

Тема 1.3. Пара сил и момент силы относительно точки.

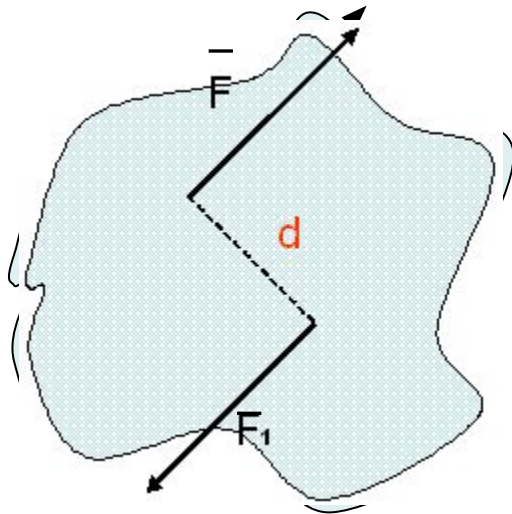
Знать: обозначение, модуль и определение моментов пары сил и силы относительно точки, условие равновесия системы пар сил.

Уметь: определять моменты пар сил и момент силы относительно точки, определять момент результирующей пары сил

Пара сил, момент пары сил.

Парой сил называется система двух, равных по модулю сил, параллельных и направленных противоположно и находящихся на некотором расстоянии друг от друга d (*плечо пары*).

Рассмотрим систему сил (F, F_1) , образующих пару.



Пара сил вызывает вращение.

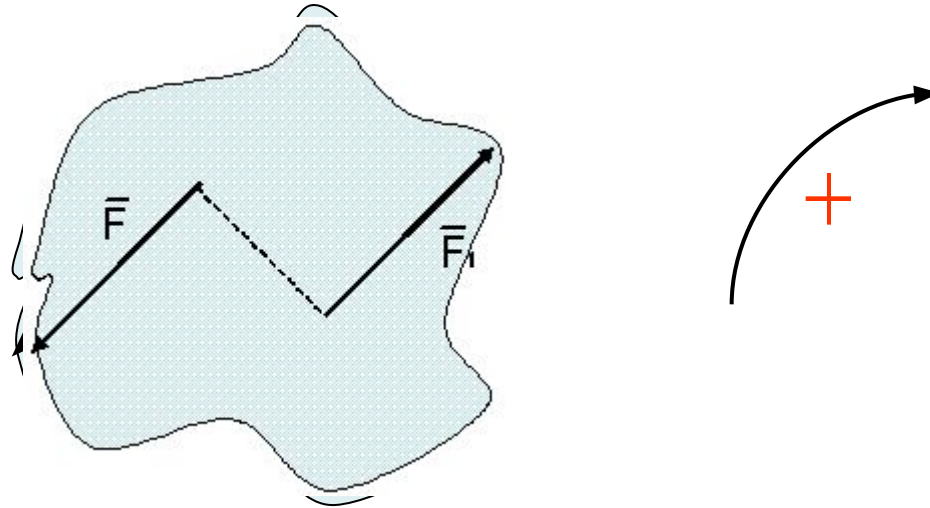
Вращательный эффект характеризуется моментом.

Момент пары численно равен произведению модуля силы на расстояние между линиями действия сил:

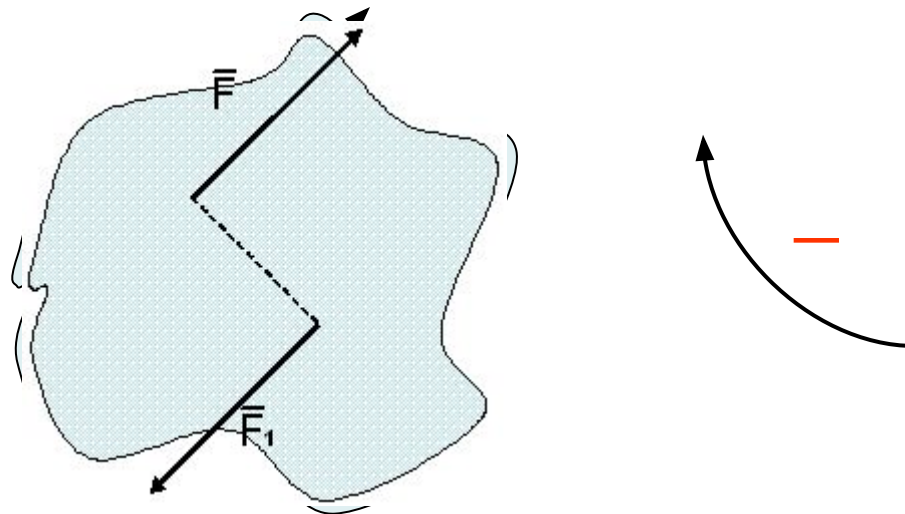
$$M(\vec{F}; \vec{F}_1) = \pm F \cdot d$$

Правило знаков.

Момент считают *положительным*, если пара вращает тело против часовой стрелки.



Момент считают *отрицательным*, если пара вращает тело по часовой стрелке.



Силы, входящие в пару не уравниваются, т.к. приложены к двум точкам. Пару сил можно заменить только парой.

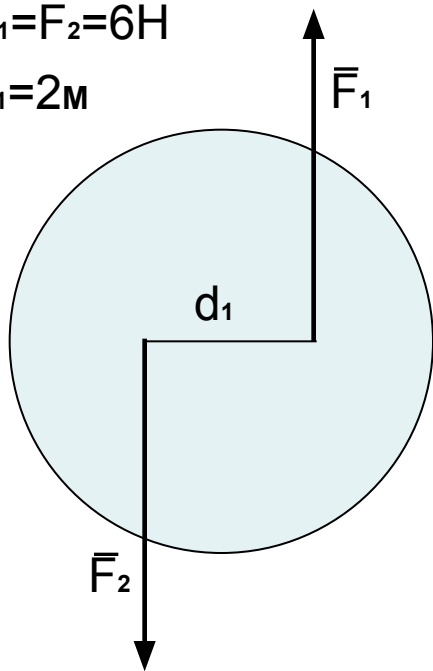
Плоскость, проходящая через линии действия сил пары, называется *плоскостью действия пары*.

Свойства пар:

1. Пару сил можно перемещать в плоскости ее действия.
2. Эквивалентность пар. Две пары, моменты которых равны, эквивалентны.

$$F_1 = F_2 = 6 \text{ Н}$$

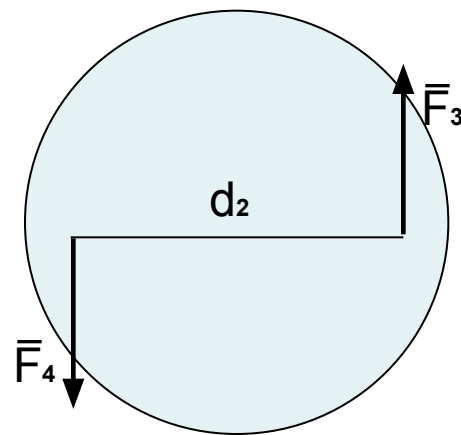
$$d_1 = 2 \text{ м}$$



≡

$$F_3 = F_4 = 3 \text{ Н}$$

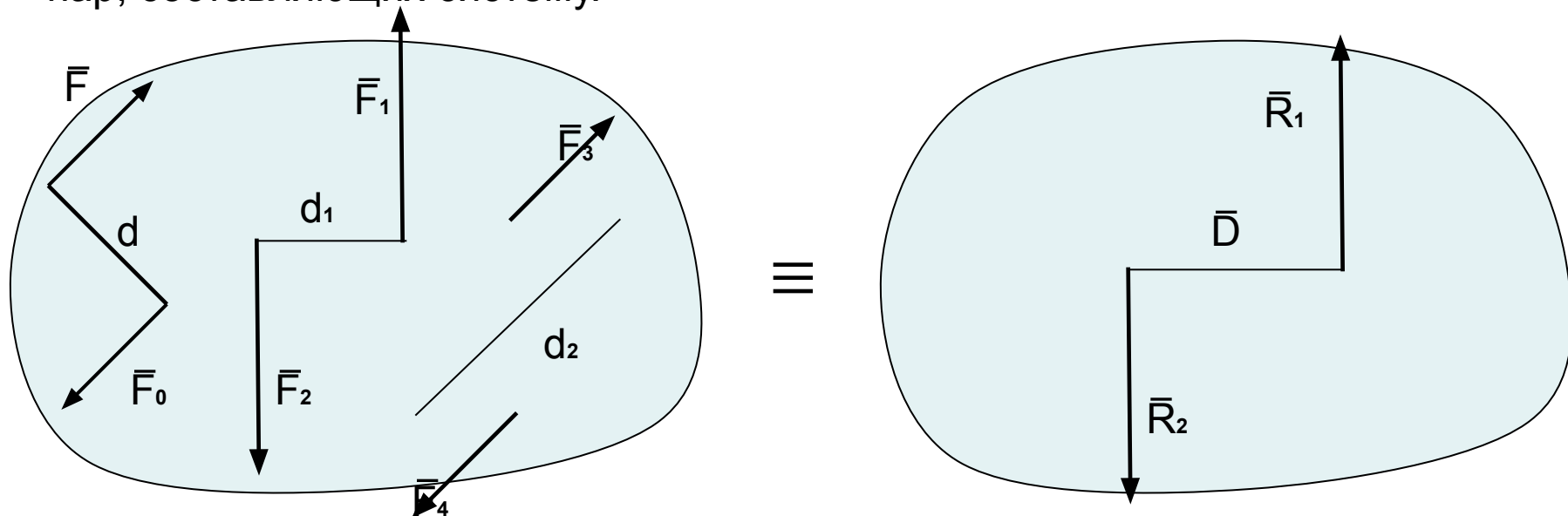
$$d_2 = 4 \text{ м}$$



$$M(\vec{F}_1; \vec{F}_2) = m(\vec{F}_3; \vec{F}_4) = 12 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

3. Сложение пар сил. Систему пар сил можно заменить равнодействующей парой.

Момент равнодействующей пары равен алгебраической сумме моментов пар, составляющих систему.



$$M(\bar{R}_1; \bar{R}_2) = M(\bar{F}_0; \bar{F}) + M(\bar{F}_1; \bar{F}_2) + M(\bar{F}_3; \bar{F}_4) = -F_1 \cdot d + F_2 \cdot d_1 + F_3 \cdot d_2$$

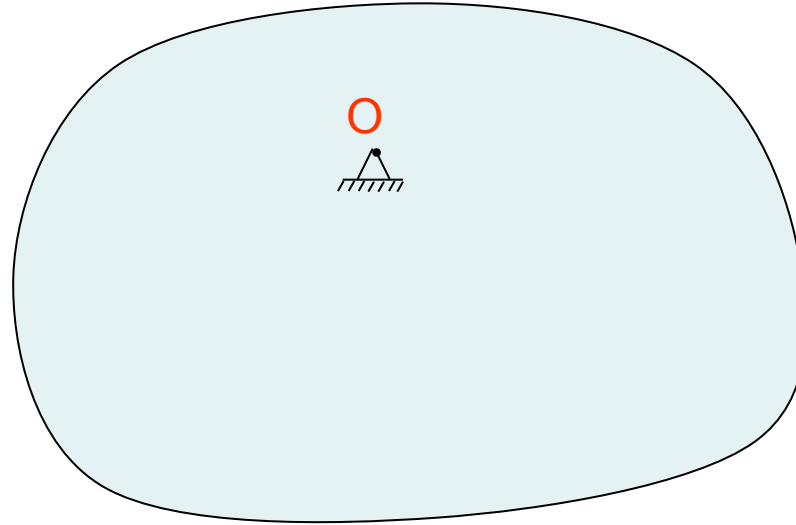
$$M = \sum_{k=1}^n m_k$$

- Момент равнодействующей пары.

4. Равновесие пар. Для равновесия пар необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма моментов пар системы равнялась нулю:

$$M = \sum_{k=1}^n m_k = 0$$

Момент силы относительно точки.

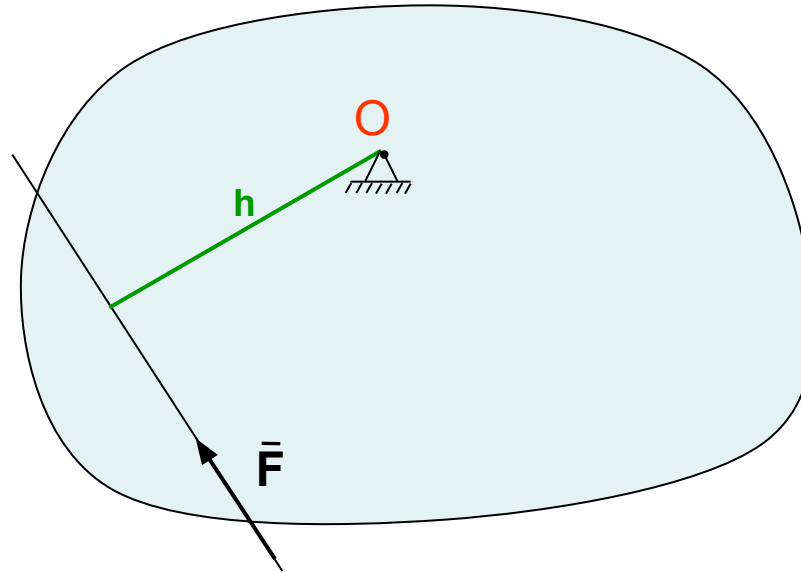


Сила \vec{F} , не проходящая через точку крепления тела **O**, вызывает вращение тела относительно точки

Действие такой силы на тело оценивается *моментом*

Момент силы относительно точки численно равен произведению модуля силы на расстояние h от точки до линии действия силы.

Перпендикуляр h , опущенный из точки на линию действия силы, называется **плечом силы**



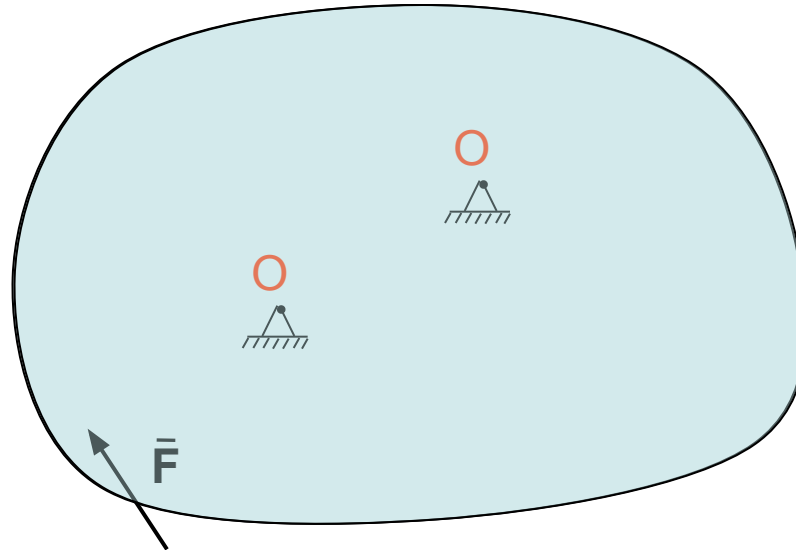
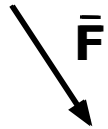
Обозначение момента $m_o(\mathbf{F})$

$$m_o(\mathbf{F}) = \pm F \cdot h$$

Единица измерения $[m_o(\mathbf{F})] = \text{Н} \cdot \text{м}$

Момент считается **положительным**, если сила разворачивает тело против хода часовой стрелки.

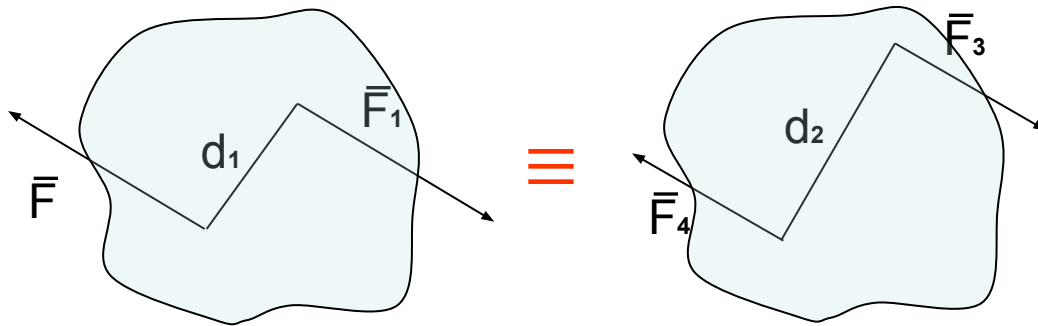
Момент силы относительно точки равен **нулю**, если линия действия силы проходит через точку, т.к. в этом случае расстояние от точки до силы равно нулю.



Момент считается **отрицательным**, если сила разворачивает тело по часовой стрелке.

Примеры решения задач.

Пример 1. Дана пара сил $|F| = |F_1| = 42 \text{ кН}$; плечо 2 м . Заменить заданную пару сил эквивалентной парой с плечом $0,7 \text{ м}$.



Решение:

Пары сил **эквивалентны**, если моменты этих пар численно равны:

$$m_1 = F_1 d_1 = 42 \cdot 2 = 84 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$m_2 = F_3 d_2;$$

$$m_1 = m_2$$

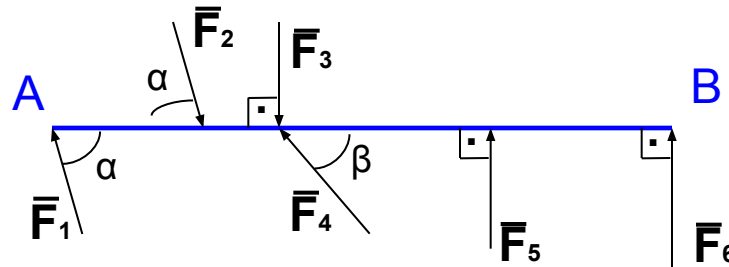


Откуда $F_3 = \frac{84}{0,7} = 120 \text{ кН}$

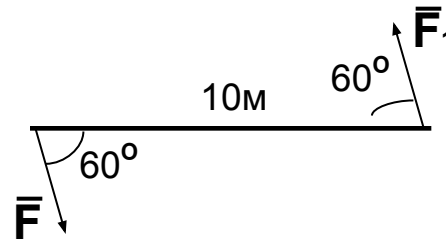
Контрольные вопросы и задания.

1. Какие силы из системы сил образуют пары?

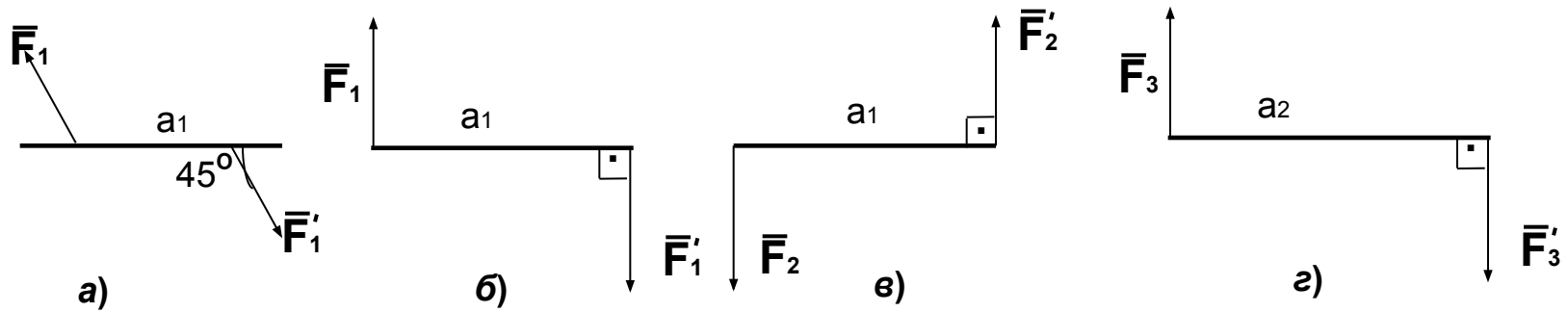
$$F_1 = F_2 = F_4; \quad F_3 = F_6; \quad F_5 = 0,7F_6$$



2. Определите момент пары сил $m(\vec{F}; \vec{F}_1)$, если $F = F_1 = 5 \text{ kH}$.



3. Какие из изображенных пар эквивалентны, если $F_1=F_2=8\text{kH}$; $F_3=6,4\text{kH}$; $a_1=2\text{м}$; $a_2=2,5\text{м}$.



4. Какую силу необходимо приложить в точке С, чтобы алгебраическая сумма моментов всех сил относительно точки О была равна нулю $\sum_{k=1}^n m_o(F_k)=0$? $OA=AB=BC=5\text{м}$; $F_1=7,8\text{kH}$; $F_2=3\text{kH}$

