

Применение метода интервалов для решения неравенств

Устинова А.И.
ГБОУ СОШ № 448

План решения методом интервалов

- *Разложить многочлен на простые множители;*
- *Найти корни многочлена;*
- *Изобразить их на числовой прямой;*
- *Разбить числовую прямую на интервалы;*
- *Определить знаки многочлена на интервалах (знакопостоянство);*
- *Выбрать промежутки нужного знака;*
- *Записать ответ (с помощью скобок или знаков неравенства).*

Самостоятельная работа

Вариант 1

Вариант 2

№1 Решить методом интервалов неравенства:

а) $(2x - 5)(x + 3) \geq 0$

а) $(5x - 2)(x + 4) < 0$

б) $4x^2 + 4x - 3 < 0$

б) $9x^2 + 3x - 2 \geq 0$

№2 Найти область определения функции:

$y = \sqrt{6x - x^2} + 3\sqrt{2x - 5};$

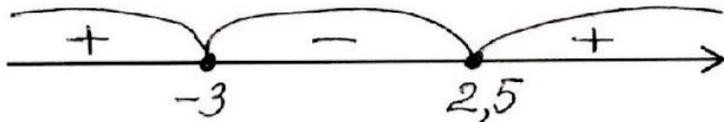
$y = 2\sqrt{7x - x^2} + 5\sqrt{3x - 4};$

Желаю удачи!

Проверь своё решение

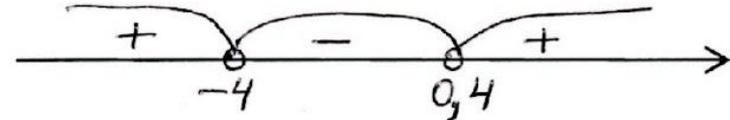
№1 Решить неравенство:

a) $(2x - 5)(x + 3) \geq 0$



Ответ: $(-\infty; -3] \cup [2,5; +\infty)$

a) $(5x - 2)(x + 4) < 0$



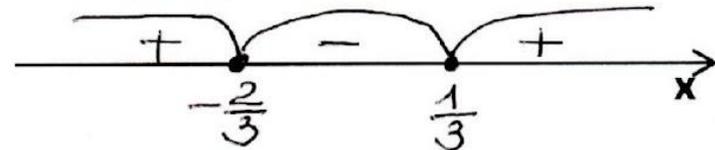
Ответ: $(-4; 0,4)$

б) $4x^2 + 4x - 3 < 0$



Ответ: $(-1,5; 0,5)$

б) $9x^2 + 3x - 2 \geq 0$



Ответ: $(-\infty; -2/3] \cup [1/3; +\infty)$

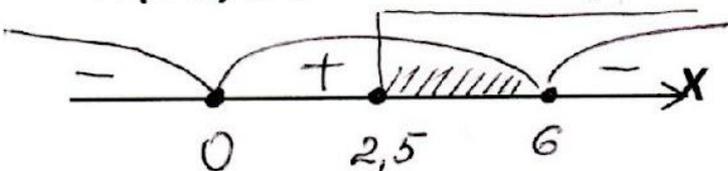
№2 Найти область определения функции:

$$y = \sqrt{6x - x^2} + 3\sqrt{2x - 5};$$

$$6x - x^2 \geq 0 \quad \text{и} \quad 2x - 5 \geq 0$$

$$x(6-x) \geq 0$$

$$x \geq 2,5$$



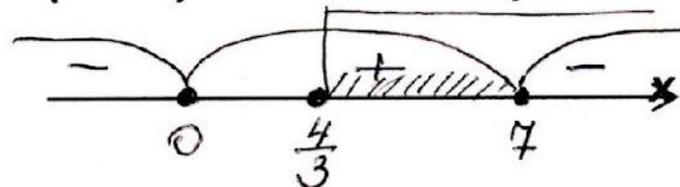
Ответ: [2,5; 6]

$$y = 2\sqrt{7x - x^2} + 5\sqrt{3x - 4};$$

$$7x - x^2 \geq 0 \quad \text{и} \quad 3x - 4 \geq 0$$

$$x(7-x) \geq 0$$

$$x \geq 4/3$$



Ответ: [4/3; 7]

Оценка самостоятельной работы

За каждый верно выполненный пример поставьте 1 балл

0 баллов – «плохо»

1балл – «удовлетворительно»

2балла – «хорошо»

3 балла – «отлично»

Решение рациональных неравенств

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \vee 0$$

Умножим обе части такого неравенства на многочлен $Q^2(x)$.

Знак исходного неравенства не меняется (т.к. $Q^2(x) > 0$).

Получаем неравенство $P(x)Q(x) \vee 0$, равносильное данному неравенству, которое решаем методом интервалов.

Итак: Решение рациональных неравенств равносильно решению системы

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \vee 0 \iff \begin{cases} P(x)Q(x) \vee 0; \\ Q(x) \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство:
$$\frac{(x-1)^2 (x-3) (x+1)}{(5x-x^2) (x+2)} \geq 0$$

1) Найдем область определения неравенства:

$$(5x-x^2) (x+2) \neq 0,$$

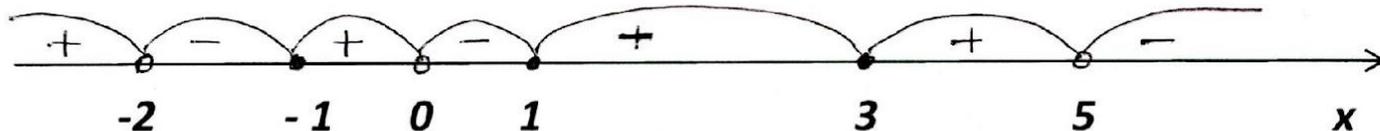
$$x(5-x) (x+2) \neq 0, \text{ откуда } x \neq -2, x \neq 0, x \neq 5.$$

2) Сведем данное рациональное неравенство к алгебраическому выражению, умножив неравенство на квадрат знаменателя:

$$(x-1)^2 (x-3) (x+1) x (5-x) (x+2) \geq 0$$

3) Находим корни многочлена и определяем их кратность

$x=1$, четная кратность, корни $3, -1, 0, 5, -2$, нечетная кратность.



4) Определим знак многочлена при $x=10$, и расставим оставшиеся знаки с учетом их кратности корней.

Запишем ответ. $x \in (-\infty; 2) \cup [-1; 0) \cup [3; 5)$.

Решить неравенство:

$$(x + 5)^6 (x + 2)^3 x (x - 1)^2 (x - 3)^5 \geq 0$$

Если в разложении многочлена на множители входит сомножитель $(x - x_0)^k$ то говорят, что x_0 корень многочлена кратности k .

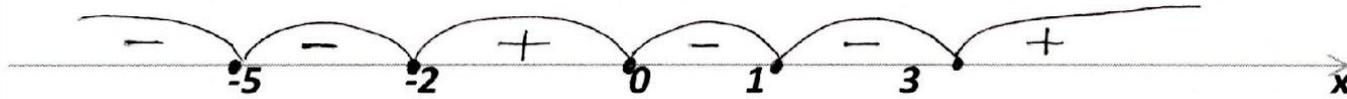
1) Данный многочлен имеет корни:

$x = 5$, кратности 6; $x = -2$, кратности 3;

$x = 0$, кратности 1; $x = 1$, кратности 2;

$x = 3$, кратности 5.

2). Нанесем эти корни на числовую ось



3) Определим знак многочлена на каждом интервале

4) Запишем ответ.

Ответ: $\{-5\} \cup [-2; 0] \cup \{1\} \cup [3; +\infty)$

5) Рассмотрим смену знаков в корнях различной кратности.

Решите неравенство

1 вариант: $(x - 3)^4 (x + 2)^5 (x - 7)^2 (x - 10) < 0$

2 вариант: $(x - 9)^2 (x - 2)^5 (x + 6)^3 (x - 1) > 0$

Сделайте выводы о смене знака на интервалах, в зависимости от степени кратности корня.

Обобщая ваши наблюдения, делаем выводы:

- 1. Для решения неравенства важно знать, является ли k четным или нечетным числом.**
- 2. При четном k многочлен справа и слева от x_0 имеет один и тот же знак (знак многочлена не меняется).**
- 3. При нечетном k многочлен справа и слева от x_0 имеет противоположные знаки (знак многочлена изменяется).**

Работа с учебником

№ 389(а,в,д), № 390 (в,г), № 393 (а), № 394 (а)

Решение тестов ГИА

Итоговая аттестация 2015г. под редакцией Д.А.Мальцева

Раздел 10 Рациональные неравенства: №№ 11, 14, 16.

Домашнее задание: повторить §15, гл.2, № 389(б), 390 (б), 393(б), 394(б).

Рефлексия

1. Что вы ожидали от работы на данном уроке.

Сравните свои предварительные цели и реально достигнутые результаты.

2. Какие чувства и ощущения возникли в ходе работы?

Что показалось неожиданным?

3. Что вам более всего удалось, какие моменты выполнены наиболее успешно?