
Глава 3

ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

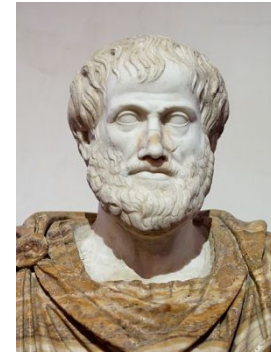
Урок 6

«Основные понятия алгебры логики»

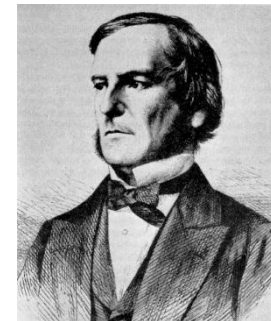
Логика

Логика (греч. *λογικός*) – наука, изучающая законы мышления.

Алгебра логики – это наука о процессах мышления, формализуемых с помощью логического языка.



Аристотель
(384-322 до н.э.)

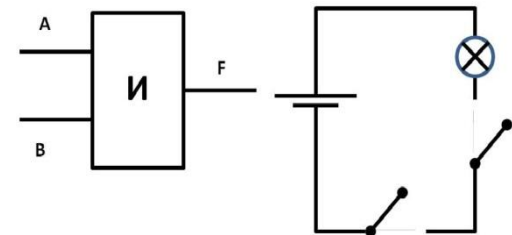
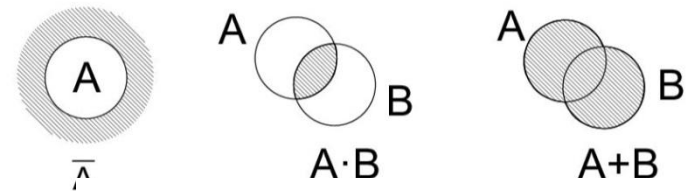
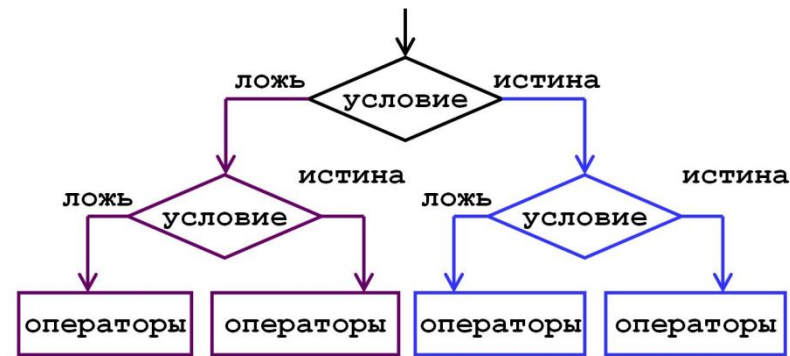


Джорж Буль
(1815-1865)

Алгебра логики

- ✓ абстрактна
- ✓ применима к объектам любой природы, которые могут быть описаны состояниями:

Истина (1)
Ложь (0)



1. Какими элементарными объектами оперирует алгебра логики?

Высказывание — утверждение, которое является истинным или ложным.

2. Являются ли следующие предложения высказываниями?

- а) Если $D < 0$, то уравнение не имеет решения.
- б) Биссектриса угла — это геометрическое место точек внутри угла, равноудаленных от сторон угла.
- в) В гелиоцентрической системе все планеты вращаются вокруг Земли.
- г) В 2009 году исполнилось 135 лет периодической системе Менделеева.

3. Как образуются сложные высказывания?

Простое логическое высказывание:

- ✓ из одного высказывания
- ✓ не содержит логических операций.

Сложное логическое высказывание состоит из простых высказываний с помощью логических операций.

Логическая операция — действие, которое создает новое высказывание и устанавливает его истинность по некоторому правилу.

4. Логическая функция

Таблица истинности

1. Сложное логическое высказывание задает **логическую функцию**, аргументами функции - простые высказывания $F(A, B, \dots, Z)$.

2. Значения логической функции $F(A, B, \dots, Z)$ для различных сочетаний аргументов (логических переменных) A, B, \dots, Z задаются **таблицей**

ИСТИННОСТИ.

в левой части

таблицы

– значения

в правой части таблицы аргументов

– значения функции

A	B	C	$\overline{A \vee (B \wedge C)}$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

5. Базовые логические операции

Инверсия

(отрицание, НЕ)

Логическая переменная	Инверсия $F = \overline{A}$
0	1
1	0

Дизъюнкция

(логическое сложение, ИЛИ)

Подсказка: если есть хотя бы одна (1), то результат (1)

Логические переменные		Дизъюнкция $F = A \vee B$
A	B	
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Конъюнкция

(логическое умножение, И)

Подсказка: если есть хотя бы один (0), то результат (0)

Логические переменные		Конъюнкция $F = A \wedge B$
A	B	
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

6. Какая из предложенных фраз является результатом конъюнкции, дизъюнкции, инверсии?

- а) Труд не облагораживает человека.
- б) Корреспондент должен быть эрудированным и коммуникабельным.
- в) Хорошо, когда утро начинается с зарядки и обливания холодной водой.
- г) Заслуженной актрисе предложили сидеть на премьерном спектакле в партере или бельэтаже.

Проверка базовых знаний. «Проверь себя»

1. Работа выполняется в тетради.
2. Сделайте заготовку для 6 вопросов:
 - 1.
 - 2.
 - 3.
 - 4.
 - 5.
 - 6.
3. Вопросы меняются автоматически через 0,5с.
4. По окончании – самопроверка.

1 вопрос

Назовите логическую операцию, которая в записи логического выражения обозначается:

A V B

2 вопрос

Заполните недостающее значение в таблице ИСТИННОСТИ

Исходные высказывания		$A \wedge B$
A	B	
0	0	0
0	1	0
1	0	
1	1	1

3 вопрос

Назовите логическую операцию, которая в записи логического выражения обозначается:

$\neg A$

4 вопрос

Заполните недостающее значение в таблице истинности

Исходные высказывания		$A \vee B$
A	B	
0	0	0
0	1	
1	0	1
1	1	1

5 вопрос

Назовите логическую операцию, которая в записи логического выражения обозначается:

A \wedge B

6 вопрос

Заполните недостающие значения в таблице истинности

Исходные высказывания	$\neg A$
A	
0	
1	

Проверьте правильность ответов

1. дизъюнкция (логическое сложение)
2. 0
3. инверсия (отрицание)
4. 1
5. конъюнкция (логическое умножение)
6. 1, 0

Построение таблицы истинности логического выражения

Этапы:

1. определить количество логических переменных
2. заполнить левую часть таблицы истинности (значения логических переменных)
3. заполнить правую часть таблицы истинности (значения функции), можно добавить промежуточные значения с учетом приоритетности выполнения

Аналогия операций:
арифметическим действиями

Алгебра
 $(A+B*C)*D$

Алгебра логики
 $(A \vee B) \wedge C$

Приоритеты выполнения логических операций:

1. операции в скобках
2. инверсия
3. конъюнкция
4. дизъюнкция

Пример построения таблицы истинности

$$F(A, B) = \overline{(\overline{A \vee B}) \wedge B}$$

Логические переменные		Промежуточные значения			Значение функции
A	B	\overline{A}	$(\overline{A} \vee B)$	$(\overline{A} \vee B) \wedge B$	$F = \overline{((\overline{A} \vee B) \wedge B)}$
0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0

Задания для самостоятельной работы

3.1. Составьте таблицы истинности для логического выражения:

а) $\overline{A \vee B}$;

3.2. Составьте таблицы истинности для логического выражения:

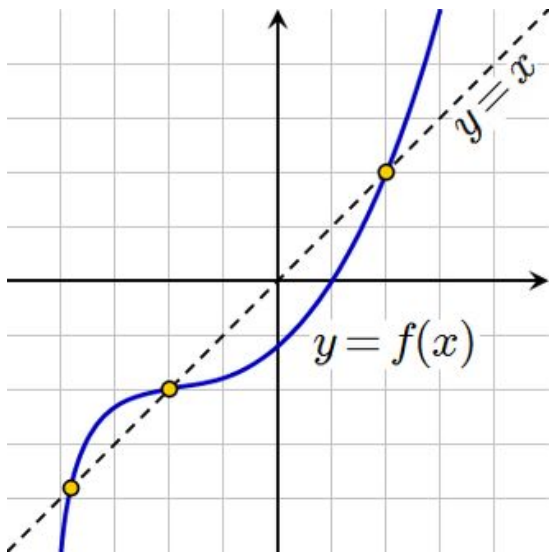
а) $(A \wedge B) \vee \overline{C}$;

Равносильность логических

выражений

Аналогия:

равносильность
алгебраических уравнений



Уравнение $\sqrt{2x^2 - 1} = x$
 $2x^2 - 1 = x^2$

$$f(x_1, x_2 \dots) = g(x_1, x_2 \dots),$$

Равносильность логических выражений

логические выражения
имеют одинаковые
значения для каждого
сочетания логических
переменных.

Равносильность логических выражений

Сравнение таблиц истинности

Пример 3.1. Какое из перечисленных логических выражений равносильно выражению $(A \vee B)$? Укажите номер правильного варианта ответа.

- 1) $\bar{A} \wedge B$;
- 2) $\overline{(A \wedge B)}$;
- 3) $\bar{A} \wedge \bar{B}$;
- 4) $\bar{A} \vee B$.

Логические переменные		Значение функции	Варианты ответа			
			1	2	3	4
<i>A</i>	<i>B</i>	$\overline{(A \vee B)}$	$\bar{A} \wedge B$	$\overline{(A \wedge B)}$	$\bar{A} \wedge \bar{B}$	$\bar{A} \vee B$
0	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1

Равносильность логических выражений

Сравнение таблиц истинности

Задания для самостоятельной работы

3.3. Какое логическое выражение равносильно выражению

$$(\bar{A} \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})?$$

- 1) \bar{A} ; 2) \bar{B} ; 3) $A \vee \bar{B}$; 4) $\overline{A \wedge B}$.

Равносильность логических выражений

Сравнение таблиц истинности

Задания для самостоятельной работы

3.4. Какое логическое выражение равносильно выражению $(\bar{A} \vee B) \wedge (A \vee \bar{B})$? Запишите номер правильного ответа.

1) $A \vee B$

2) $\bar{A} \wedge \bar{B}$

3) $\overline{(A \vee B)}$

4) $\overline{(A \wedge B)} \vee (A \wedge B)$

Домашнее задание

- Гл.4, с.190-205