

# Анализ риска



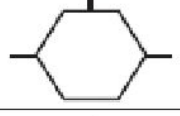



Дерево

## Логические символы.

Логические символы (знаки) связывают события в соответствии с их причинными взаимосвязями. Обозначения логических знаков приведены в табл. 1. Логический символ (знак) может иметь один или несколько входов, но только один выход, или выходное событие.

Таблица 1

## Логические символы

| Стро-ка | Символ логи-ческого знака  | Название логического знака                          | Причинная взаимосвязь  |
|---------|--|---|--|
| 1       |    | <b><i>И</i></b>                                     | Выходное событие происходит, если все входные события случаются одновременно                   |
| 2       |    | <b><i>ИЛИ</i></b>                                   | Выходное событие происходит, если случается любое из входных событий                           |
| 3       |    | <b><i>«Запрет»</i></b>                              | Наличие входа вызывает наличие выхода тогда, когда происходит условное событие                 |
| 4       |   | <b><i>«Приоритетное И»</i></b>                      | Выходное событие случается, если все входные события происходят в нужном порядке слева направо |
| 5       |  | <b><i>«Исключающее ИЛИ»</i></b>                     | Выходное событие происходит, если случается одно (но не оба) из входных событий                |
| 6       |  | <b><i>«m из n»</i></b><br>(голосования или выборки) | Выходное событие происходит, если случается <i>m</i> из <i>n</i> входных событий               |

**Логический знак "И" (схема совпадения).** Выходное событие логического знака "И" наступает в том случае, если все входные события появляются одновременно.

**Правило формулирования событий.** События, входные по отношению к операции "И", должны формулироваться так, чтобы второе было условным по отношению к первому, третье условным по отношению к первому и второму, а последнее - условным ко всем предыдущим. Кроме того, по крайней мере одно из событий должно быть связано с появлением выходного события.

Полная характеристика события не требуется. Иногда она даже мешает графической ясности диаграммы. Требуется лишь упорядочить события так, чтобы стоящее справа зависело от появления стоящего слева. Таким образом, появление выходного события будет определяться появлением последнего события в ряду N - событий.

**Правило применения логического знака "И".**

Если имеются несколько причин, которые должны появиться одновременно, то обычно используют операцию "И". Входы операции должны отвечать на вопрос: "Что необходимо для появления выходного события?".

**Логический знак "ИЛИ" (схема объединения).** Выходное событие логического знака **"ИЛИ"** наступает в том случае, если имеет место любое из входных событий.

**Правило формулирования событий.** События, входные по отношению к операции **"ИЛИ"**, должны формулироваться так, чтобы они вместе исчерпывали все возможные пути появления выходного события. Кроме того, любое из входных событий должно приводить к появлению выходного события.

Правило не дает способа описания событий, но оно должно выполняться при построении дерева отказа.

**Правило применения логического знака "ИЛИ".** Если любая из причин приводит к появлению выходного события, следует использовать операцию **"ИЛИ"**. Входы операции отвечают на вопрос: "Какие события достаточны для появления выходного события?".

**Порядок применения логических знаков "И" и "ИЛИ"**. Для любого события, подлежащего дальнейшему анализу, вначале рассматриваются все возможные события, являющиеся входами операций **"ИЛИ"**, затем входы операций **"И"**. Это справедливо как для головного события, так и для любого события, анализ которого целесообразно продолжить.

Примеры этих двух логических знаков показаны на рис. 2. Событие "возникновение пожара" имеет место, если два события - "утечка горючей жидкости" И "очаг воспламенения вблизи горючей жидкости", происходят одновременно. Последнее (критическое) событие случается, если происходит одно из двух событий - "наличие искры" ИЛИ "курящий рабочий".

Причинные связи, выраженные логическими знаками **«И»** и **«ИЛИ»**, являются детерминированными, так как появление выходного события полностью определяется входными событиями.

# Основные теоремы теории вероятностей

## Классическое определение вероятности

*Вероятностью* события  $A$  называется отношение числа исходов  $m$ , благоприятствующих его наступлению к числу всех исходов  $n$  (несовместных, единственно возможных и равновозможных):

$$P(A) = m/n.$$

Будем различать достоверные и невозможные события. По определению, их вероятности соответственно равны 1 и 0.

## **Геометрическое определение вероятности**

Если число исходов некоторого опыта бесконечно, то классическое определение вероятности не может служить характеристикой степени возможности наступления того или иного события. В этом случае пользуются геометрическим подходом к определению вероятности. При этом вероятность события  $A$  есть отношение меры  $A$  (длины, площади, объема) к мере  $U$  пространства элементарных событий.

## Теоремы о вероятностях событий

Произведением событий  $A$  и  $B$  называется событие  $C = A \bullet B$ , состоящее в том, что в результате испытания произошло и событие  $A$ , и событие  $B$ , т. е. оба события произошли.

Два события  $A$  и  $B$  называются *независимыми*, если вероятность появления каждого из них не зависит от того, появилось другое событие или нет. В противном случае события  $A$  и  $B$  называются *зависимыми*.

**Теорема.** Вероятность произведения двух независимых событий  $A$  и  $B$  равна произведению этих вероятностей:  $P(AB) = P(A) \bullet P(B)$ .



## **Противоположные события**

Два события называются *совместными*, если появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании.

Два события называются *противоположными*, если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно происходит. Вероятности противоположных событий в сумме дают 1.

Если событие  $A$  может произойти с вероятностью  $p$  и опыт повторяют  $n$  раз, то вероятность, что оно наступит хотя бы один раз, есть:  $1 - q^n$ , где  $q = 1 - p$ .

## Сложение вероятностей

*Суммой событий  $A$  и  $B$  называется событие  $C = A + B$ , состоящее в наступлении, по крайней мере, одного из событий  $A$  или  $B$ , т. е. в наступлении события  $A$ , или события  $B$ , или обоих этих событий вместе, если они совместны.*

**Теорема.** Вероятность суммы двух несовместных событий  $A$  и  $B$  равна сумме вероятностей этих событий:  $P(A+B) = P(A) + P(B)$ .

## Условная вероятность

Пусть  $A$  и  $B$ — зависимые события. Условной вероятностью  $P_A(B)$  события  $B$  называется вероятность события  $B$ , найденная в предположении, что событие  $A$  уже наступило.

**Теорема.** Вероятность произведения двух зависимых событий  $A$  и  $B$  равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденного в предположении, что первое событие уже наступило:  $P(AB) = P(A) \cdot P_A(B)$ .

**Теорема.** Вероятность суммы двух совместных событий  $A$  и  $B$  равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их произведения:  $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ .

## Формула Бернулли

Для многократно повторяемых опытов справедлива формула Бернулли:

$P_{m, n} = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$ , где  $m$  — число удачных исходов среди проводимых  $n$  опытов,  $p$  — вероятность наступления благоприятного исхода в единичном опыте,  $q = 1 - p$ .

**Пример** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

**Решение.**

Рассмотрим события

$A$  = кофе закончится в первом автомате,  
 $B$  = кофе закончится во втором автомате.

Тогда

$A \cdot B$  = кофе закончится в обоих автоматах,  
 $A + B$  = кофе закончится хотя бы в одном автомате.

По условию  $P(A) = P(B) = 0,3$ ;  $P(A \cdot B) = 0,12$ .

События  $A$  и  $B$  совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48.$$

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна  $1 - 0,48 = 0,52$ .

Ответ: 0,52.