

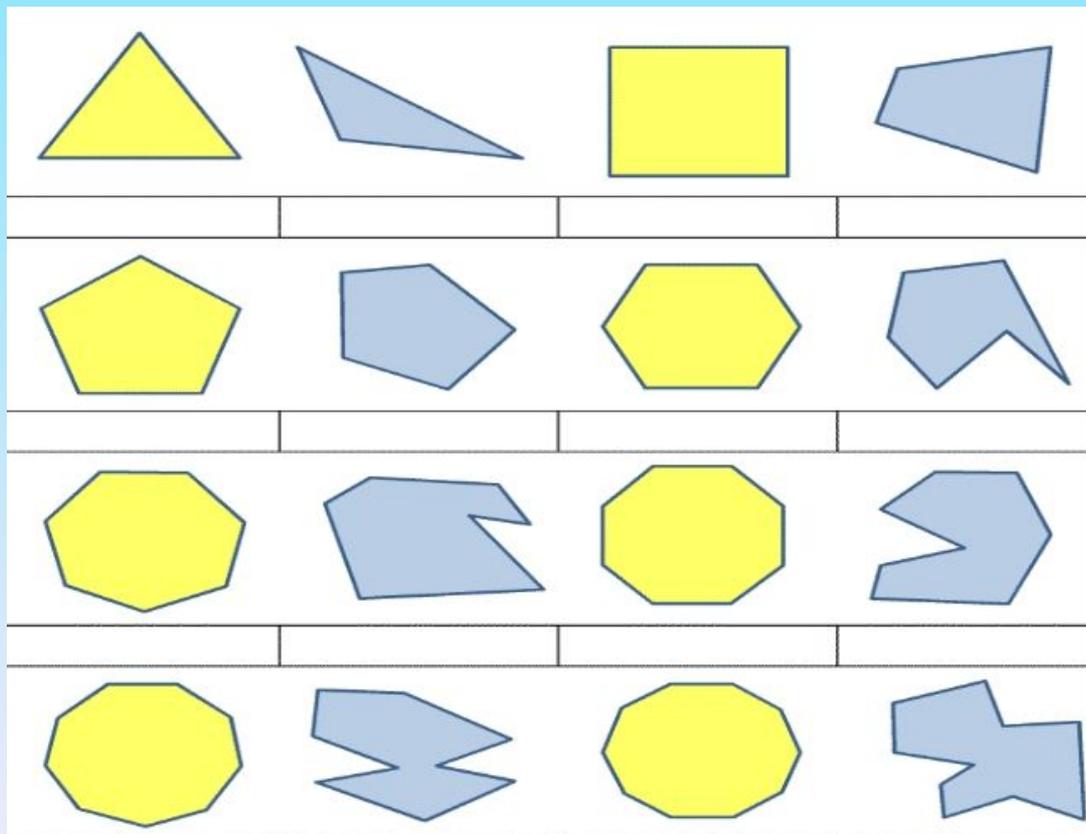
8 класс

Геометрия

**Итоговое повторение курса
геометрии 8 класса**



Многоугольники



Задача Сумма углов выпуклого многоугольника $(n - 2) \cdot 180^\circ$

Сколько сторон имеет многоугольник, если каждый угол которого равен 120° .

Решение

Обозначим n – количество вершин многоугольника.

Так как сумма углов выпуклого многоугольника $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

То следовательно $(n - 2) \cdot 180^\circ = 120^\circ \cdot n$

$$180^\circ \cdot n - 360^\circ = 120^\circ \cdot n$$

$$60^\circ \cdot n = 360^\circ$$

$$n = 360^\circ : 60^\circ$$

$$n = 6$$

Ответ: 6 сторон.

Четырехугольники

Параллелограмм

Прямоугольник

Ромб

Квадрат

Трапеция

Прямоугольник, его свойства и признаки

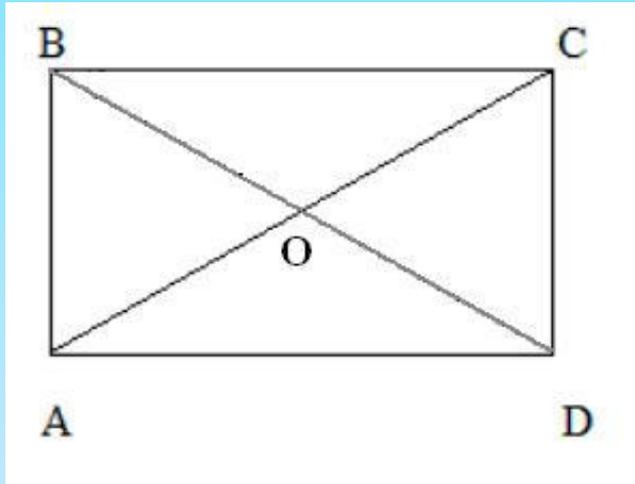
2. Свойства

- Диагонали равны
 $BD = AC$.

Обратное утверждение

3. Признаки

- Если в параллелограмме диагонали равны, то он прямоугольник.



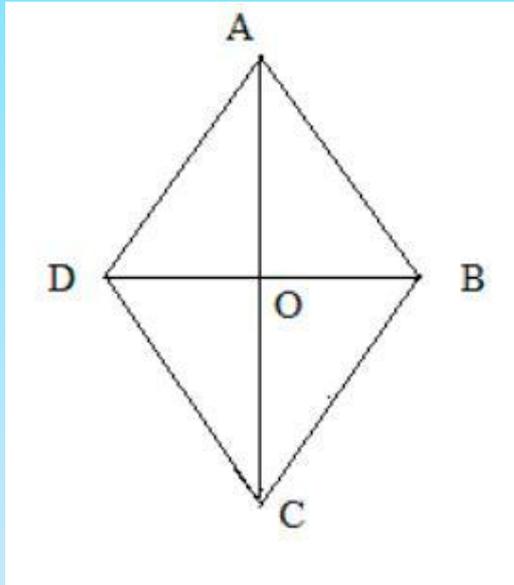
1. Определение

Параллелограмм, у которого все углы прямые.

$$\angle A = 90^\circ; \quad \angle B = 90^\circ;$$

$$\angle C = 90^\circ; \quad \angle D = 90^\circ.$$

Ромб, его свойства и признаки



Определение

Параллелограмм, у которого все стороны равны.

$$AB = BC = CD = AD$$

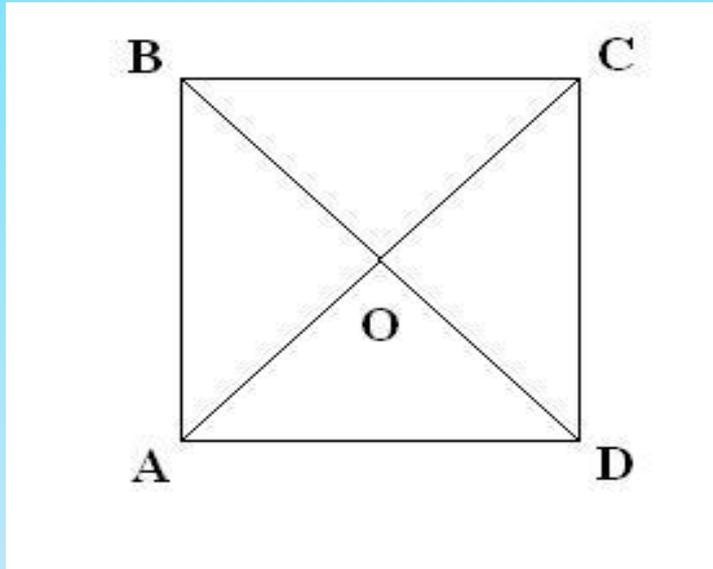
Свойства

- Диагонали взаимно перпендикулярны и делят углы пополам.

Квадрат, его свойства и признаки

Свойства

- Диагонали равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы пополам.



Определение

Прямоугольник, у которого все стороны равны.

$$\angle A = 90^\circ; \quad \angle B = 90^\circ; \quad \angle C = 90^\circ; \quad \angle D = 90^\circ.$$

$$AB = BC = CD = AD.$$

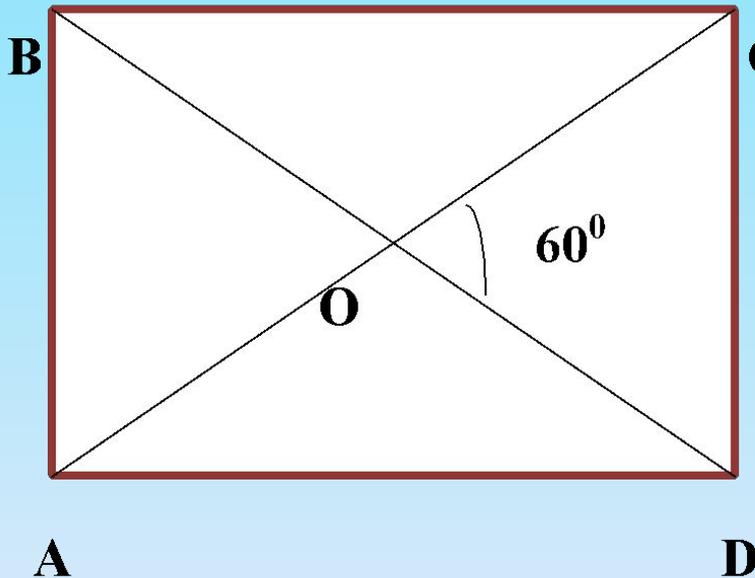
- Признаки
- Если в ромбе все углы равны, то он квадрат.
- Если в ромбе диагонали равны, то он квадрат.

$$AC \perp BD, \quad AC = BD;$$

$$\angle BAO = \angle DAO; \quad \angle BCO = \angle DCO;$$

$$\angle ABO = \angle CBO; \quad \angle ADO = \angle CDO.$$

Задача



Дано: $ABCD$ – прямоугольник; $\angle COD = 60^\circ$.

Найти: $\angle AOB$, $\angle BOC$.

Ответ: $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle BOC = 120^\circ$.

Задача

Дано: ABCD – прямоугольник;

$\angle ABD$ больше $\angle CBD$ на 20° .

Найти: углы треугольника AOD.

Ответ: $\angle A = 35^\circ$, $\angle O = 110^\circ$, $\angle D = 35^\circ$

◦

Задача

В ромбе угол между диагональю и стороной равен 25° . Найдите углы ромба.

Ответ: 50° ; 130°

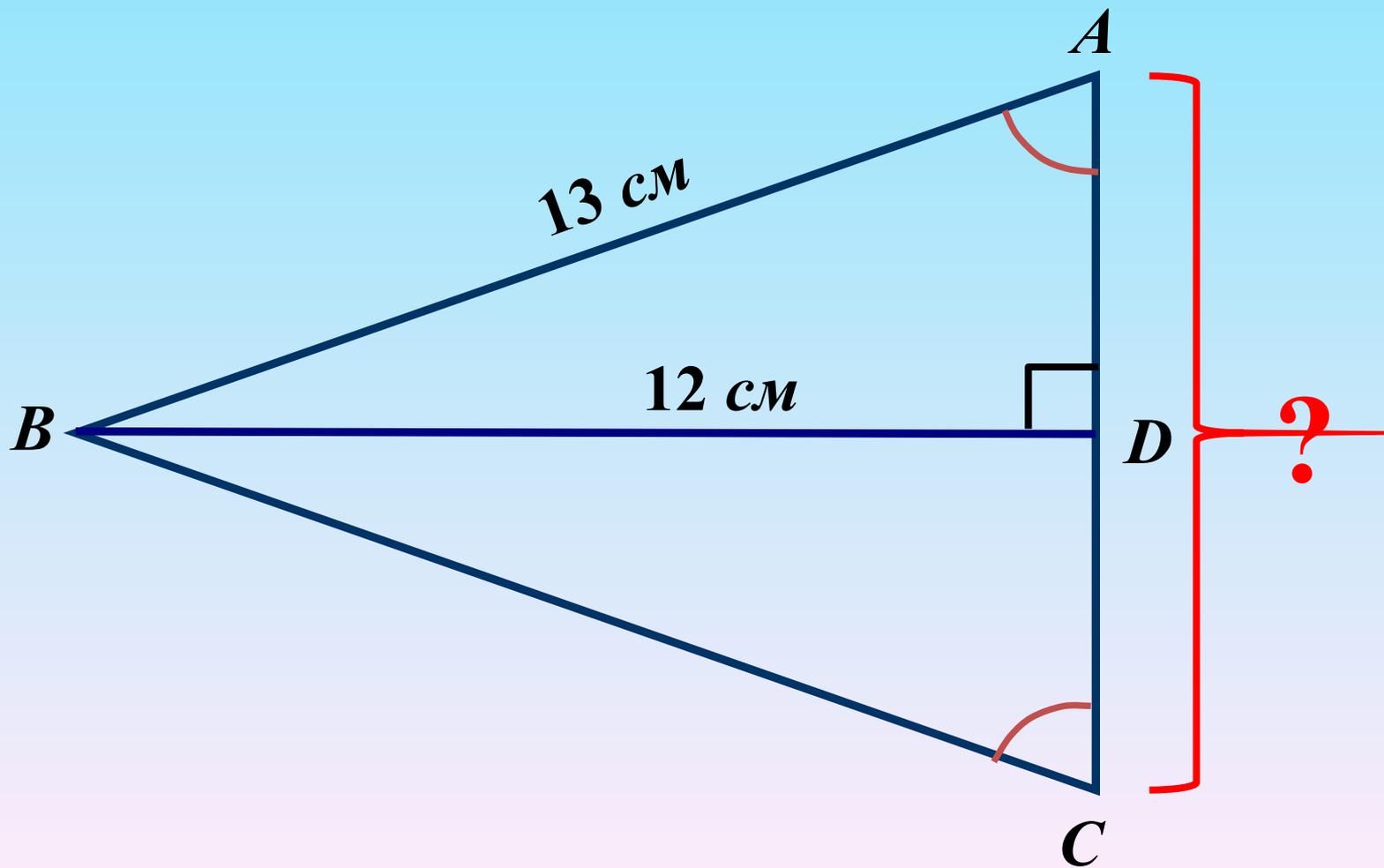
Теорема Пифагора

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

Это простота - красота - значимость

Дано: $\triangle ABC$

Найти: AC

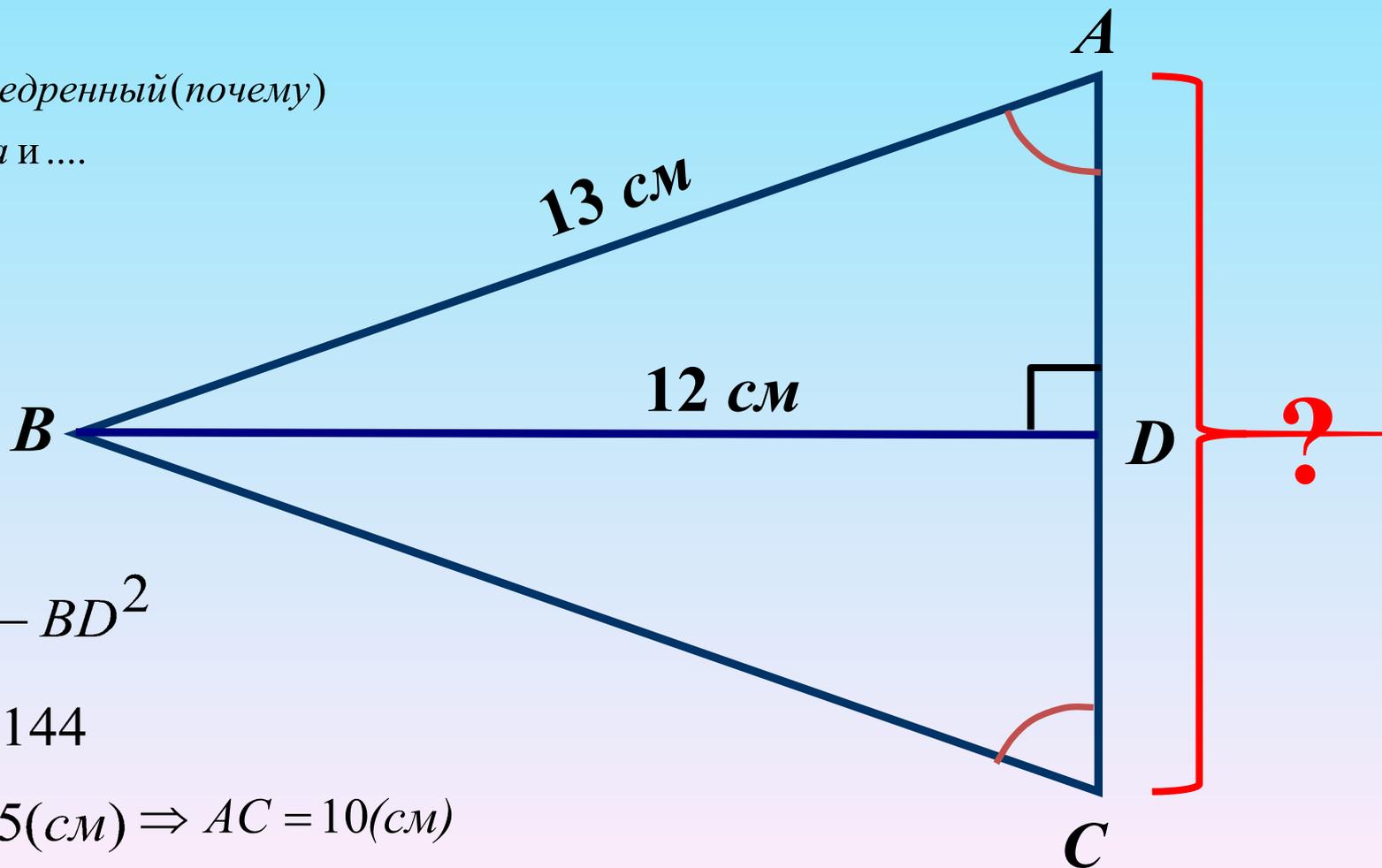


Дано: $\triangle ABC$

Найти: AC

$\triangle ABC$ – равнобедренный (почему)

$\Rightarrow BD$ – высота и ...



$$AC = 2AD$$

$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$AD^2 = 169 - 144$$

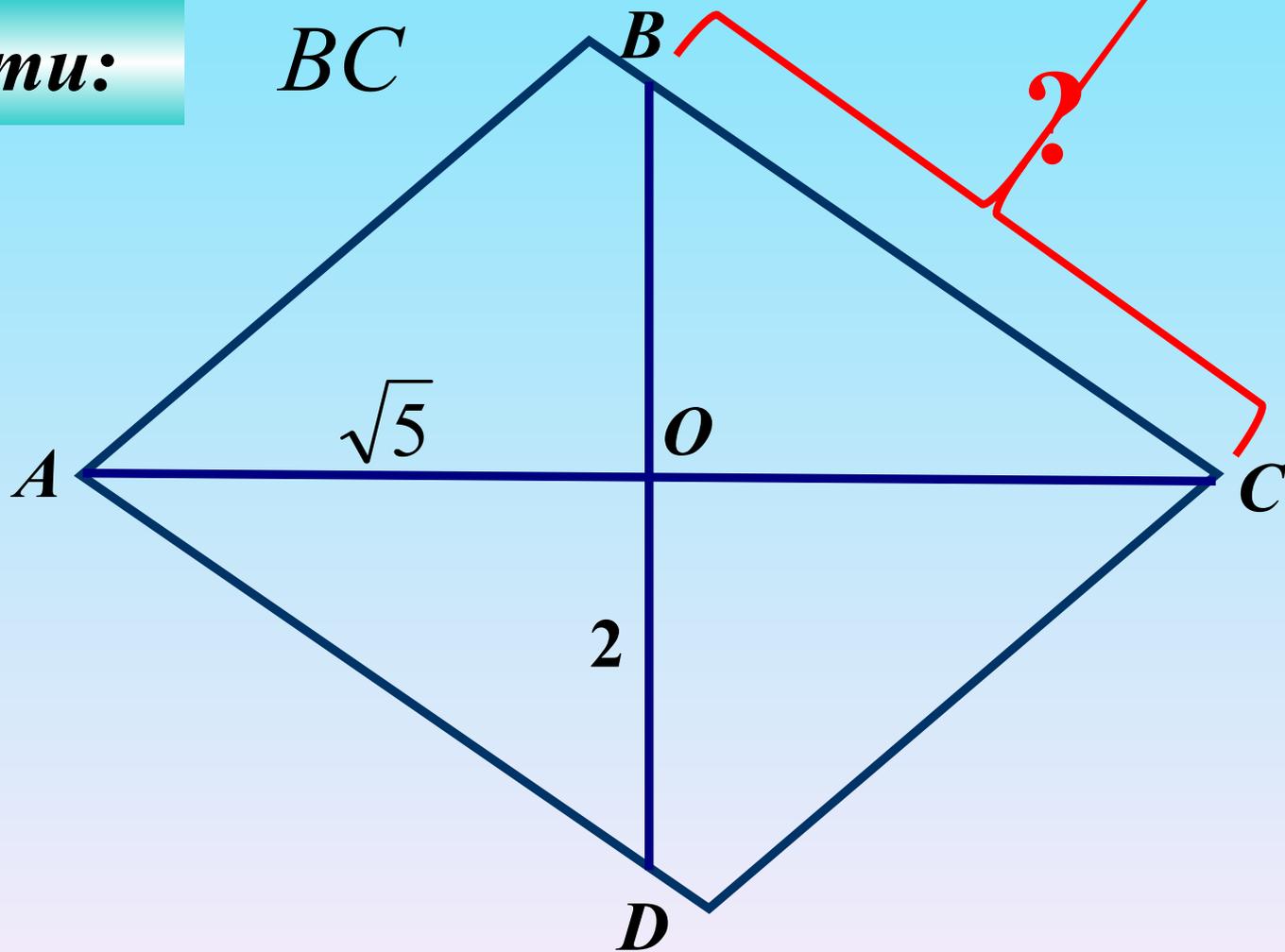
$$AD = \sqrt{25} = 5(\text{см}) \Rightarrow AC = 10(\text{см})$$

Дано:

$ABCD$ – ромб

Найти:

BC



Дано:

$ABCD$ – ромб

Найти: BC

Решение:

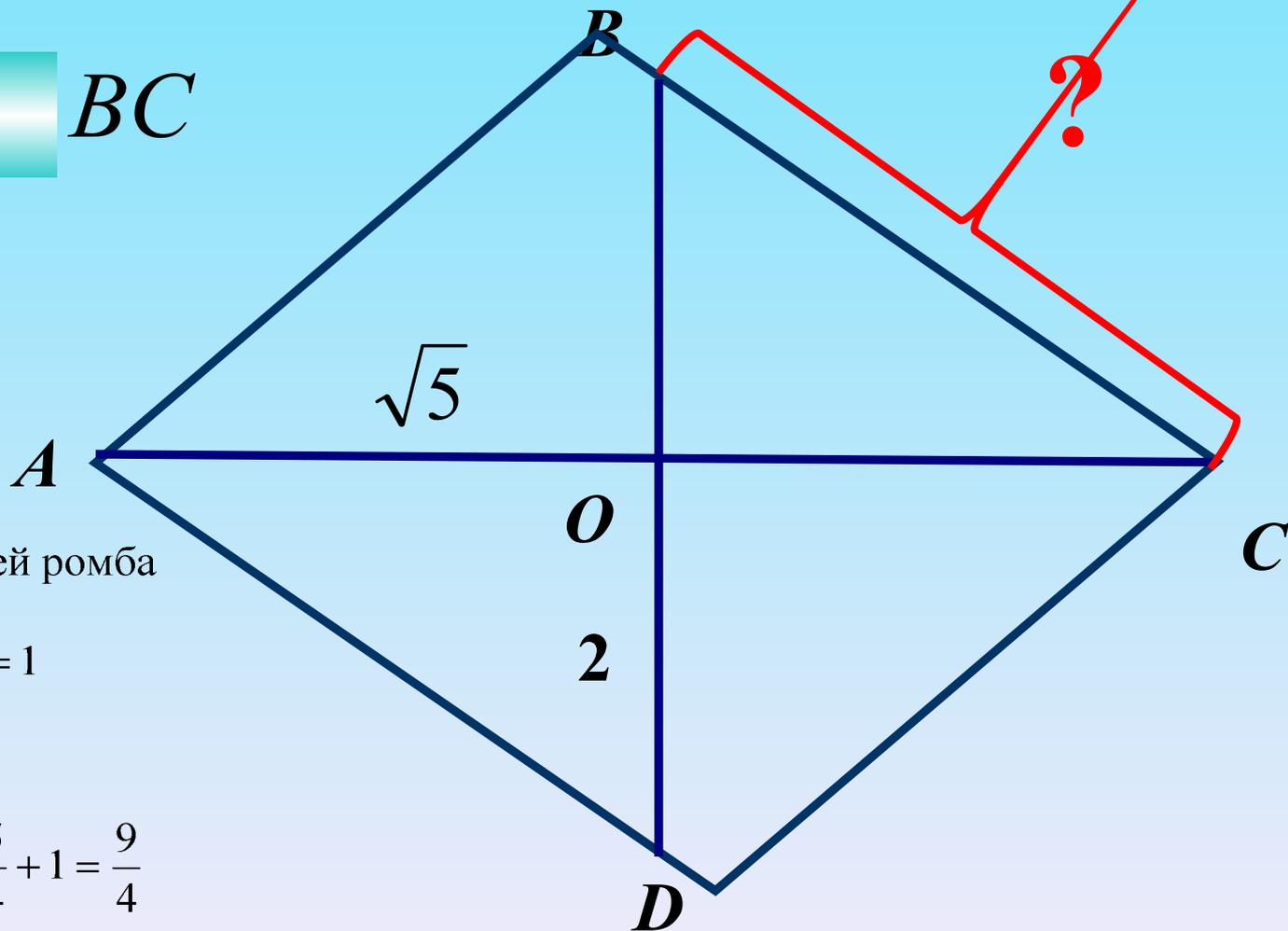
1. Свойство диагоналей ромба

$$2. OC = \frac{\sqrt{5}}{2}, OB = \frac{2}{2} = 1$$

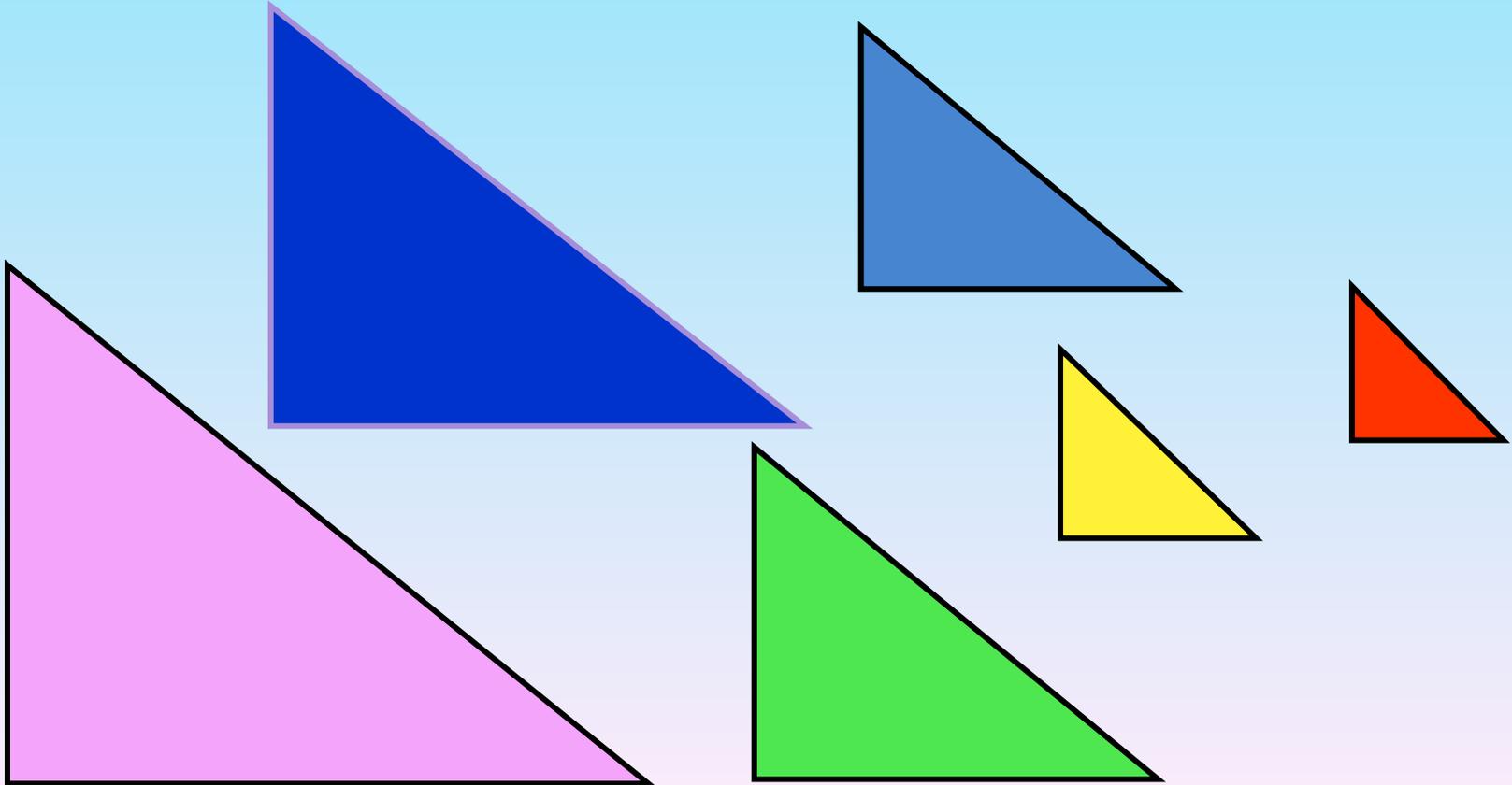
$$3. BC^2 = OB^2 + OC^2$$

$$BC^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2 = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4}$$

$$BC = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

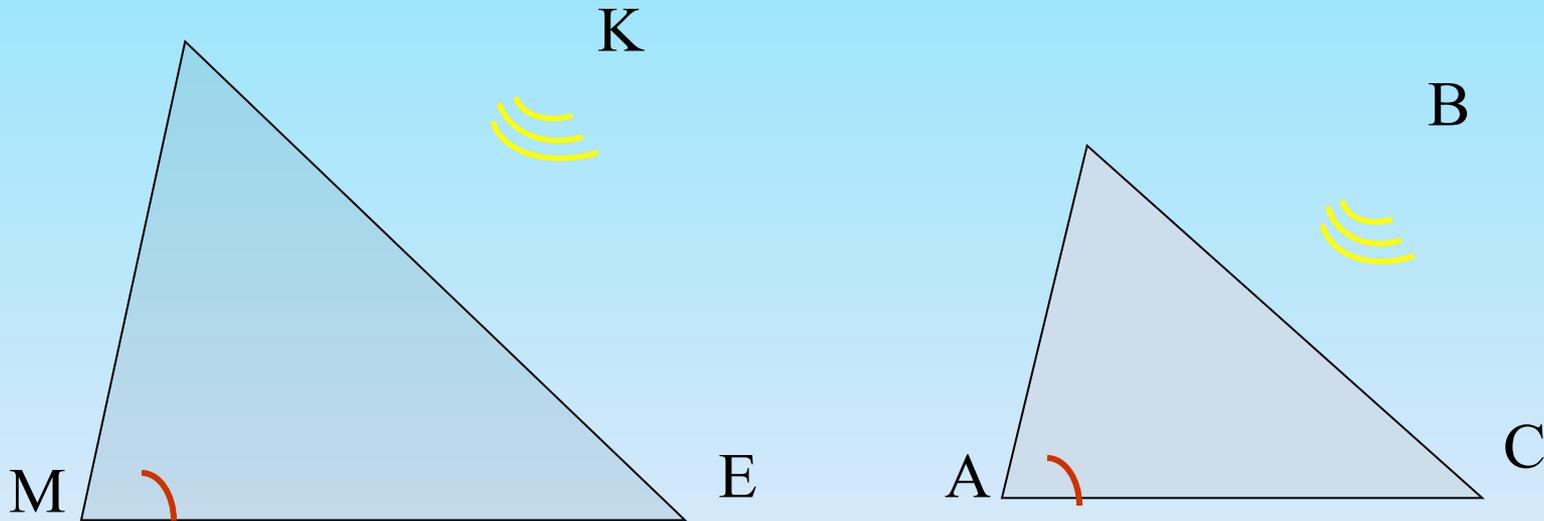


Первый признак подобия треугольников



Теорема (первый признак подобия треугольников).

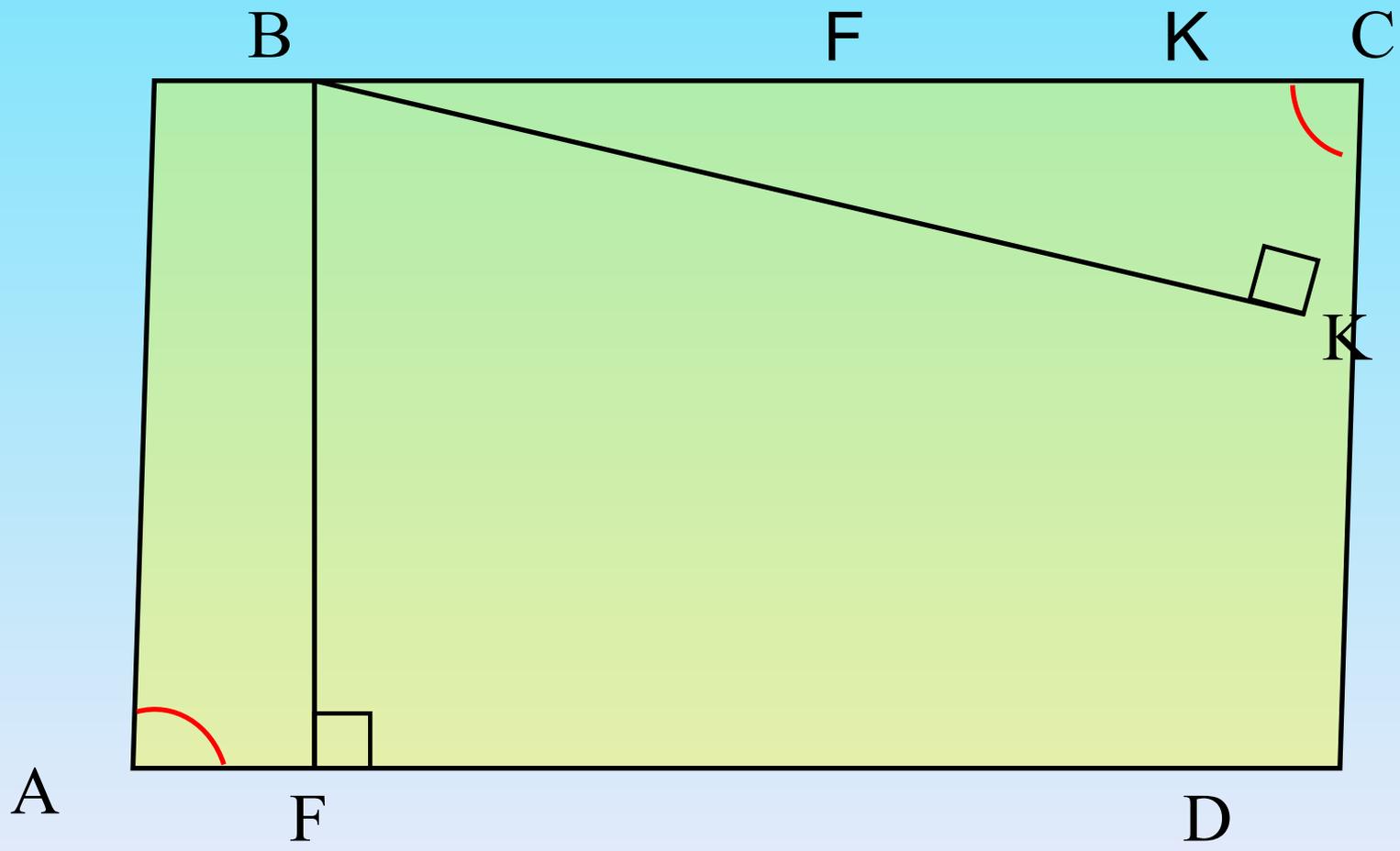
Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.



Если $\angle M = \angle A$, $\angle K = \angle B$, то $\triangle MKE \sim \triangle ABC$.

№

$\triangle ABF \cong \triangle CBK$



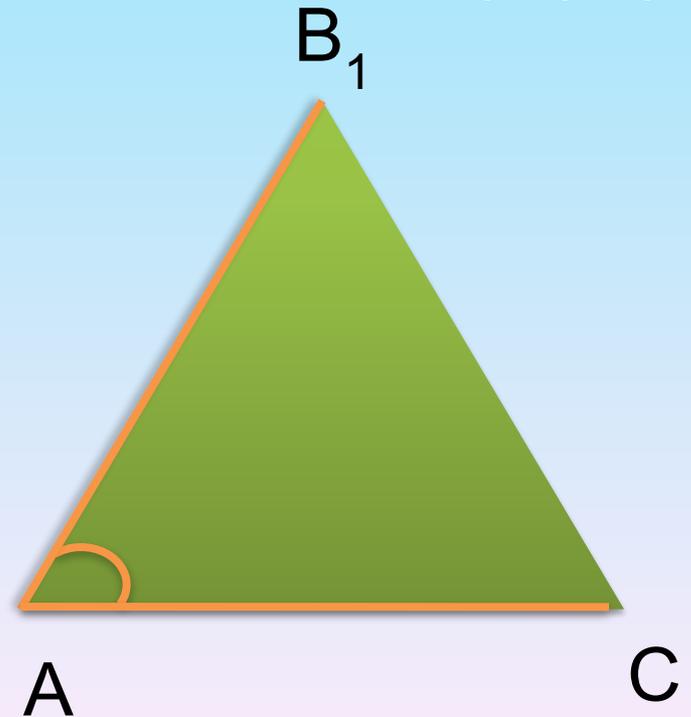
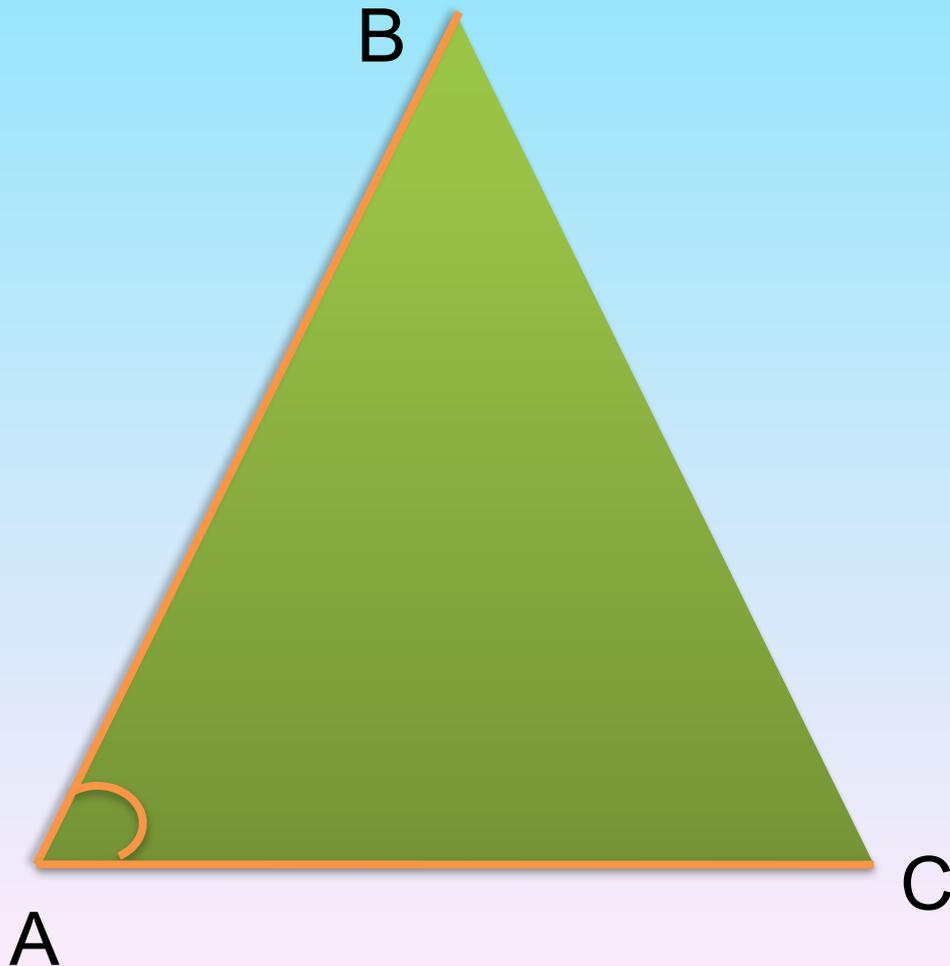
ABCD - параллелограмм

Второй признак подобия треугольников

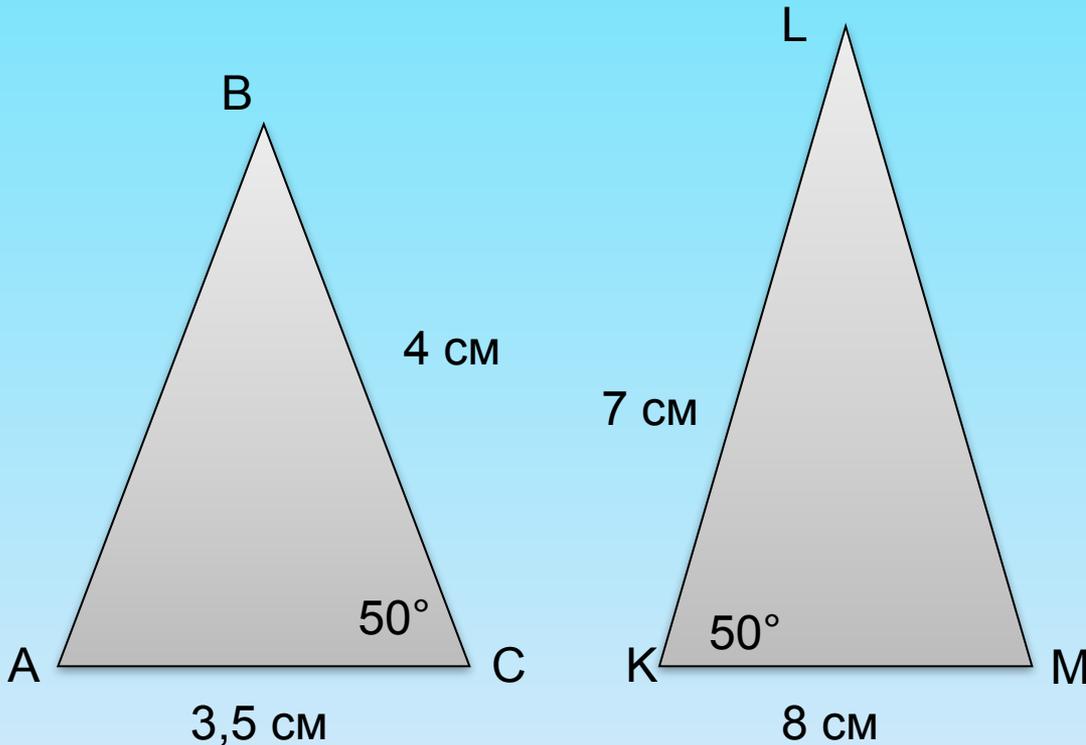
II признак подобия треугольников. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

$$\angle A = \angle A_1, \quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



Докажите подобие треугольников



$$\angle C = \angle K$$

$$\angle C = \angle K$$

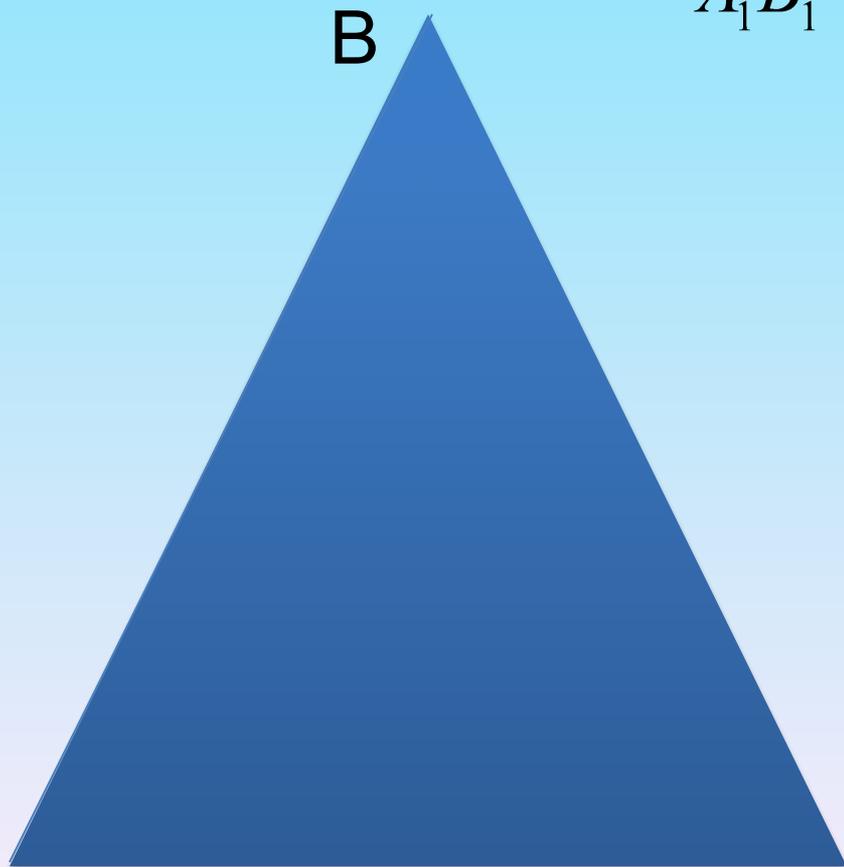
$$\angle C = \angle K$$

$\rightarrow \angle C = \angle K$

III признак подобия треугольников. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

В



$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

B₁



A

C

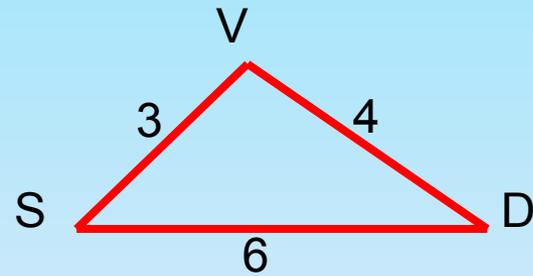
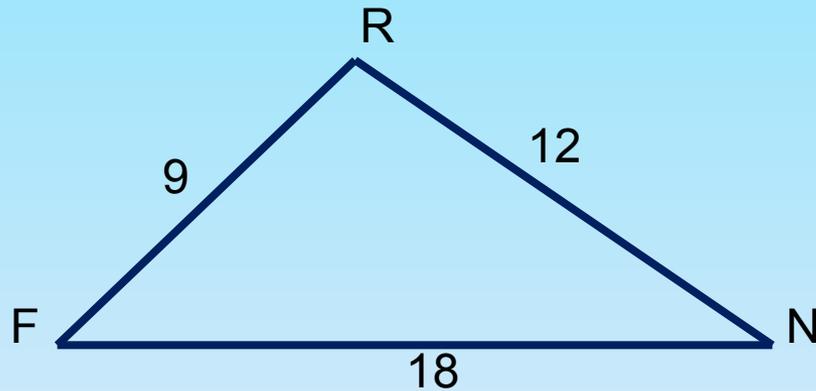
A

C

1

Задачи

Являются ли треугольники подобными ?



$$\frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{18}{6} = \frac{3}{1}$$

**ВЗАИМНОЕ
РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И
ОКРУЖНОСТИ**

Свойство касательной:

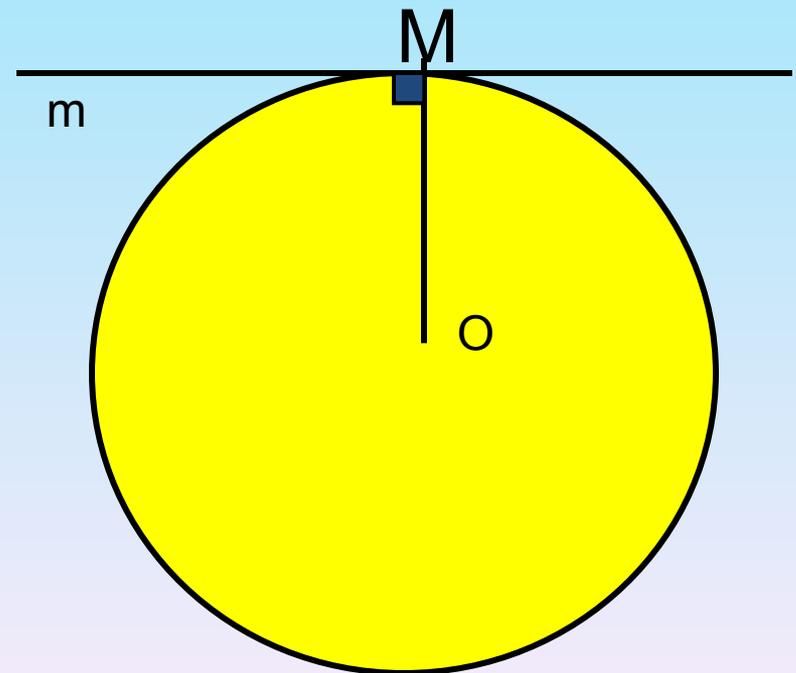
Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

m – касательная к окружности с центром O

M – точка касания

OM - радиус

$$m \perp OM$$



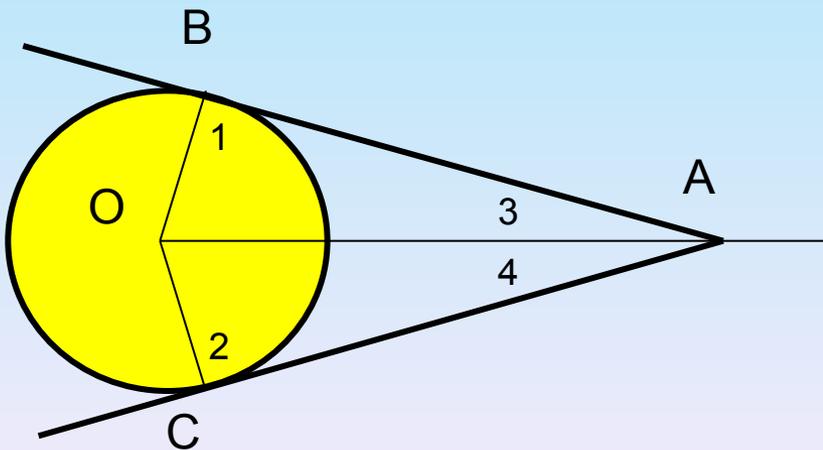
Свойство касательных, проходящих через одну точку:

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

$$AB=AC$$

$$\angle 1 = 90^\circ, \angle 2 = 90^\circ.$$

$$\angle 3 = \angle 4$$



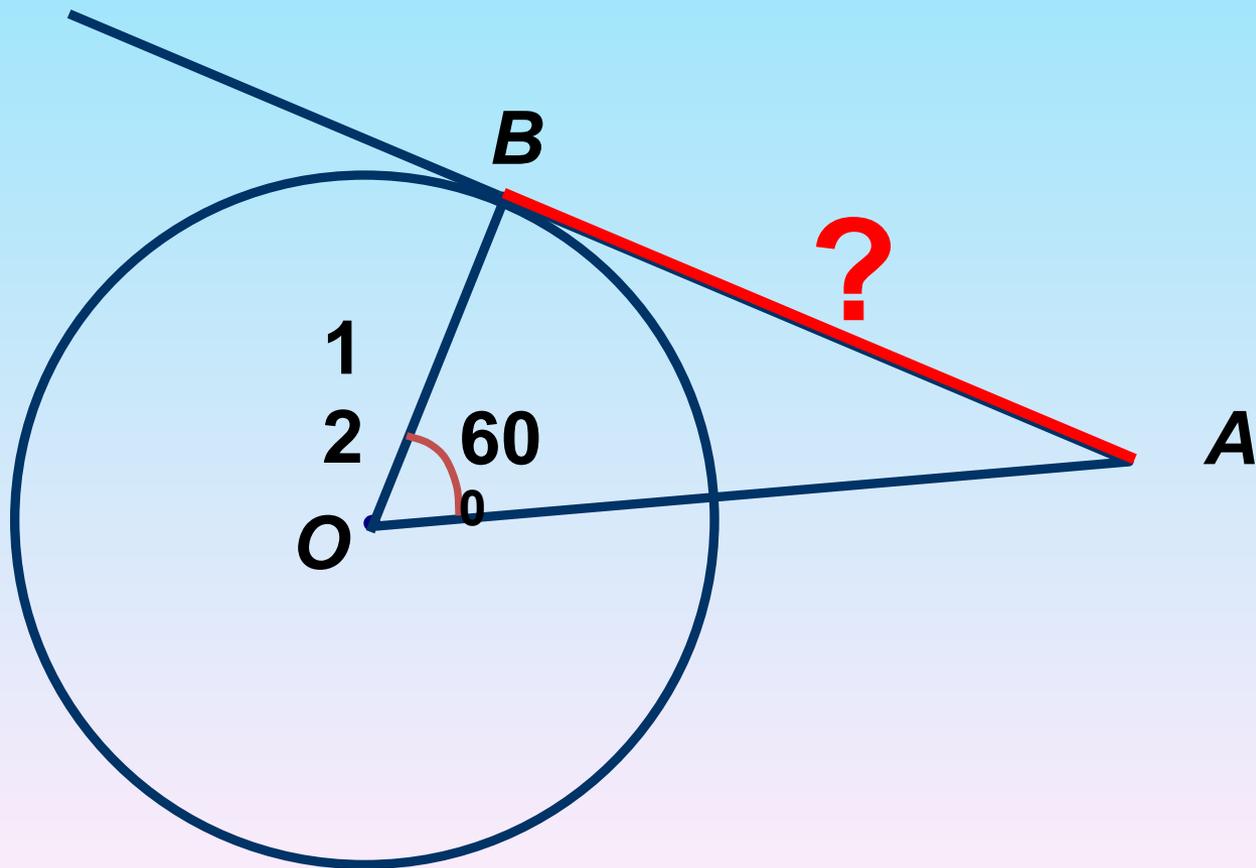
№ Дано:

Найти:

AB

Окружность

AB – касательная



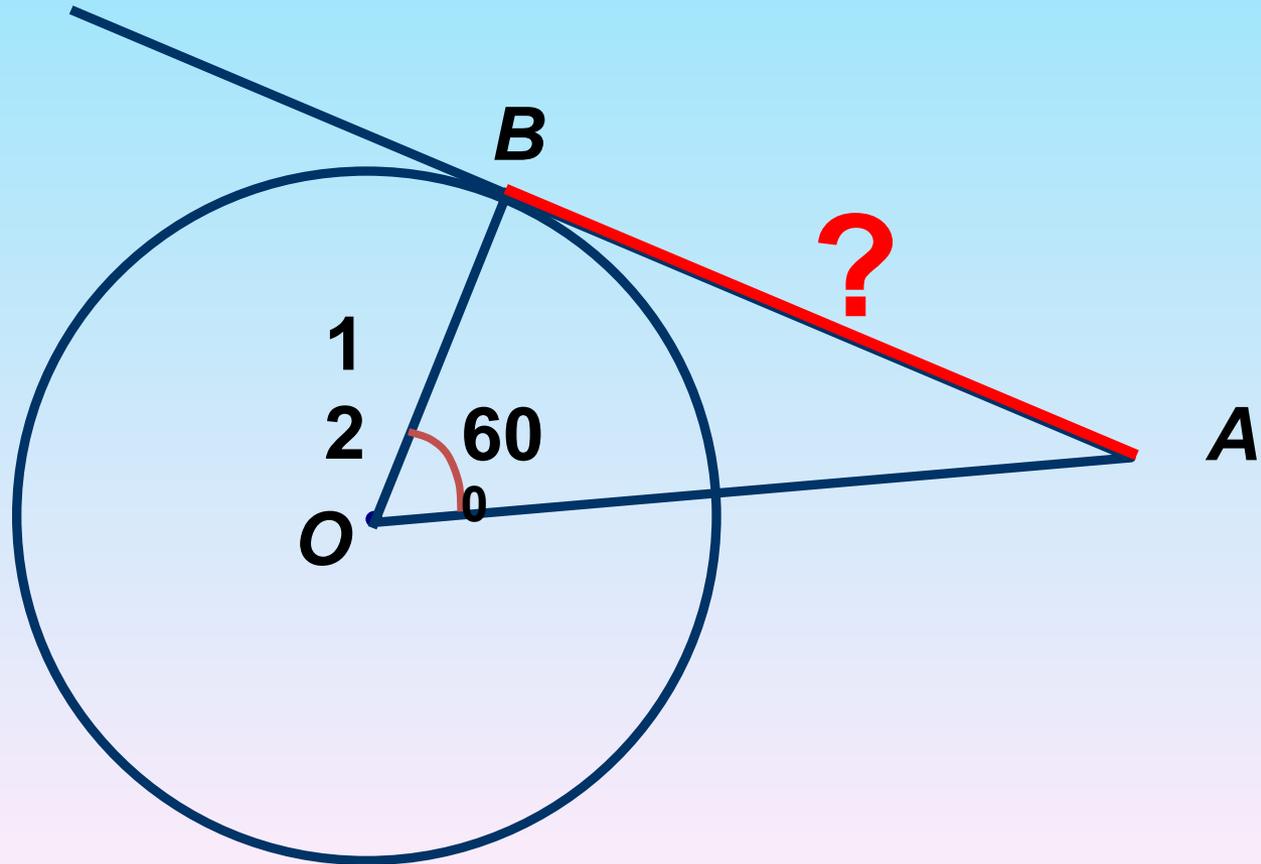
$$AB^2 = OA^2 - OB^2$$

$$AB = \sqrt{24^2 - 12^2} = 12\sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} \angle A = \frac{OB}{AB}$$

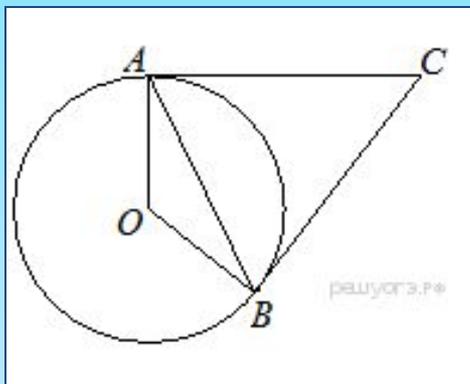
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{AB}$$

$$AB = 12\sqrt{3}$$



№

Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 72° .
Найдите угол ABO . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Введём обозначение как показано на рисунке. Касательные, проведённые к окружности из одной точки равны, поэтому $AC = BC$, следовательно, треугольник ABC — равнобедренный. Отку-

$$\text{да } \angle CAB = \angle CBA = \frac{180^\circ - \angle ACB}{2} = 54^\circ.$$

Угол между касательной и хордой равен половине дуги, которую он заключает, значит, дуга AB равна 108° .

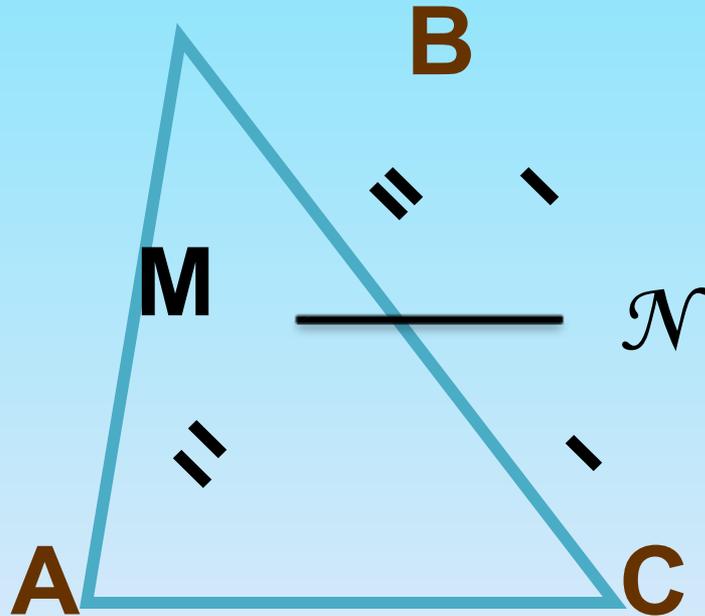
Угол AOB — центральный, поэтому он равен дуге, на которую опирается, следовательно, равен 108° .

Рассмотрим треугольник AOB , он равнобедренный, следовательно, $\angle OAB = \angle ABO = \frac{(180^\circ - 108^\circ)}{2} = 36^\circ$.

Ответ: 36.

Средняя линия треугольника

Определение: **Средней линией** треугольника называется **отрезок**, соединяющий середины двух его сторон.



$$AM = MB$$

$$AN = NC$$

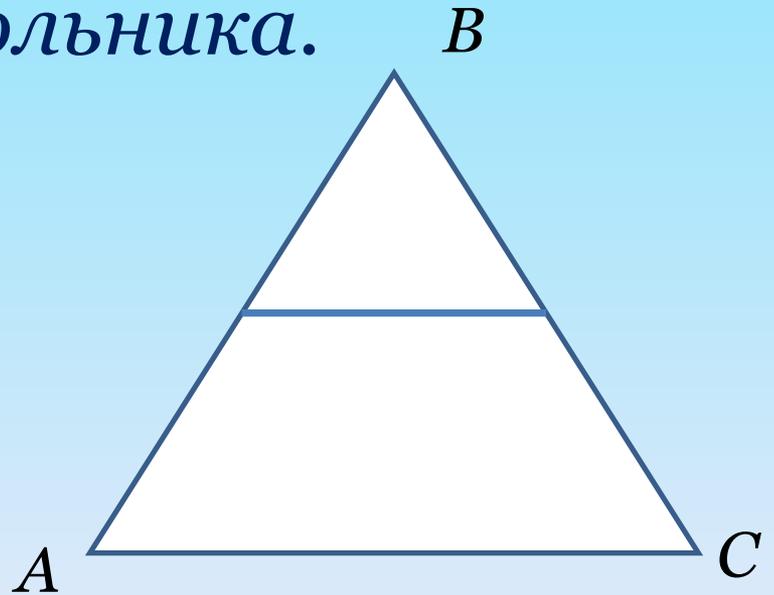
MN — средняя линия треугольника ABC.

Средняя линия треугольника

Средняя линия равностороннего треугольника ABC равна 8 см. Найти периметр этого треугольника.

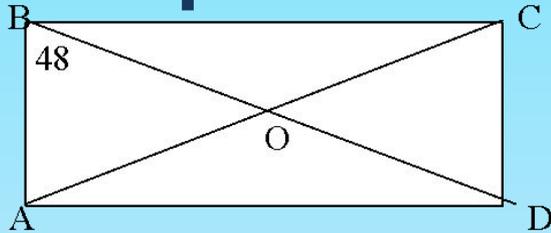
$$a_3 = 16 \quad P = 3a_3$$

$$P_{\triangle ABC} = 48 \text{ см}$$



Домашнее задание

Вариант 1.



1. Дано: ABCD –
прямоугольник; $\angle ABD = 48^\circ$.
Найти: $\angle COD$, $\angle CAD$.
2. Угол ромба равен 32° .
Найдите углы, которые
образует его сторона с
диагоналями.

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

| | Вариант 1 |
|---|---|
| 1 | $\angle COD = 84^\circ;$ $\angle CAD = 42^\circ$ |
| 2 | $16^\circ; 74^\circ$ |