

---

# Глава 3

## ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

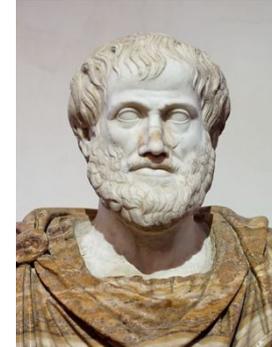
### Урок 6

## «Основные понятия алгебры логики»

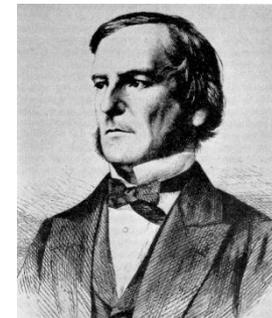
# Логика

**Логика** (греч. *λογικός*) – наука, изучающая законы мышления.

**Алгебра логики** – это наука о процессах мышления, формализуемых с помощью логического языка.



Аристотель  
(384-322 до н.э.)

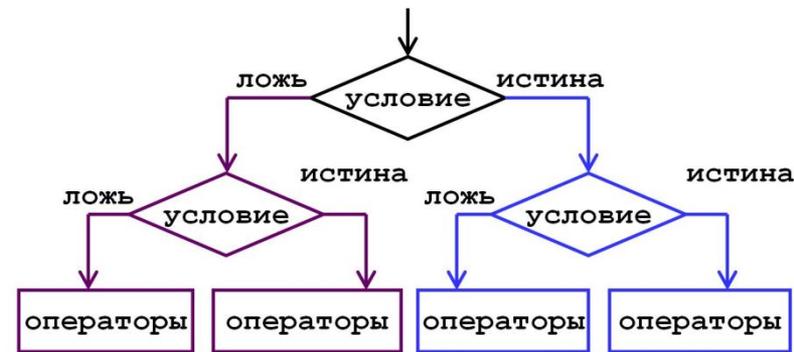


Джорж Буль  
(1815-1865)

# Алгебра логики

- ✓ абстрактна
- ✓ применима к объектам любой природы, которые могут быть описаны состояниями:

Истина (1)  
Ложь (0)



«ИСТИНА»  «ЛОЖЬ»

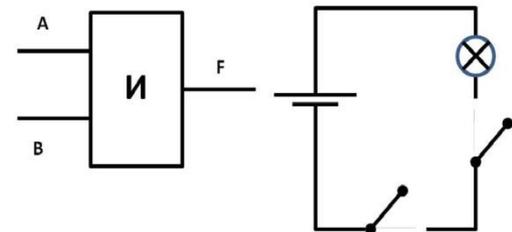
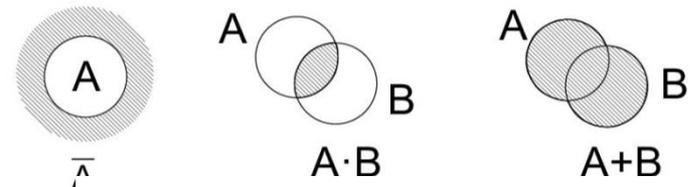
---

это то, что соответствует действительности



Толковый словарь

это то, что действительности не соответствует



# 1. Какими элементарными объектами оперирует алгебра логики?

***Высказывание*** — утверждение, которое является истинным или ложным.

## 2. Являются ли следующие предложения высказываниями?

- а) Если  $D < 0$ , то уравнение не имеет решения.
- б) Биссектриса угла — это геометрическое место точек внутри угла, равноудаленных от сторон угла.
- в) В гелиоцентрической системе все планеты вращаются вокруг Земли.
- г) В 2009 году исполнилось 135 лет периодической системе Менделеева.

### 3. Как образуются сложные высказывания?

Простое логическое высказывание:

- ✓ из одного высказывания
- ✓ не содержит логических операций.

Сложное логическое высказывание строится из простых высказываний с помощью логических операций.

**Логическая операция — действие, которое создает новое высказывание и устанавливает его истинность по некоторому правилу.**

# 4. Логическая функция

## Таблица истинности

1. Сложное логическое высказывание задает **логическую функцию**, аргументами функции - простые высказывания  $F(A, B, \dots, Z)$ .

2. Значения логической функции  $F(A, B, \dots, Z)$  для различных сочетаний аргументов (логических переменных)  $A, B, \dots, Z$  задаются **таблицей**

### **ИСТИННОСТИ.**

в левой части

таблицы

– значения

в правой части таблицы аргументов

– значения функции

$A$	$B$	$C$	$\overline{A \vee (B \wedge C)}$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

# 5. Базовые логические операции

## Инверсия

(отрицание, НЕ)

Логическая переменная	Инверсия $F = \overline{A}$
0	1
1	0

## Дизъюнкция

(логическое сложение, ИЛИ)

*Подсказка: если есть хотя бы одна (1), то результат (1)*

Логические переменные		Дизъюнкция $F = A \vee B$
A	B	
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

## Конъюнкция

(логическое умножение, И)

*Подсказка: если есть хотя бы один (0), то результат (0)*

Логические переменные		Конъюнкция $F = A \wedge B$
A	B	
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## 6. Какая из предложенных фраз является результатом конъюнкции, дизъюнкции, инверсии?

- а) Труд не облагораживает человека.
- б) Корреспондент должен быть эрудированным и коммуникабельным.
- в) Хорошо, когда утро начинается с зарядки и обливания холодной водой.
- г) Заслуженной актрисе предложили сидеть на премьерном спектакле в партере или бельэтаже.

# Проверка базовых знаний. «Проверь себя»

1. Работа выполняется в тетради.
2. Сделайте заготовку для 6 вопросов:
  - 1.
  - 2.
  - 3.
  - 4.
  - 5.
  - 6.
3. Вопросы меняются автоматически через 0,5с.
4. По окончании – самопроверка.

# 1 вопрос

Назовите логическую операцию, которая в записи логического выражения обозначается:

**A V B**

## 2 вопрос

Заполните недостающее значение в таблице ИСТИННОСТИ

Исходные высказывания		$A \wedge B$
A	B	
0	0	0
0	1	0
1	0	
1	1	1

## 3 вопрос

Назовите логическую операцию, которая в записи логического выражения обозначается:

$\neg A$

## 4 вопрос

Заполните недостающее значение в таблице истинности

Исходные высказывания		$A \vee B$
A	B	
0	0	0
0	1	
1	0	1
1	1	1

## 5 вопрос

Назовите логическую операцию, которая в записи логического выражения обозначается:

**A     $\wedge$     B**

## 6 вопрос

Заполните недостающие значения в таблице истинности

Исходные высказывания	$\neg A$
A	
0	
1	

# Проверьте правильность ответов

1. дизъюнкция (логическое сложение)
2. 0
3. инверсия (отрицание)
4. 1
5. конъюнкция (логическое умножение)
6. 1, 0

# Построение таблицы истинности логического выражения

## Этапы:

1. определить количество логических переменных
2. заполнить левую часть таблицы истинности (значения логических переменных)
3. заполнить правую часть таблицы истинности (значения функции), можно добавить промежуточные значения с учетом приоритетности выполнения

**Аналогия операций:  
арифметическим  
действиями**

Алгебра  
 $(A+B*C)*D$

Алгебра логики  
 $(A \vee B) \wedge C$

**Приоритеты выполнения  
логических операций:**

1. операции в скобках
2. инверсия
3. конъюнкция
4. дизъюнкция

# Пример построения таблицы истинности

$$F(A, B) = \overline{(\overline{A \vee B}) \wedge B}$$

Логические переменные		Промежуточные значения			Значение функции
$A$	$B$	$\overline{A}$	$(\overline{A} \vee B)$	$(\overline{A} \vee B) \wedge B$	$F = \overline{((\overline{A} \vee B) \wedge B)}$
0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0

# Задания для самостоятельной работы

3.1. Составьте таблицы истинности для логического выражения:

а)  $\overline{A \vee B}$ ;

3.2. Составьте таблицы истинности для логического выражения:

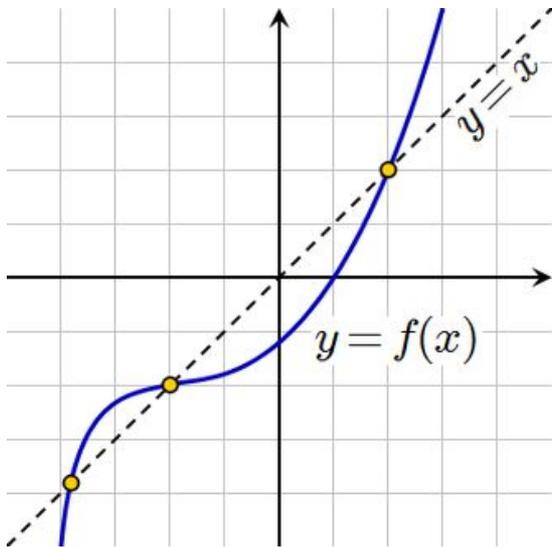
а)  $(A \wedge B) \vee \overline{C}$ ;

# Равносильность логических

## выражений

Аналогия:

равносильность  
алгебраических уравнений



Уравнение  $\sqrt{2x^2 - 1} = x$   
 $2x^2 - 1 = x^2$

$$f(x_1, x_2 \dots) = g(x_1, x_2 \dots),$$

## Равносильность логических выражений

логические выражения  
имеют одинаковые  
значения для каждого  
сочетания логических  
переменных.

# Равносильность логических выражений

## Сравнение таблиц истинности

Пример 3.1. Какое из перечисленных логических выражений равносильно выражению  $(A \vee B)$ ? Укажите номер правильного варианта ответа.

- 1)  $\bar{A} \wedge B$ ;
- 2)  $\overline{(A \wedge B)}$ ;
- 3)  $\bar{A} \wedge \bar{B}$ ;
- 4)  $\bar{A} \vee B$ .

Логические переменные		Значение функции	Варианты ответа			
			1	2	3	4
<i>A</i>	<i>B</i>	$\overline{(A \vee B)}$	$\bar{A} \wedge B$	$\overline{(A \wedge B)}$	$\bar{A} \wedge \bar{B}$	$\bar{A} \vee B$
0	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1

# Равносильность логических выражений

## Сравнение таблиц истинности

### Задания для самостоятельной работы

3.3. Какое логическое выражение равносильно выражению

$$(\bar{A} \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})?$$

- 1)  $\bar{A}$ ;    2)  $\bar{B}$ ;    3)  $A \vee \bar{B}$ ;    4)  $\overline{A \wedge B}$ .

# Равносильность логических выражений

## Сравнение таблиц истинности

### Задания для самостоятельной работы

3.4. Какое логическое выражение равносильно выражению  $(\bar{A} \vee B) \wedge (A \vee \bar{B})$ ? Запишите номер правильного ответа.

1)  $A \vee B$

2)  $\bar{A} \wedge \bar{B}$

3)  $\overline{(A \vee B)}$

4)  $\overline{(A \wedge B)} \vee (A \wedge B)$

# Домашнее задание

- Гл.4, с.190-205