

The background features a complex, colorful geometric pattern. On the left, there are concentric, semi-circular bands of small, multi-colored squares (red, green, blue, yellow, purple) that create a sense of depth and movement. On the right, these squares are scattered and more widely spaced, fading into the white background. A dark gray rectangular box is centered on the left side, containing the main title and subtitle in white text.

ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

ЧАСТЬ 4

Практическое занятие

Первый замечательный предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

Примеры

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x} =$$

домножим числитель и знаменатель дроби на 5

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \cdot \sin 5x}{5x} =$$

используя свойство пределов, выносим число 5 за предел

$$= 5 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = 5 \cdot 1 = 5$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 7x} =$$

ДОМНОЖИМ ЧИСЛИТЕЛЬ И ЗНАМЕНАТЕЛЬ ДРОБИ НА 7

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{7\sin 7x} =$$

ИСПОЛЬЗУЯ СВОЙСТВО ПРЕДЕЛОВ, ВЫНОСИМ ЧИСЛО $\frac{1}{7}$ ЗА ПРЕДЕЛ

$$= \frac{1}{7} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin 7x} = \frac{1}{7} \cdot 1 = \frac{1}{7}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 5x}{x} - \frac{\sin 3x}{x} \right) =$$

используя свойство пределов, получим

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} =$$

умножим числитель и знаменатель первой дроби на 5, второй – на 3

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin 5x}{5x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 3x}{3x} =$$

используя свойство пределов, выносим постоянный множитель за предел

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} - 3 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x} = 5 - 3 = 2$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 9x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 9x}{\cos 9x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{x \cdot \cos 9x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos 9x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{x} = 1 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \sin 9x}{9x} =$$

$$= 9 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{9x} = 9$$