

Приложение производной

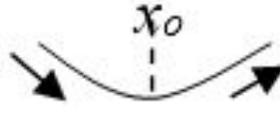
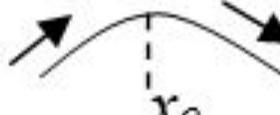


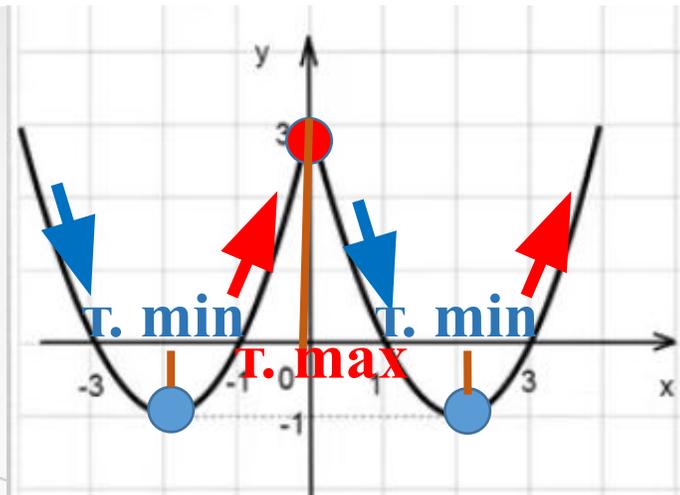
Приложение производной

Критерий возрастания и убывания функции:

$f(x) \nearrow$	$f'(x) \geq 0$
$f(x) \searrow$	$f'(x) \leq 0$

Критерий нахождения точек экстремума функции:

x_0 – критическая точка: $f'(x_0)=0$ или $f'(x_0)$ не существует		
x_0 – Точка минимума		$f'(x)$ $\left(\begin{array}{c} - \\ \hline + \end{array} \right)_{x_0}$
x_0 – Точка максимума		$f'(x)$ $\left(\begin{array}{c} + \\ \hline - \end{array} \right)_{x_0}$



Проверка дом. задания

53.3. Найдите экстремумы функции (ЕГЭ). Постройте эскиз графика функции:

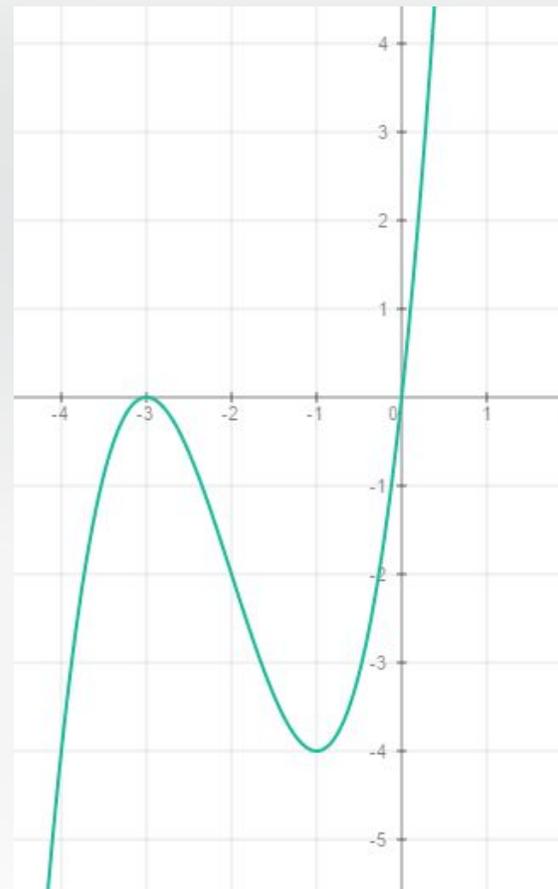
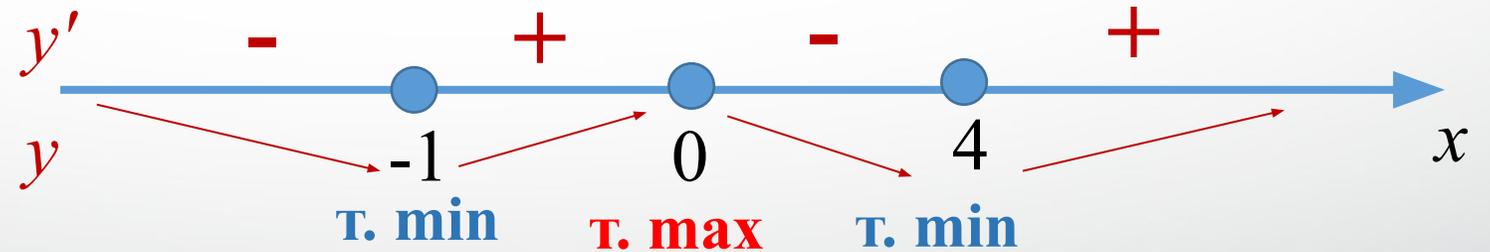
$$\text{г) } y = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 2;$$

$$y' = 4x^3 - 12x^2 - 16x$$

$x = -1$ – точка минимума

$x = 0$ – точка максимума

$x = 4$ – точка минимума



54.2. а)

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график

1. Найдите **область определения** функции $D(y) = \mathbb{R}$

2. Исследуйте функцию на **чётность-нечётность**:

- если $y(-x) = y(x)$, то функция **чётная** (график четной функции симметричен относительно оси Oy);
- если $y(-x) = -y(x)$, то функция **нечётная** (график нечетной функции симметричен относительно начала координат);
- в противном случае функция **ни чётная, ни нечётная**

$$y(-x) = -\frac{1}{2} \cdot (-x)^4 + 4 \cdot (-x)^2 - 7$$

$$y(-x) = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$$

$$y(-x) = y(x) - \text{функция } \mathbf{чётная}$$

3. Исследуйте функцию на **периодичность**: *непериодическая*

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график

4. Найдите точки пересечения графика функции с осями координат:

а) точки пересечения графика с осью Ox : $y = 0$

$$-\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7 = 0$$

б) точки пересечения графика с осью Oy : $x = 0$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 0^4 + 4 \cdot 0^2 - 7$$

$$y = -7$$

(0; -7)

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график

5. Найдите **производную функции**

$$y' = \left(-\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7 \right)'$$

$$y' = -\frac{1}{2} \cdot 4x^3 + 8x$$

$$y' = -2x^3 + 8x$$

Приравняйте производную функции к нулю и решите получившееся уравнение
(**критические точки**)

$$y' = 0 \Rightarrow -2x^3 + 8x = 0$$

$$x^3 - 4x = 0$$

$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

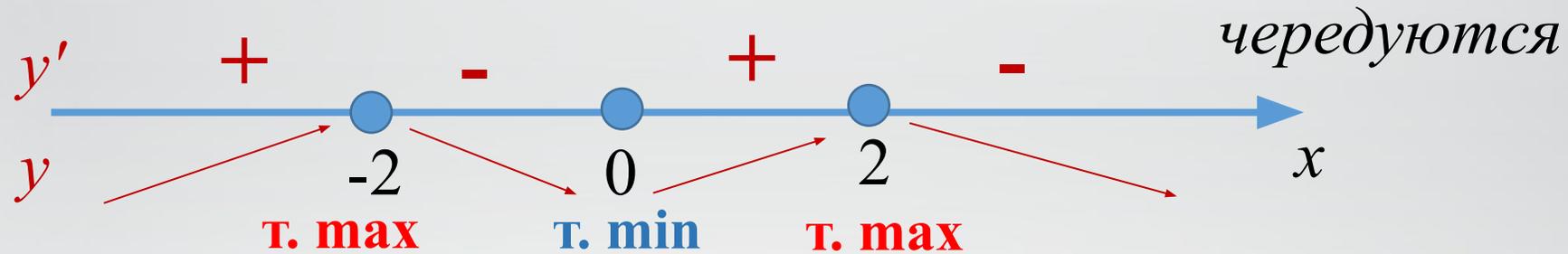
три критические точки: 0; -2; 2

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график

$y' = -2x^3 + 8x$ три критические точки: 0; -2; 2

6. На числовой оси отметьте критические точки и определите **знаки производной** функции на каждом из получившихся интервалов.



$x=3 \in (2; +\infty) \quad y'(3) = -2 \cdot 3^3 + 8 \cdot 3 < 0$

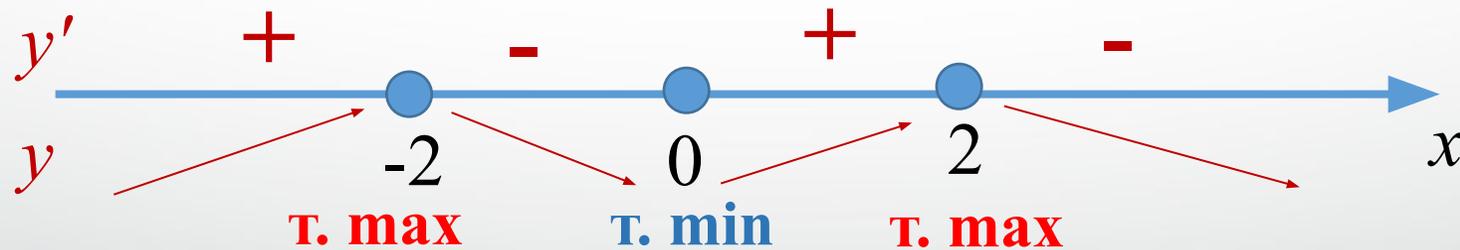
Сделайте **выводы о возрастании, убывании** функции и **точках экстремума**.

$f(x) \nearrow$	$f'(x) \geq 0$
$f(x) \searrow$	$f'(x) \leq 0$

x_0 – точка минимума		$f'(x) \begin{matrix} \ominus \\ \\ \oplus \end{matrix}$
x_0 – точка максимума		$f'(x) \begin{matrix} \oplus \\ \\ \ominus \end{matrix}$

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график



Найдите сами *экстремумы* функции

$x = -2$ – точка максимума

$$y(-2) = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^4 + 4 \cdot (-2)^2 - 7 = -8 + 16 - 7 = 1 \text{ – максимум}$$

$(-2; 1)$

$x = 0$ – точка минимума

$$y(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^4 + 4 \cdot 0^2 - 7 = -7 \text{ – минимум}$$

$(0; -7)$

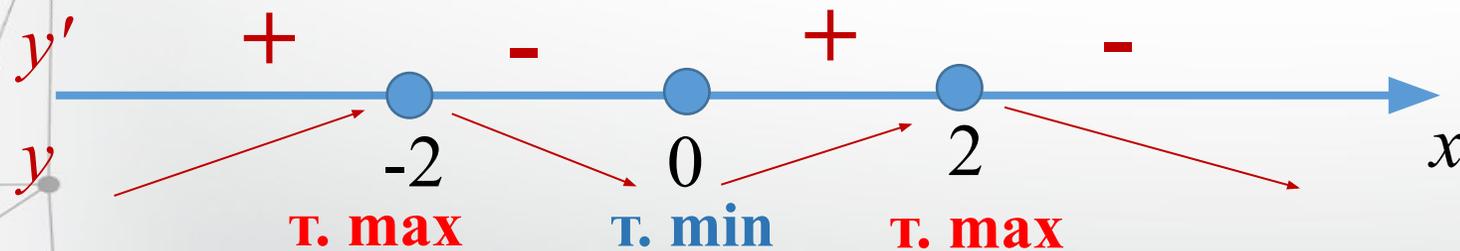
$x = 2$ – точка минимума

$$y(2) = -\frac{1}{2} \cdot 2^4 + 4 \cdot 2^2 - 7 = -8 + 16 - 7 = 1 \text{ – максимум}$$

$(2; 1)$

Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график



$(-2; 1)$	
$(0; -7)$	
$(2; 1)$	

чётная

$(0; -7)$

7. Постройте *эскиз графика функции*. Для этого:

задайте *систему координат*

отметьте *точки пересечения графика с*

осями координат

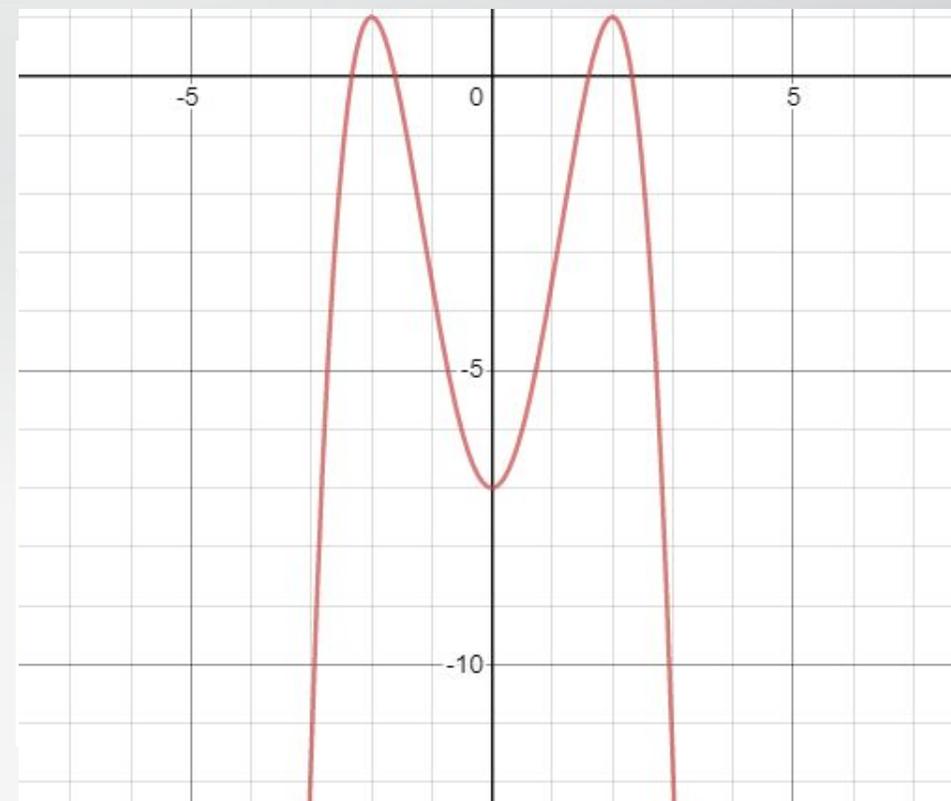
отметьте *точки экстремума и экстремума*

постройте *график*, опираясь на найденные

промежутки возрастания и убывания функции

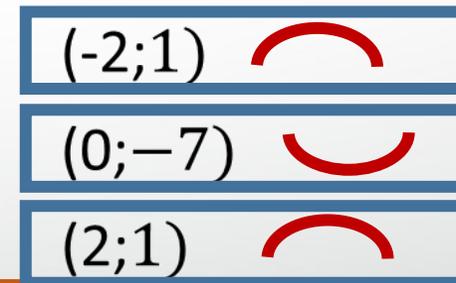
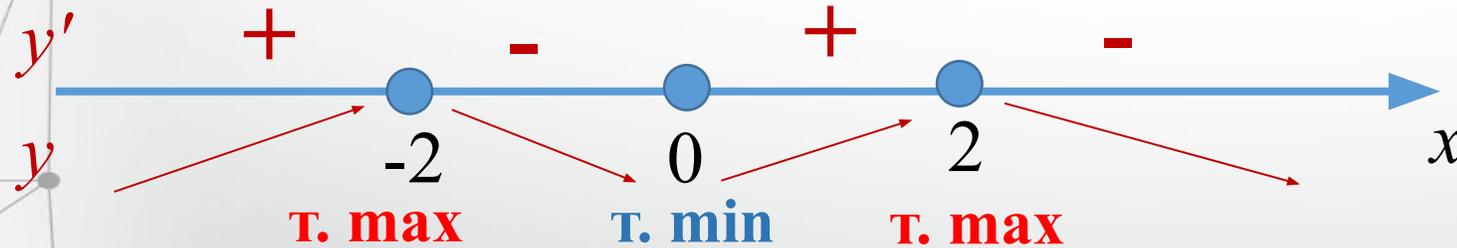
проверьте *симметрию* графика, опираясь на

четность-нечетность



Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график



чётная

$(0; -7)$

8. Для уточнения построенного графика выберите **контрольные точки** (левее левой, правее правой) и найдите в них значение функции

$$x = -3$$

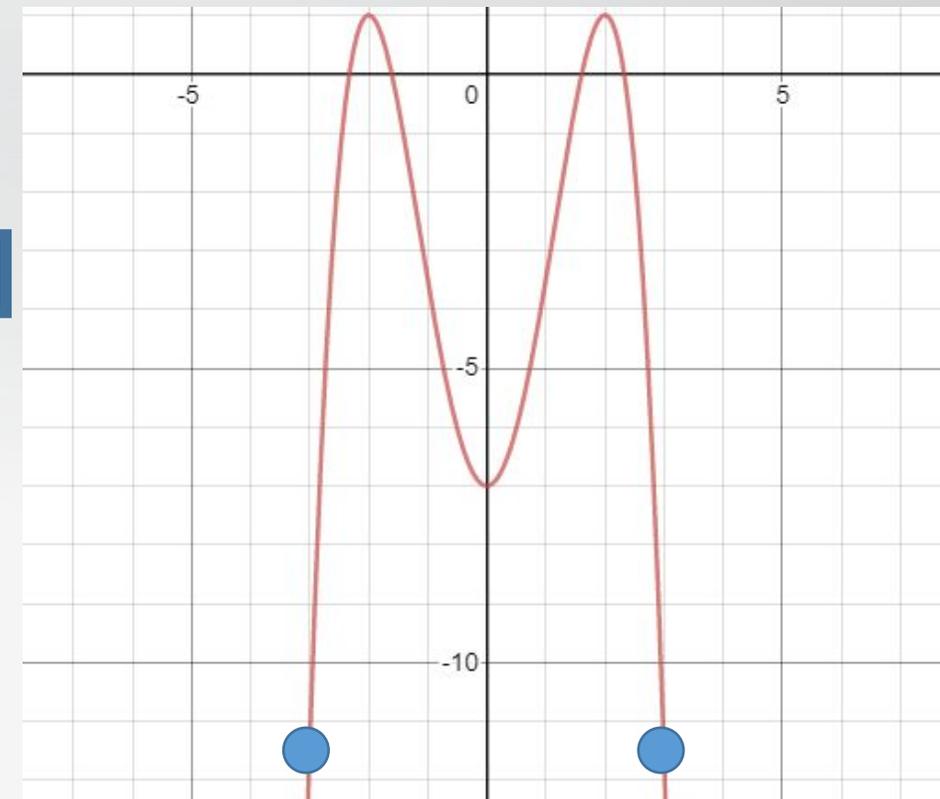
$$y(-3) = -\frac{1}{2} \cdot (-3)^4 + 4 \cdot (-3)^2 - 7 = -40,5 + 36 - 7 = -11,5$$

$(-3; -11,5)$

$$x = 3$$

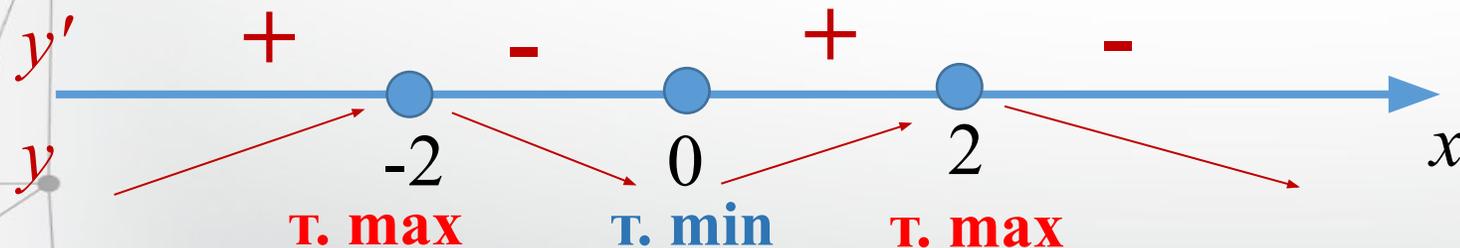
$$y(3) = -\frac{1}{2} \cdot 3^4 + 4 \cdot 3^2 - 7 = -40,5 + 36 - 7 = -11,5$$

$(3; -11,5)$



Решение задач на приложение производной

$y = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 7$ провести полное исследование и построить график



$(-2; 1)$	
$(0; -7)$	
$(2; 1)$	

чётная

$(0; -7)$

9. Выпишите *ответ*:

$y \uparrow$ при $x \in (-\infty; -2] \cup [0; 2]$

$y \downarrow$ при $x \in [-2; 0] \cup [2; +\infty)$

$$\begin{cases} x = -2 & - \text{т. max} \\ y(-2) = 1 & - \text{max} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 & - \text{т. min} \\ y(0) = -7 & - \text{min} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 & - \text{т. max} \\ y(2) = 1 & - \text{max} \end{cases}$$

