mathbf{r}'}{dt'},$$

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}.$$

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v' V}{c^2}}.$$

Релятивистская динамика

- Закон Ньютона $$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$
- В СТО – интервал

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\vec{v}\right)$$

Энергия в релятивистской механике

- $\mathrm{d}A = \vec{F}\mathrm{d}\vec{r} = \vec{F}\vec{v}\mathrm{d}t = \vec{v}\,\mathrm{d}\vec{p}$

$$\mathrm{d}A = \frac{mv\,\mathrm{d}v}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = \mathrm{d}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

$$dT = dA.$$

$$\mathrm{d}T = \mathrm{d}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right).$$

$$T = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + C.$$

Энергия (продолжение)

$$T = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right).$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

$$\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}+\frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4}+\ldots$$

$$E_0 = mc^2.$$

$$E^2 - p^2c^2 = \text{inv}$$

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$$

$$E^2 = E_0^2 + p^2c^2.$$

Собственное время.

Часы движутся равномерно относительно неподвижной системы координат наблюдателя

$$ds^2 = c^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2\,dt'^2$$

$$dt' = dt\sqrt{1 - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{c^2\,dt^2}}.$$

$$dt' = \frac{ds}{c} = dt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

$$\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} = v^2,$$

$$t'_2 - t'_1 = \int_{t_1}^{t_2} dt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$