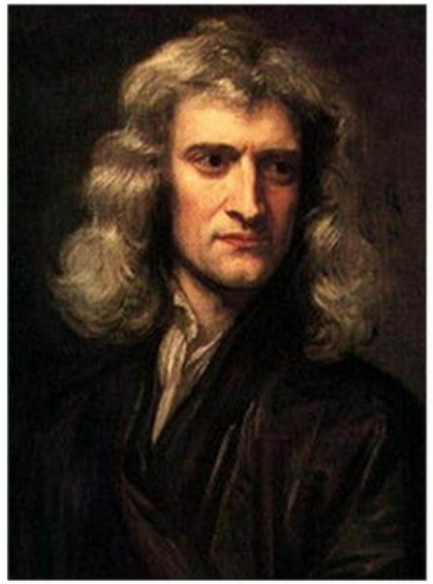
Приложение производной

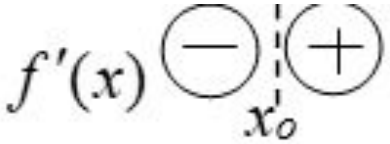
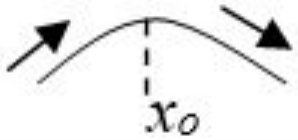


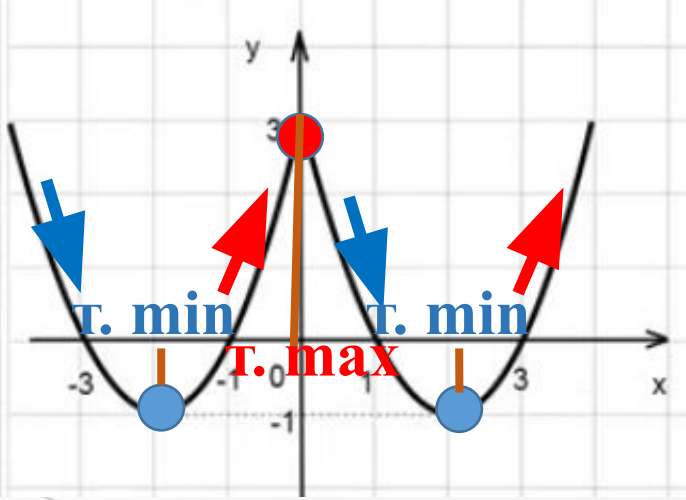
Приложение производной

Критерий возрастания и убывания функции:

$f(x)\nearrow$	$f'(x) \geq 0$
$f(x)\searrow$	$f'(x) \leq 0$

Критерий нахождения точек экстремума функции:

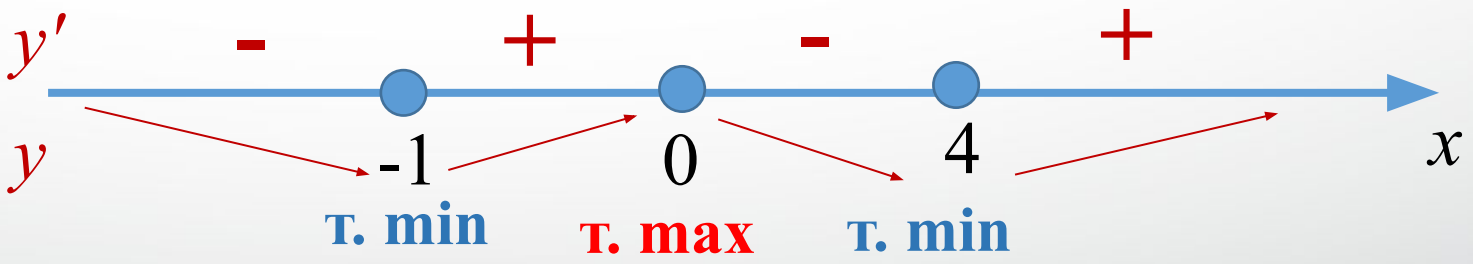
x_0 – критическая точка: $f'(x_0)=0$ или $f'(x_0)$ не существует		
x_0 – **точка минимума**		
x_0 – **точка максимума**		



Проверка дом. задания

✍53.3. Найдите экстремумы функции (ЕГЭ). Постройте эскиз графика функции:

г) $y = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 2;$



$y' = 4x^3 - 12x^2 - 16x$

$x = -1$ – точка минимума

$x = 0$ – точка максимума

$x = 4$ – точка минимума

✍54.2. а)

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график

1. *Найдите* ***область определения*** *функции* $D(y) = \mathbb{R}$

2. *Исследуйте функцию* ***на чётность-нечетность***:

- *если* $y(-x) = y(x)$, *то функция* ***четная*** *(график четной функции симметричен относительно оси Oy);*
- *если* $y(-x) = -y(x)$, *то функция* ***нечетная*** *(график нечетной функции симметричен относительно начала координат);*
- *в противном случае функция* ***ни четная, ни нечетная***

$$y(-x) = -\frac{1}{2} \cdot (-x)^4 + 4 \cdot (-x)^2 - 7$$

$$y(-x) = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$$

$y(-x) = y(x)$ - *функция* ***чётная***

3. *Исследуйте функцию* ***на периодичность***: *непериодическая*

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график

4. Найдите точки ***пересечения графика функции с осями координат****:*

а) точки пересечения графика с осью 0x: $y = 0$

$$-\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7 = 0$$

б) точки пересечения графика с осью 0y: $x = 0$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 0^4 + 4 \cdot 0^2 - 7$$

$$y = -7$$

$$\boxed{(0;-7)}$$

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график

*5. Найдите **производную функции***

$$y^{/} = \left(-\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7\right)^{/}$$

$$y^{/} = -\frac{1}{2} \cdot 4x^3 + 8x \qquad y^{/} = -2x^3 + 8x$$

*Приравняйте производную функции к нулю и решите получившееся уравнение (**критические точки**)*

$$y' = 0 \Rightarrow \quad -2x^3 + 8x = 0$$

$$x^3 - 4x = 0$$

$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

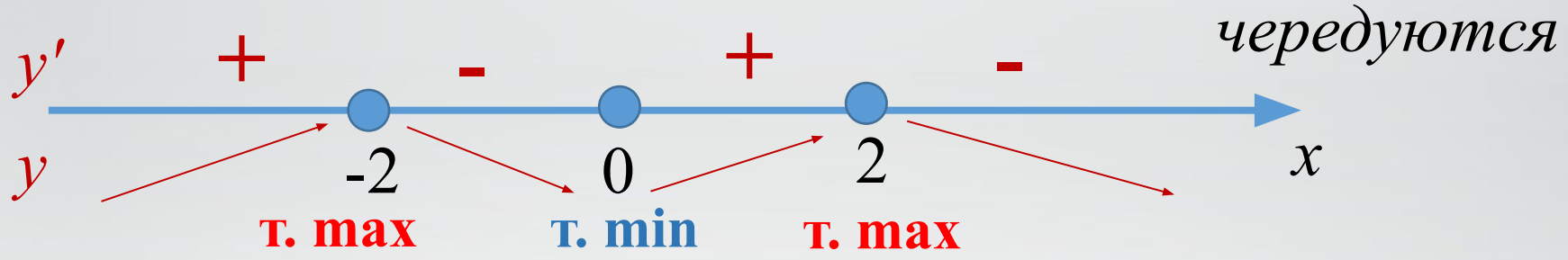
три критические точки: 0; -2; 2

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график

$y^{/} = -2x^3 + 8x$ ***три критические точки***: 0; -2; 2

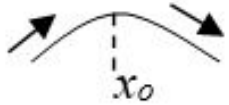
6. На числовой оси отметьте критические точки и определите ***знаки производной*** *функции на каждом из получившихся интервалов.*



$x=3 \in (2;+\infty)$ $y'(3) = -2 \cdot 3^3 + 8 \cdot 3 < 0$

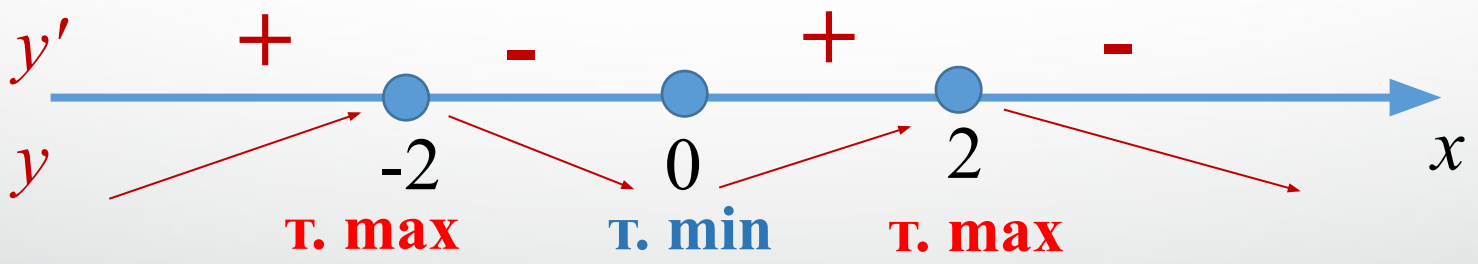
Сделайте ***выводы о возрастании, убывании*** *функции и* ***точках экстремума.***

$f(x)\nearrow$	$f'(x) \geq 0$
$f(x)\searrow$	$f'(x) \leq 0$

x_0 – точка минимума		$f'(x)$ − + x_0
x_0 – точка максимума		$f'(x)$ + − x_0

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график



Найдите сами ***экстремумы*** *функции*

$x = -2$ – точка максимума

$y(-2) = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^4 + 4 \cdot (-2)^2 - 7 = -8 + 16 - 7 = 1$ – максимум

(-2;1)

$x = 0$ – точка минимума

$y(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^4 + 4 \cdot 0^2 - 7 = -7$ – минимум

(0;−7)

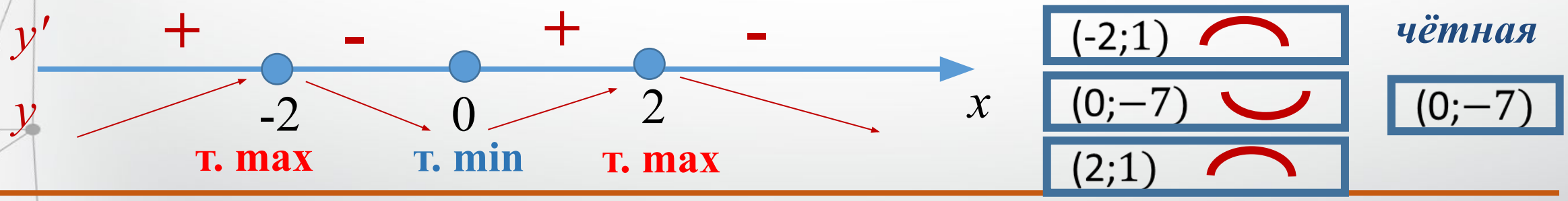
$x = 2$ – точка минимума

$y(2) = -\frac{1}{2} \cdot 2^4 + 4 \cdot 2^2 - 7 = -8 + 16 - 7 = 1$ – максимум

(2;1)

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график



7. *Постройте* ***эскиз графика функции****. Для этого:*

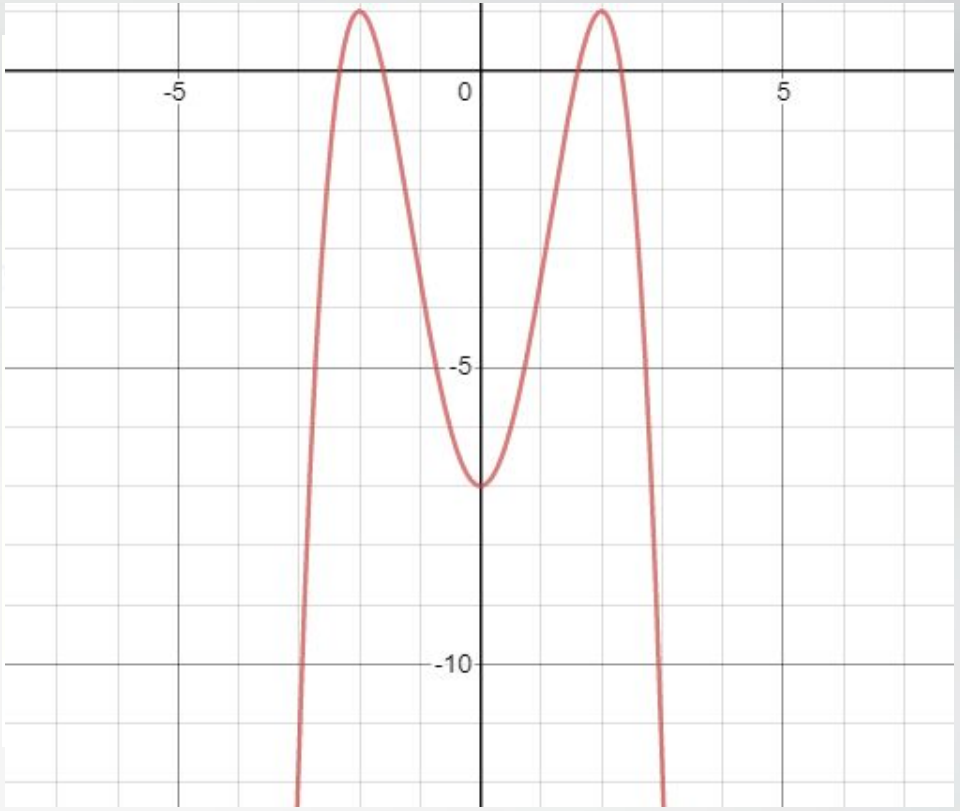
задайте система координат

отметьте точки пересечения графика с осями координат

отметьте точки экстремума и экстремума

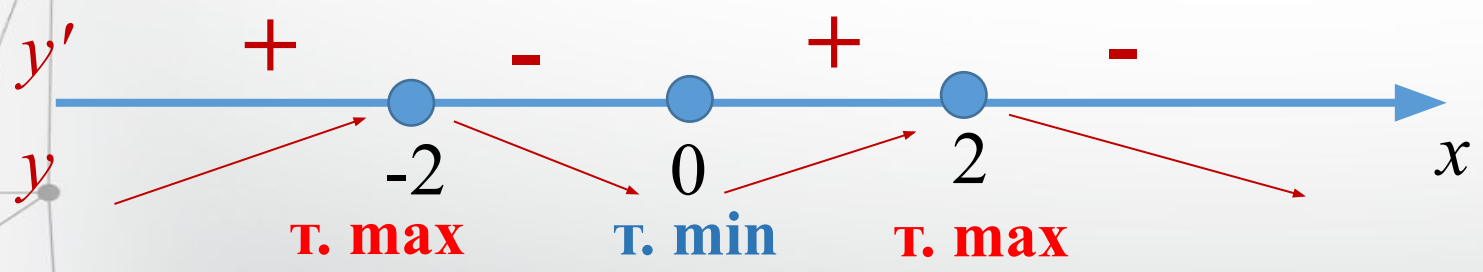
постройте график, опираясь на найденные промежутки возрастания и убывания функции

проверьте симметрию графика, опираясь на четность-нечетность



Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график



(-2;1)

(0;−7)

(2;1)

чётная

(0;−7)

8. Для уточнения построенного графика выберите ***контрольные точки*** *(левее левой, правее правой) и найдите в них значение функции*

$x = -3$

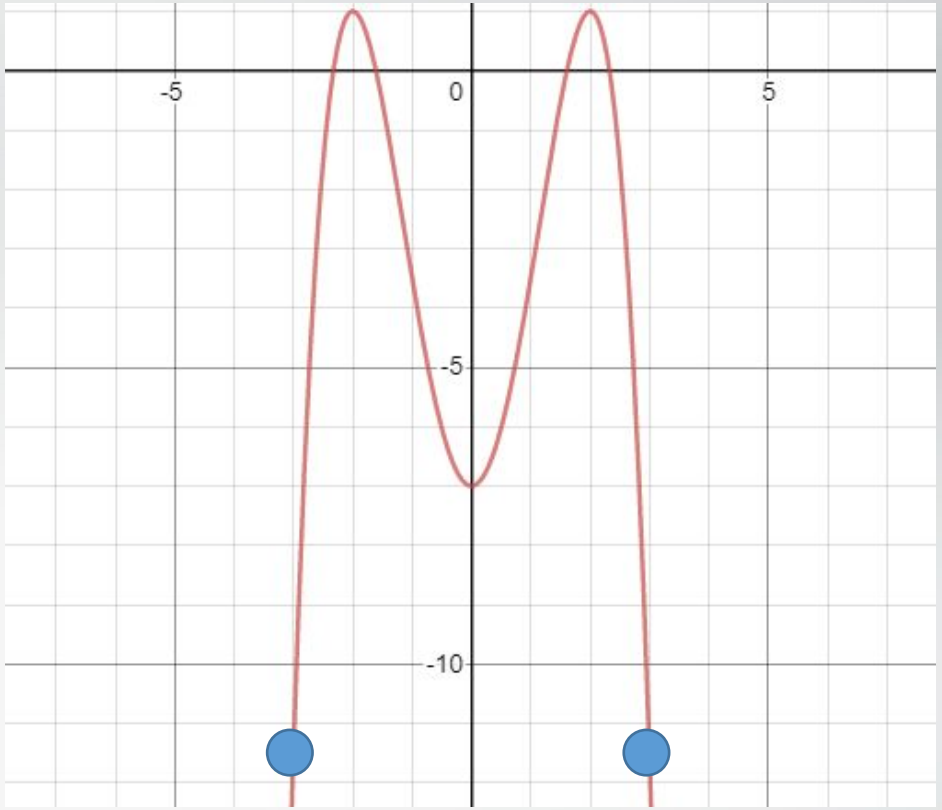
(-3;−11,5)

$y(-3) = -\frac{1}{2} \cdot (-3)^4 + 4 \cdot (-3)^2 - 7 = -40{,}5 + 36 - 7 = -11{,}5$

$x = 3$

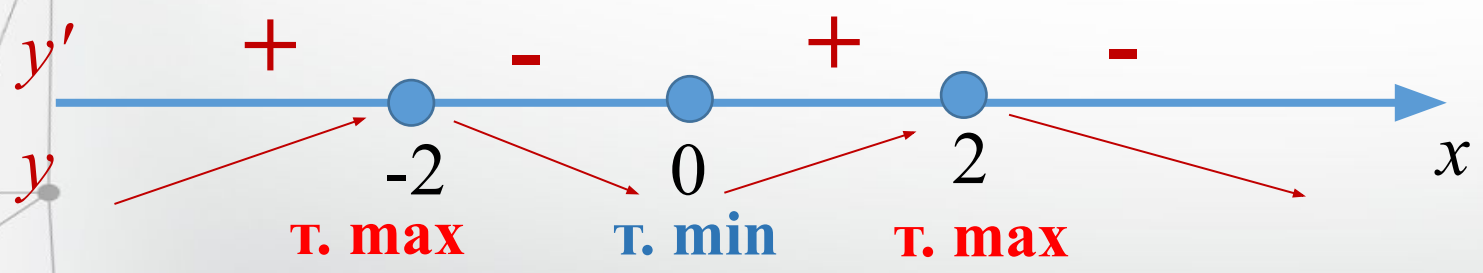
(3;−11,5)

$y(3) = -\frac{1}{2} \cdot 3^4 + 4 \cdot 3^2 - 7 = -40{,}5 + 36 - 7 = -11{,}5$



Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график



(-2;1) ⌒

(0;−7) ⌣

(2;1) ⌒

чётная

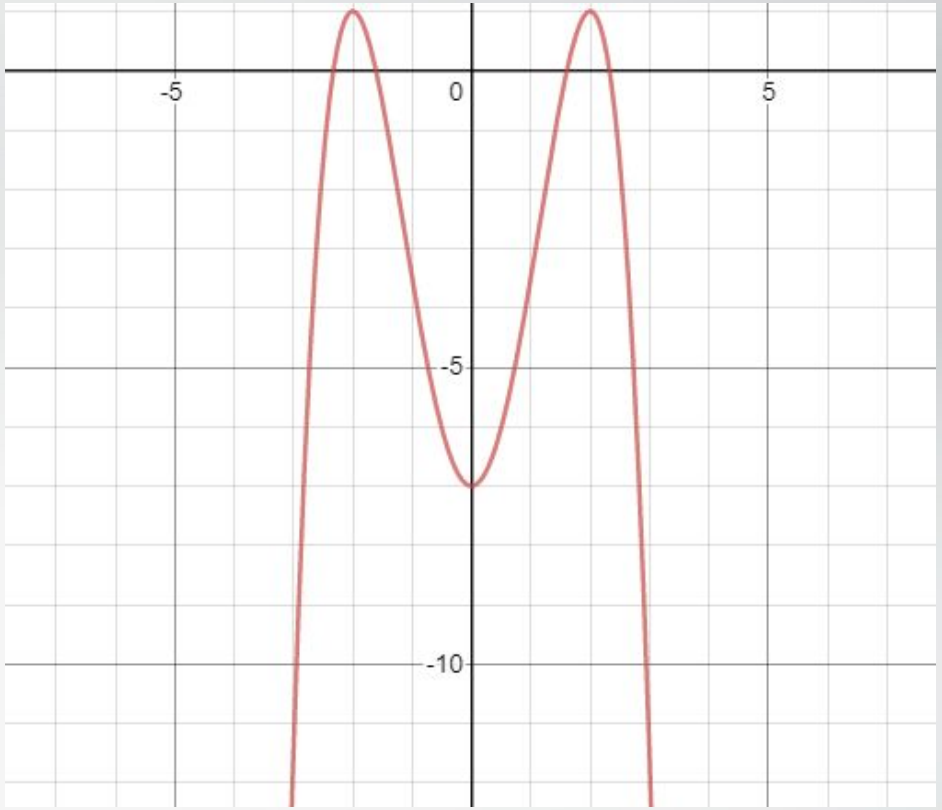
(0;−7)

9. Выпишите ***ответ****:*

*y↑ при x*ϵ (-∞; -2]U[0; 2]

*y↓ при x*ϵ [-2; 0]U[2;+∞)

$$\begin{cases} x = -2 \ - m.max \\ y(-2) = 1 \ - max \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \ - m.min \\ y(0) = -7 \ - min \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \ - m.max \\ y(2) = 1 \ - max \end{cases}$$