Системы счисления

Семенюк Михаил Витальевич

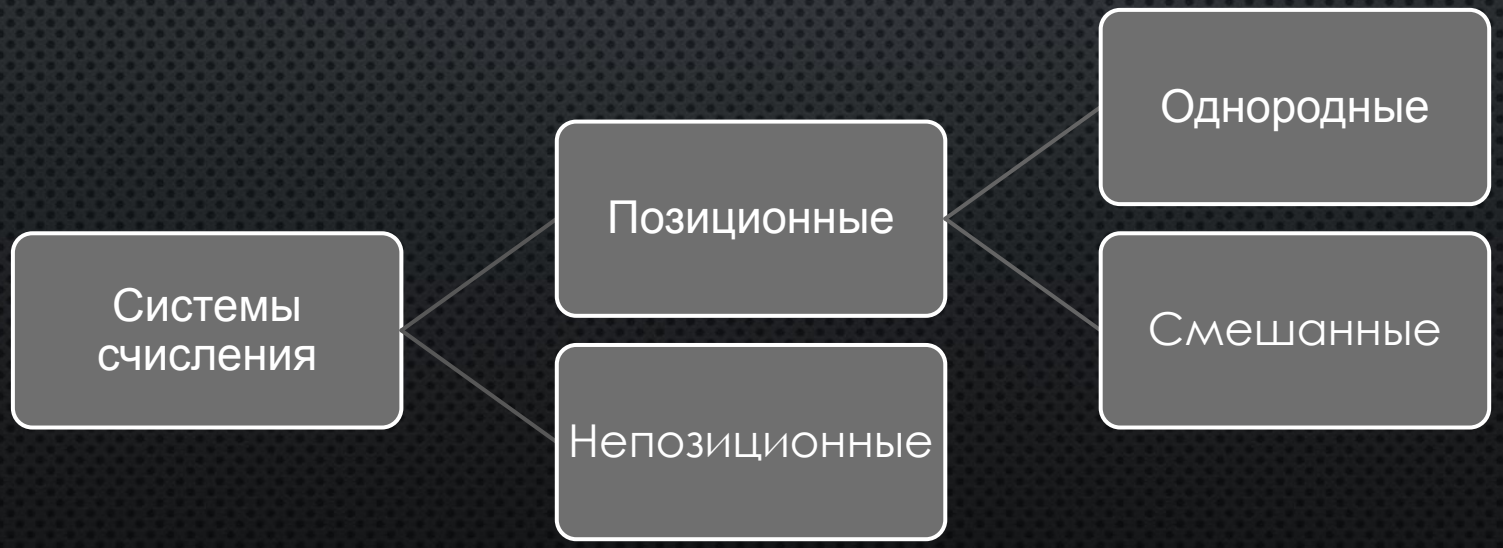
РВП-1.22

Содержание

- Определение
- Непозиционные системы счисления
- Позиционные системы счисления
- Однородные системы счисления
- Смешанные системы счисления
- История систем счисления
  - Древнеегипетская десятичная система счисления
  - Вавилонская шестидесятеричная система счисления
  - Римская система счисления
  - Позиционные системы счисления
- Двоичная система счисления
- Восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления
- Перевод из одной системы счисления в другую:
  - Преобразование в десятичную систему счисления
  - Преобразование из десятичной системы счисления в другие
  - Преобразование из двоичной в восьмеричную и десятичную систему счисления
  - Преобразование из восьмеричной и шестнадцатеричной систем в двоичную
- Заключение

Определение

- **Система счисления** - это система записи чисел с помощью определенного набора цифр. Системы счисления подразделяются на позиционные и непозиционные, а позиционные - на однородные и смешанные.



Содержание

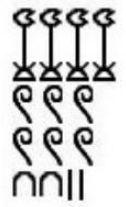
НЕПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- В такой системе счисления каждая цифра имеет величину, не зависящую от позиции (разряда).
- Например, 2 черточки - число тоже равно 2, поскольку каждая черточка, вне зависимости от её положения, соответствует 1.
- Непозиционными системами счисления являются:

1. **Единичная**
2. **Древнеегипетская**
3. **Вавилонская**
4. **Римская**

- И другие

число	значение	описание
	1	черта
	10	пятка
	100	петля
	1 000	лотос
	10 000	палец
или	100 000	жаба или личинка
	1 000 000	человек с поднятыми вверх руками



число 4622

Содержание

Позиционные системы счисления

- В такой системе счисления значение каждой цифры зависит от её позиции(разряда).
- Так, привычная для всех десятичная система является позиционной. Например, в числе 9632 цифра 9 обозначает количество тысяч и соответствует числу 9000, цифра 6 - количество сотен и числу 600, цифра 3 - количество десятков и числу 30, а цифра 3 - количество единиц и числу 3.
- Также позиционными системами счисления являются:

1. Двоичная
2. Восьмеричная
3. Шестнадцатеричная

- И другие

Содержание

Однородные системы счисления

- В такой системе счисления для всех позиций(разрядов) набор допустимых чисел одинаков. Например, в десятичной системе в каждом разряде можно использовать только цифры от нуля до девяти (включительно).
- Однородными системами счисления также являются двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная и другие.

Содержание

Смешанные системы счисления

- В такой системе счисления для разных позиций(разрядов) набор допустимых чисел может отличаться. Это системы счисления, в которой числа, заданные в системе счисления с основанием Q, изображаются при помощи системы счисления с основанием P, при этом Q < P. Также такая система счисления называются Q-P-ичной.
- Примеры смешанных систем счисления:

1. Дата(год, месяц, день)
2. Время(часы, минуты, секунды)
3. Двоично-десятичная
4. Двоично-восьмеричная

- И другие

Содержание

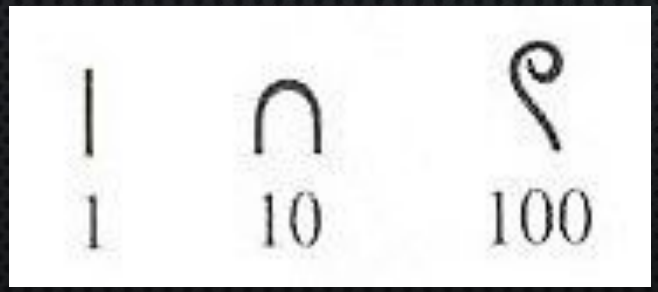
История систем счисления

- Как только люди научились считать — возникла потребность записи чисел. В начале все было просто — зарубка или черточка на какой-нибудь поверхности соответствовала одному предмету, например, одному фрукту. Так появилась первая система счисления — **единичная**.
- Число в этой системе счисления представляет собой строку из черточек (палочек), количество которых равно значению данного числа. Но эта система обладает явными неудобствами — чем больше число — тем длиннее строка из палочек. Помимо этого, можно легко ошибиться при записи числа.
- Для удобства, люди стали группировать палочки по несколько штук. При этом, каждой группе соответствовал определенный знак или предмет. Изначально для подсчета использовались пальцы рук, поэтому первые знаки появились для групп из 5 и 10 единиц. Всё это позволило создать более удобные системы записи чисел.

Содержание

Древнеегипетская десятичная система

- В Древнем Египте использовались специальные символы для обозначения чисел 1, 10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7. Числа в древнеегипетской системе счисления записывались, как комбинация этих символов, каждый из которых повторялся не более девяти раз. Итоговое значение равнялось сумме элементов числа.



Содержание

Вавилонская шестидесятеричная система счисления

- В отличии от египетской, в вавилонской системе использовалось всего 2 символа: “прямой” клин для обозначения единиц и “лежачий” для десятков. Чтобы определить значение числа необходимо изображение числа разбить на разряды справа налево. Новый разряд начинается с появления прямого клина после лежачего. Число 32 записывалось так:

- Число 60 и все его степени так же обозначаются прямым клином, что и “1”. Поэтому вавилонская система счисления получила название шестидесятеричной.
  Все числа от 1 до 59 записывали в десятичной непозиционной системе, а большие значения — в позиционной с основанием 60. Число 92 записывалось так:

Содержание

- Запись числа была неоднозначной, поскольку не существовало цифры обозначающей ноль. Представление числа 92 могло обозначать не только 92=60+32, но и, например, 3632=3600+32. Для определения абсолютного значения числа был введен специальный символ для обозначения пропущенного шестидесятеричного разряда, что соответствует появлению цифры 0 в записи десятичного числа. Теперь число 3632 следует записывать, как:

Содержание

Римская система счисления

- Римская система не сильно отличается от египетской. В ней для обозначения чисел 1, 5, 10, 50, 100, 500 и 1000 используются заглавные латинские буквы I, V, X, L, C, D и M соответственно. Число в римской системе счисления — это набор стоящих подряд цифр.
- Методы определения значения числа:

1. Значение числа равно сумме значений его цифр. Например, число 32 в римской системе счисления имеет вид XXXII=(X+X+X)+(I+I)=30+2=32
2. Если слева от большей цифры стоит меньшая, то значение равно разности между большей и меньшей цифрами. При этом, левая цифра может быть меньше правой максимум на один порядок: так, перед L(50) и C(100) из «младших» может стоять только X(10), перед D(500) и M(1000) — только C(100), перед V(5) — только I(1); число 444 в рассматриваемой системе счисления будет записано в виде CDXLIV = (D-C)+(L-X)+(V-I) = 400+40+4=444.
3. Значение равно сумме значений групп и цифр, не подходящих под 1 и 2 пункты.

Содержание

Позиционные системы счисления

- Первые предпосылки к появлению позиционной системы возникли в древнем Вавилоне. В Индии система приняла форму позиционной десятичной нумерации с применением нуля, а у индусов эту систему чисел заимствовали арабы, от которых её переняли европейцы. По каким-то причинам, в Европе за этой системой закрепилось название “арабская”.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩

Содержание

Двоичная система счисления

- Эта система, в основном, используется в вычислительной технике. Почему не стали использовать привычную нам 10-ю? Первую вычислительную машину создал Блез Паскаль, использовавший в ней десятичную систему, которая оказалась неудобной в современных электронных машинах, поскольку требовалось производство устройств, способных работать в 10 состояниях, что увеличивало их цену и итоговые размеры машины. Этих недостатков лишены элементы, работающие в 2-ой системе. Тем не менее, рассматриваемая система была создана за долго до изобретения вычислительных машин и уходит “корнями” в цивилизацию Инков, где использовались кипу — сложные верёвочные сплетения и узелки.

Содержание

Восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления

- 8-я система счисления, как и двоичная, часто применяется в цифровой технике. Имеет основание 8 и использует для записи числа цифры от 0 до 7.
- Шестнадцатеричная система широко используется в современных компьютерах, например при помощи неё указывается цвет(#FFFFFF — белый цвет). Рассматриваемая система имеет основание 16 и использует для записи числа: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B. C, D, E, F, где буквы равны 10, 11, 12, 13, 14, 15 соответственно.
- Помимо рассмотренных позиционных систем счисления, существуют и другие, например:
  1) Троичная
  2) Четверичная
  3) Двенадцатеричная

Содержание

Перевод из одной системы счисления в другую Преобразование в десятичную систему счисления

Иногда требуется преобразовать число из одной системы счисления в другую, поэтому рассмотрим способы перевода между различными системами.

Имеется число a1a2a3 в системе счисления с основанием b. Для перевода в 10-ю систему необходимо каждый разряд числа умножить на bN, где N — номер разряда.

$(a_1a_2a_3)_b = (a_1*b^2 + a_2*b^1 + a_3*b^0)_{10}$.

Пример: $101_2 = 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 4+0+1 = 5_{10}$

Содержание

Преобразование из десятичной системы счисления в другие

Целая часть:

Последовательно делим целую часть десятичного числа на основание системы, в которую переводим, пока десятичное число не станет равно нулю.

Полученные при делении остатки являются цифрами искомого числа. Число в новой системе записывают, начиная с последнего остатка.

Дробная часть:

Дробную часть десятичного числа умножаем на основание системы, в которую требуется перевести. Отделяем целую часть. Продолжаем умножать дробную часть на основание новой системы, пока она не станет равной 0.

Число в новой системе составляют целые части результатов умножения в порядке, соответствующем их получению.

Пример: переведем 15_{10} в восьмеричную:

15\8 = 1, остаток 7

1\8 = 0, остаток 1

Записав все остатки снизу вверх, получаем итоговое число 17. Следовательно, $15_{10} = 17_8$.

Содержание

Преобразование из двоичной в восьмеричную и шестнадцатеричную системы

Для перевода в восьмеричную — разбиваем двоичное число на группы по 3 цифры справа налево, а недостающие крайние разряды заполняем ведущими нулями. Далее преобразуем каждую группу, умножая последовательно разряды на 2n, где n — номер разряда.

Для перевода в шестнадцатеричную — разбиваем двоичное число на группы по 4 цифры справа налево, затем — аналогично преобразованию из 2-й в 8-ю.

Содержание

Преобразование из восьмеричной и шестнадцатеричной систем в двоичную

Перевод из восьмеричной в двоичную — преобразуем каждый разряд восьмеричного числа в двоичное 3-х разрядное число делением на 2, недостающие крайние разряды заполним ведущими нулями.

Пример: 45_8: 45 = (100) (101) = 100101_2

Перевод из 16-ой в 2-ю — преобразуем каждый разряд шестнадцатеричного числа в двоичное 4-х разрядное число делением на 2, недостающие крайние разряды заполняем ведущими нулями.

Содержание

Заключение

Подводя итоги, можно сделать выводы:

1. Система счисления – это определённый способ представления чисел и соответствующие ему правила действия над ними.
2. Системы счисления подразделяются на позиционные и непозиционные, а позиционные - на однородные и смешанные.
3. Человек, совершенствуя искусство счета, проделал огромный путь - от засечек на дереве до современного компьютера.
4. Все достижения вычислительной культуры человека берут свое начало в единичной системе.

Содержание