

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики

КУРСОВАЯ РАБОТА

по курсу «Элементарная математика»

тема: «Задачи с параметром в материалах Государственной итоговой аттестации и методы их решения.

(По материалам ЕГЭ за последние 5 лет)»

Выполнил студент:

11 группы 1 курса очной формы обучения
физико-математического факультета
Иванова Кира Кирилловна

Научный руководитель:

Ст. преподаватель Высоцкая П. А.

Цель:

Изучение задач с параметрами в материалах государственной итоговой аттестации и методов их решения.

Задачи:

1. Провести теоретический анализ литературы по данной теме;
2. Дать определение параметра, рассмотреть типы задач с параметром; выделить основные методы их решения;
3. Подобрать серию задач с параметром, решаемых с помощью основных методов.

Введение:

В последние годы задачи с параметрами постоянно содержатся в заданиях Государственной итоговой аттестации по математике, а умение решать данные задачи во многом является залогом достижения высокого экзаменационного балла. Данные задачи позволяют проверить владение формулами элементарной математики, методами решения уравнений и неравенств, определить навыки математической исследовательской деятельности, уровень логического мышления учащегося.

Определение понятия «параметр» и «задача с параметром»

Параметр – это независимая переменная, значение которой в данной задаче считается фиксированным.

Задача, условие которой содержит или в ходе решения которой появляется хотя бы одна независимая переменная, удовлетворяющая определению понятия «параметр», называется **задачей с параметрами**.

Типы задач с параметром, встречающиеся в материалах Государственной итоговой аттестации

1) Найти все значения параметра, для каждого из которых выполняются те или иные условия (уравнение, неравенство или система имеют определённое число решений; решение принадлежит определённому множеству или удовлетворяет определённым ограничениям и т. п.; сами решения находить при этом, как правило, не требуется).

Пример. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + a + 2| + |x - a^2 + 3a - 1| = 2a - 3$$

имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу $(4; 19)$.

Типы задач с параметром, встречающиеся в материалах Государственной итоговой аттестации

2) Найти все значения параметра, при каждом из которых задача имеет хотя бы одно решение, и указать эти решения для каждого такого значения параметра (кратко: «при каждом значении параметра решить уравнение (неравенство, систему)»).

Пример. При каждом значении параметра a решить неравенство

$$\frac{5}{x - 3a} > 3a.$$

Сравнительный анализ задач с параметром демоверсий ЕГЭ по математике ФИПИ с вариантами досрочного и основного этапа ЕГЭ

Рассмотрев и сравнив задачи с параметром из вариантов демоверсий ФИПИ, досрочного и основного этапа ЕГЭ за последние пять лет можно сделать выводы о том, что задачи с параметром демоверсий ФИПИ во всех случаях совпадают с задачами досрочного и основного этапа ЕГЭ и относятся к первому типу, описанному нами выше.

Аналитический метод

Основной частью аналитического метода решения задач является метод эквивалентных или равносильных преобразований. Предлагаемый подход к решению уравнений и неравенств с параметрами, их систем или совокупностей основан на замене одного математического высказывания другим равносильным математическим высказыванием. Задача рассматривается как некоторое логическое высказывание, область истинности которого предстоит установить в результате его рассмотрения. При этом исходное условие рядом равносильных преобразований или преобразований следствий приводится к совокупности простейших логических утверждений, истинность или ложность которых считается установленной.

В аналитическом методе решения задач чаще всего используется приём дробления – разделение условия задачи на совокупность более простых условий.

Аналитический метод

Пример. Найдите все значения параметра a , для каждого из которых уравнение

$$\frac{2x^2 - 6x + 3}{x^2 - 3x + 4} = a + 1$$

имеет хотя бы один корень.

Решение:

$$(x^2 - 3x + 4)(a + 1) = (2x^2 - 6x + 3)$$

$$x^2a + x^2 - 3xa - 3x + 4a + 4 = 2x^2 - 6x + 3$$

$$x^2a + x^2 - 3xa - 3x + 4a + 4 - 2x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$x^2a - x^2 - 3xa + 3x + 4a + 1 = 0$$

$$(\alpha - 1)x^2 - 3(\alpha - 1)x + 4\alpha + 1 = 0$$

Решение:

При $a=1$ уравнение не имеет корней

$$\begin{aligned}\text{При } a \neq 1 \quad D &= 9(a-1)^2 - 4(a-1)(4a+1) = \\ &= 9(a^2 - 2a + 1) - 4(4a^2 + a - 4a - 1) = \\ &= 9a^2 - 18a + 9 - 16a^2 + 12a + 4 = \\ &= -7a^2 - 6a + 13\end{aligned}$$

$$a_1 = \frac{6-20}{-14} = 1 \quad a_2 = \frac{6+20}{-14} = -\frac{13}{7}$$

$$-7a^2 - 6a + 13 = -7(a-1)\left(a + \frac{13}{7}\right)$$

$$(a-1)\left(a + \frac{13}{7}\right) \leq 0$$

Ответ: $\left[-\frac{13}{7}; 1\right)$

Графический метод

Любая задача с параметрами есть задача как минимум с двумя переменными – аргументом и параметром. Следовательно, решение задачи - упорядоченный набор их значений, может рассматриваться как координаты точки некоторого евклидова пространства. Данный метод лучше всего работает, если условие задачи содержит вопрос о количестве корней в зависимости от значений параметра или определения значений параметра, при которых решение отсутствует или единственно.

Графический метод

Пример. Найти все значения параметра a , при каждом из которых хотя бы одно решение неравенства

$$x^2 + |x + a - 3| + 5 \leq 5x + a$$

принадлежит отрезку $[1;2]$.

Решение.

$$|x + a - 3| \leq 5x + a - 5 - x^2$$

$$\begin{cases} x + a - 3 \leq 5x + a - 5 - x^2 \\ x + a - 3 \geq -5x - a + 5 + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + a - 3 - 5x - a + 5 + x^2 \leq 0 \\ x + a - 3 + 5x + a - 5 - x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 2 \leq 0 \\ -x^2 + 6x - 8 \geq -2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 2 \leq 0 \\ x^2 - 6x + 8 \leq 2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 2 \leq 0 \\ \frac{x^2}{2} - 3x + 4 \leq a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 2 \leq 0 \\ a \geq \frac{x^2}{2} - 3x + 4 \end{cases}$$

Графический метод

Решение:

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

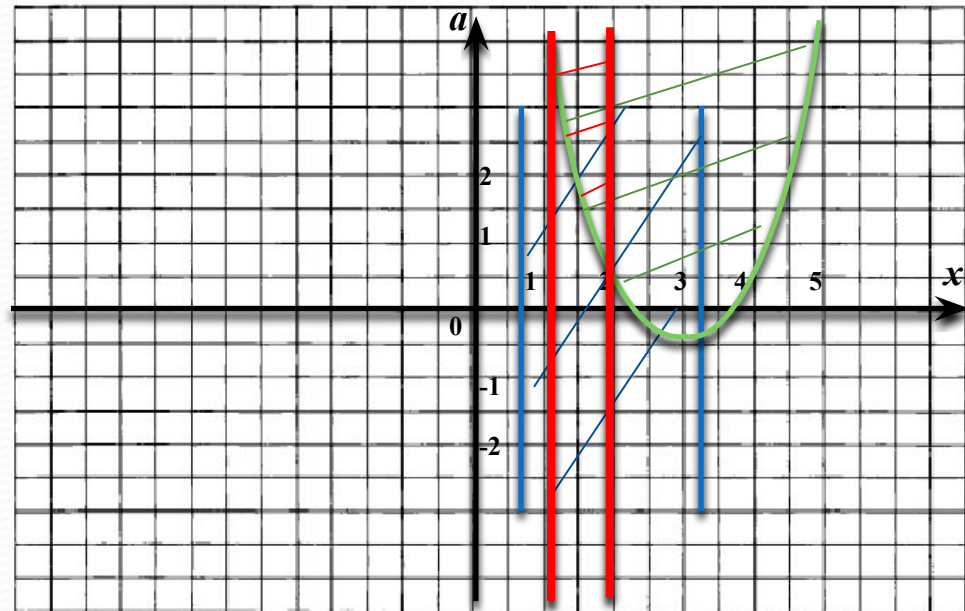
$$x_1 = 2 - \sqrt{2}$$

$$x_2 = 2 + \sqrt{2}$$

$$a \geq \frac{x^2}{2} - 3x + 4$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 2 \leq 0 \\ a \geq \frac{x^2}{2} - 3x + 4 \end{cases}$$

Ответ: $a \in [0; +\infty)$



Заключение:

Цель данной работы состояла в изучении задач с параметрами в материалах государственной итоговой аттестации и методов их решения.

Изучив и проанализировав задачи с параметрами в материалах ЕГЭ по математике за последние пять лет, было выявлено, что в большинстве случаев встречаются задачи первого типа рассмотренной нами классификации. Для решения этих задач в основном используются аналитический и графический методы.

Для закрепления навыков решения задач с параметром была подобрана серия данных задач.

Таким образом, задачи выполнены, цель работы достигнута.



Спасибо за внимание!