ДОПОЛНЕНИЕ К ЗАНЯТИЮ №8

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОЦЕНКИ И АНАЛИЗА ПРОГРАММЫ (PERT)

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Метод PERT используется в тех случаях, когда необходимо располагать данными о ***вероятных*** датах начала и окончания проекта, т.е. тогда, когда на длительность операций критического пути влияет большое количество трудно определимых факторов.

Также PERT используется при планировании взаимосвязанных проектов, где сроки выполнения операций одного проекта связаны со сроками операций в других проектах.

Очевидно, что PERT является более трудоемким для применения (без компьютерных средств), чем CPM.

В основе использования этого метода лежит предположение о том, что наступление определенного события (в нашем случае – выполнение операции критического пути в определенный срок) является событием с определенной вероятностью наступления.

Что такое «вероятность события»?

Вероятностью события *A* называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместимых элементарных исходов, образующих полную группу.

Вероятность события *A* определяется формулой

$$\boxed{P(A) = \frac{m}{n}} \quad (1)$$

где *m* – число элементарных исходов, благоприятствующих *A*; *n* – число всех возможных элементарных исходов испытания [1, с. 18-19].

Как определить вероятность?

Эта вероятность может быть взята командой проекта из прошлого опыта. Например, имеются данные о том, что из 20 реализованных проектов подобного типа в 15-ти сроки, указанные в плане проекта, выполнялись точно. Выполнение сроков в соответствии с планом и будет событием *A* из формулы (1).

Следовательно, благоприятные исходы (*m*) появились в 15 случаях из 20 возможных (*n*). Вероятность того, что в этот раз мы уложимся в сроки, составит 15/20 = 0,75; или 75%.

Необходимо учесть, что сумма всех вероятностей для событий *m* и *n* должна быть равна 1.

Определили вероятность, что дальше?

Далее необходимо знать интервал, в котором могут располагаться сроки окончания проекта, для сопоставления возможных смещений этих сроков с аналогичными показателями по связанным проектам. Это необходимо для координации проектов в программе и уменьшения количества ошибок, связанных с интеграцией программы в календарные планы стратегического развития предприятия.

Узнать этот интервал можно с помощью *среднего квадратического отклонения* (СКО).

Что такое СКО?

Средним квадратическим отклонением случайной величины *X* называют квадратный корень из дисперсии [1, с. 94]:

(2)

$$\boxed{\sigma(X) = \sqrt{D(X)}}$$

Но что такое «дисперсия»?!

В свою очередь, дисперсией (рассеянием) дискретной случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания (3 и 4):

(3)

$$\boxed{\mathrm{D}(X) = M[X - M(X)]^2}$$

(4)

$$\boxed{\mathrm{D}(X) = M[X - M(X)]^2 = [x_1 - M(X)]^2 p_1 + [x_2 - M(X)]^2 p_2 + \ldots + [x_n - M(X)]^2 p_n}$$

«Математическое ожидание»?!

Осталось понять, что такое математическое ожидание. Математическим ожиданием дискретной случайной величины называют сумму произведений всех её возможных значений (x_i) на их вероятности (p_i) [1, с.76]:

$$M(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n + \ldots \quad (5)$$

Другой вариант, попроще:

В соответствии с [1, с. 77-78], также можно сказать, что *математическое ожидание приближенно равно* (тем точнее, чем больше число испытаний) *среднему арифметическому наблюдаемых значений случайной величины*.

Вернёмся к нашему примеру:

Допустим, что в рассматриваемом командой проекте существует следующая ситуация:

1. Проект может быть завершен в 15 дней с вероятностью 75%.
2. Проект может быть завершен в 12 дней с вероятностью 10%.
3. Проект может быть завершен в 18 дней с вероятностью 15%.

Тогда математическое ожидание составит: M = 15*0,75 + 12*0,1 + 18*0,15 = 15,15; т.е. приблизительно 15 дней.

Важная деталь:

Заметим, что это число расположено близко к наиболее вероятному исходу нашего события. Если бы вероятностью в 75% обладало событие окончания проекта в 18 дней, то математическое ожидание имело бы значение M = 15*0,15 + 12*0,1 + 18*0,75 = 16,95, т.е. приблизительно 17 дней.

Далее…

Дисперсия для нашего проекта составит, в соответствии с (3) и (4): D = (15-15,15)*0,75 + (12-15,15)*0,1 + (18-15,15)*0,15 = 2,2275.

Тогда СКО (σ), в соответствии с (2), составит 1,492481, или примерно 1,5 дня.

СКО, как мы помним – это корень квадратный из дисперсии.

В каком же интервале и с какой вероятностью мы выполним проект?

Для вычисления вероятности интервала, в котором будут располагаться сроки проекта при рассмотрении всех заданных нами условий, можно воспользоваться функцией Лапласа (здесь и далее - [1, с. 132-133]):

$$\boxed{\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz} \quad (6)$$

Вернёмся к нашему примеру:

Допустим, нас интересует, с какой вероятностью мы выполним проект в интервале от 10 до 20 дней.

Тогда, если β – верхняя граница (20 дней), α – нижняя граница (10 дней) интервала, куда должен «попасть» наш проект (это событие обозначим как X), используем формулу:

$$\mathrm{P}\,(\alpha < \mathrm{X} < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - \mathrm{M}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \mathrm{M}}{\sigma}\right) \quad (7)$$

Тогда:

P (10 < P < 20) = Ф [(20-15,15)/1,5] – Ф [(10-15,15)/1,5] = Ф (3,233) – Ф (-3,433) = Ф (3,233) + Ф (3,433).

По таблице значений функции Лапласа (она есть в любом математическом справочнике) находим значения этой функции для нашего случая: Ф (3,233) ≈ 0,4994; Ф (3,433) ≈ 0,4996. Искомая вероятность равна сумме этих значений, т.е. ≈ 0,999 (≈ 99,9%).

Другой случай:

При аналогичном расчете для нижней границы в 14 дней и верхней границы в 16 дней, мы получим вероятность, примерно равную 48,5%[*].

Имея такие значения для каждого проекта или программы, планировать проектную стратегию применительно к стратегии развития всего предприятия уже легче.

[*] Все расчеты в данном примере велись с учетом нормального распределения вероятности событий. Существуют и другие варианты распределения вероятностей (биноминальное, Пуассона, Стьюдента, бета-распределение и пр.), с которыми можно ознакомиться в [1].

ЛИТЕРАТУРА:

1. **Гмурман В.Е.** Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие. – 12-е изд., перераб. – М.: Высшее образование, 2006. – 479 с.: ил. – (Основы наук.)

КАКИЕ ЕСТЬ ВОПРОСЫ?