

# Прямоугольный треугольник

Этюд-практикум для учеников 9-10  
классов

Этюд подготовил:  
Карбанов К.Н., учитель математики

апрель-май 2020

# Дорогие ребята, уважаемые родители!

Итак, подходят к концу наши занятия в этом непростом для всех году. Ученики 9-х классов завершают в нем изучение планиметрии, а ученики 10-х, осваивая стереометрию, должны были понять главное:

**ключ к успеху в решении подавляющего большинства стереометрических задач – умение свести их к планиметрическим, как правило, строя вспомогательные сечения исследуемых тел.**

Вашему вниманию предлагается планиметрический этюд-практикум, который позволит проверить себя, понять, глубоко или формально вы освоили пройденный материал, умеете ли применять новые знания для математических размышлений и анализа.

Ведь, повторяю, главная задача предмета математика – научить вас ясно мыслить, логически рассуждать, четко и строго аргументировать. Кем бы вы ни стали в будущем, вам будут необходимы перечисленные интеллектуальные способности и качества. Попробуйте ответить на ряд вопросов, анализируя предложенный в этой презентации чертеж.

Для выполнения различных пунктов вам потребуются различные знания из всего курса планиметрии за 7-9 классы.

Среди предложенных 14 заданий есть очень простые и более сложные. Порядок заданий не означает их возрастание по сложности. Вы можете выстроить свои решения в любом ином, опираясь в доказательствах одних пунктов на уже полученные ранее для других.

Словом, у вас есть широкое поле для математического творчества.

Если вы сумеете выполнить не менее 12 заданий – вы превосходно владеете полученными знаниями по планиметрии. Проводя доказательства, вы можете обнаружить еще не менее 5-6 замечательных геометрических соотношений, которые не вошли в список заданий, но также присутствуют на чертеже!

Если вы сумеете выполнить более 10 заданий – значит, вы имеете несомненную склонность к математике.

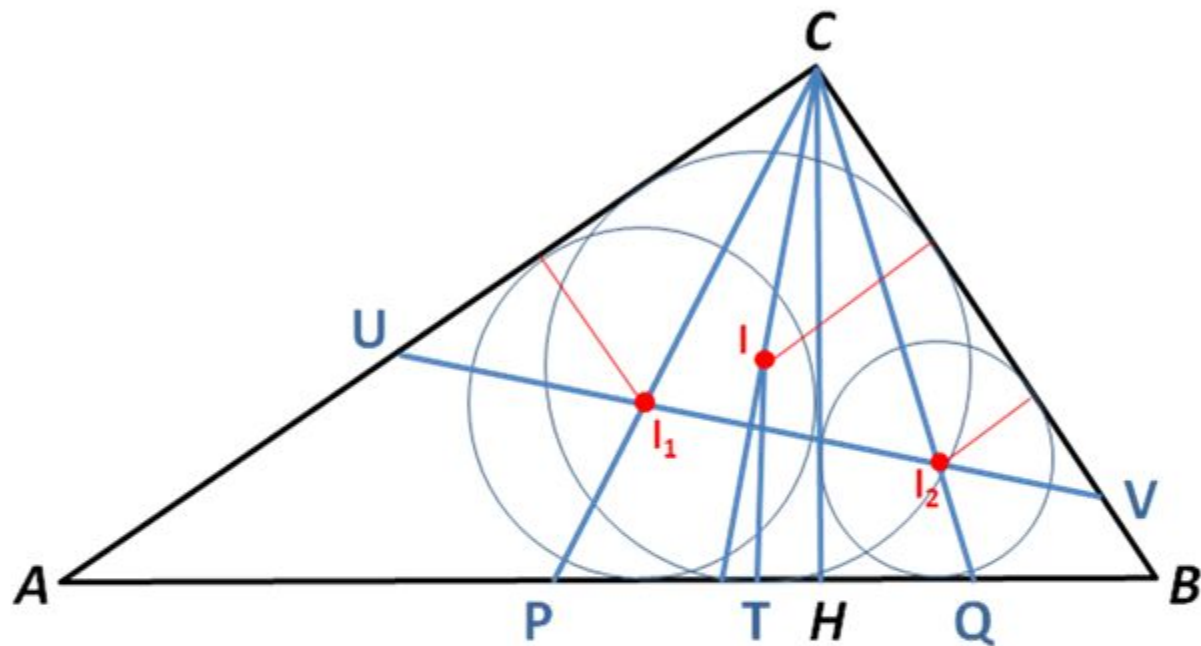
Если у кого-то это не очень получится – не стоит огорчаться, у нас с вами еще есть время изменить многое к лучшему, было бы желание и прилежание!

Посоветуйтесь, работая над этим этюдом, с родителями. Поищите решения в интернете, хотя это будет для ряда пунктов сложно.

Работу вы можете вести вплоть до окончания майских праздников, она предлагается вам и как факультатив и как лишняя возможность пообщаться с родителями, друг с другом, с вашими учителями.

Удачи! Высоких результатов!

## ЭТЮД О ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



Рассмотрим прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ .  $CH$  – высота этого треугольника,  $I, I_1, I_2$  – центры вписанных окружностей треугольников  $ABC, ACH, CBH$  соответственно,  $r, r_1, r_2$  – их радиусы. Прямая  $I_1I_2$  пересекает стороны  $AC$  и  $BC$  в точках  $U$  и  $V$  соответственно, прямые  $CI_1$  и  $CI_2$  пересекают сторону  $AB$  в точках  $P$  и  $Q$ , точка  $T$  – основание перпендикуляра, опущенного из точки  $I$  на  $AB$ .

Докажите, что:

- $AC=AQ, BC=BP$ ;
- $I$  – ортоцентр треугольника  $CI_1I_2$ ;
- $PI_2 \parallel AI$ ;
- Описанные окружности треугольников  $ACI_1$  и  $BCI_2$  касаются друг друга и  $CI$  – их общая касательная;
- Треугольники  $I_1I_2H$  и  $ABC$  подобны;
- $\angle I_1TI_2 = 90^\circ$ ;
- $TI_1 \parallel BC$ ;
- $I_1, I_2, I, P, Q$  лежат на одной окружности с центром в  $T$ ;
- $CU=CV=CH$ ;
- $I_1I_2=CI$ ;
- Точки  $A, I_1, I_2, B$  лежат на одной окружности;
- Точки  $A, P, I, C$  лежат на одной окружности;
- $r_1 + r_2 + r = CH$ ;
- $r^2 = r_1^2 + r_2^2$ .