Практическое занятие 8

Расчет элементов таврового профиля, два случая положения нейтральной оси

Тавровые сечения

ЗАДАЧА 3.

Проверить несущую способность (прочность) заданного таврового сечения изгибаемого железобетонного элемента с одиночной арматурой. Исходные данные приведены в таблице А.3.

ЗАДАЧА 4.

Проверить несущую способность (прочность) заданного таврового сечения изгибаемого железобетонного элемента с одиночной арматурой. Исходные данные приведены в таблице А.4.

Последовательность решения задач №3 и №4

Исходные данные:

Изгибающий момент в расчетном сечении $M = \ldots\ кН{\cdot}м$

Размеры сечения: $b = \ldots\ мм$, $h = \ldots\ мм$, $b'_f = \ldots\ мм$, $h'_f = \ldots\ мм$.

Бетон тяжелый класса . . .

Арматура . . . (число и диаметр стержней, класс арматуры).

ПОРЯДОК РАСЧЕТА

1. Расчетные характеристики и коэффициенты.

По таблицам СП [2] находятся значения $R_{b,(табл.)}$, γ_{b1}, R_S и вычисляется $R_b = \gamma_{b1} \cdot R_{b,(табл.)}$.

2. Схема армирования таврового сечения.

Исходя из указанных в задании ширины ребра сечения b и количества стержней рабочей арматуры принимается число каркасов и вычерчивается со всеми необходимыми размерами чертеж-схема армирования сечения балки (см. приложение Б).

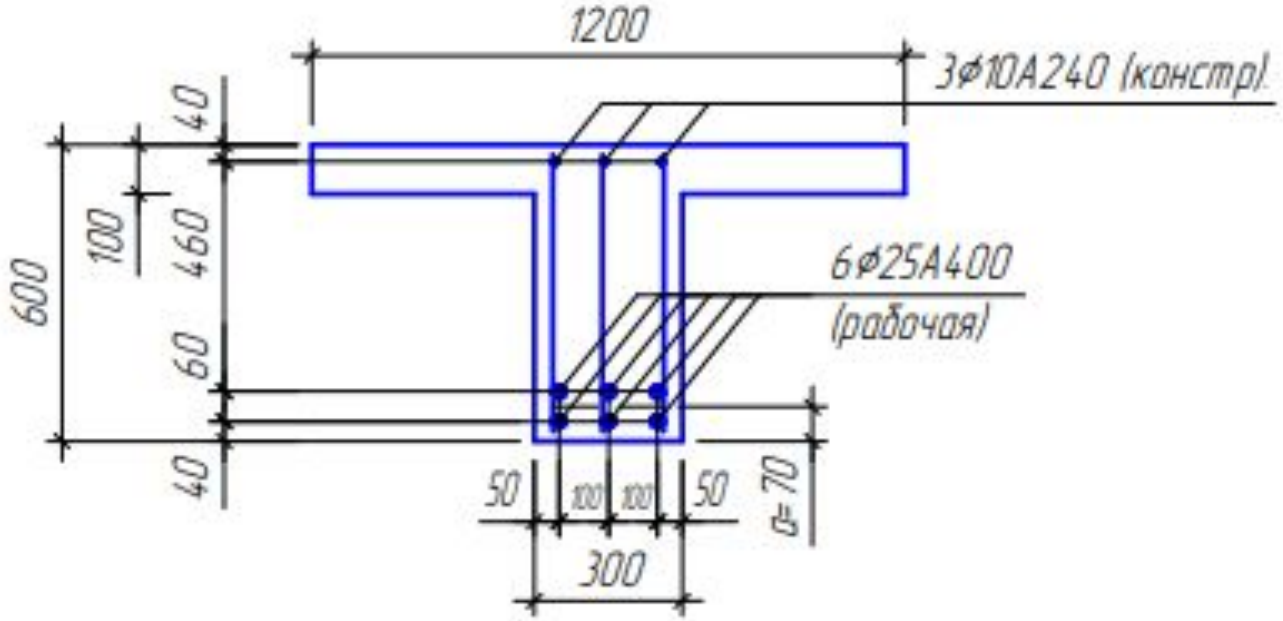

Рис. 1.3. Армирование таврового сечения в задачах 3 и 4 (пример).

3. Определяется рабочая высота сечения.

По чертежу-схеме армирования определяется значение a (см. приложение Б1), вычисляется $h_o = h - a$ и по таблице сортамента арматуры (см. приложение В8) находится площадь A_s поперечного сечения стержней рабочей арматуры в $мм^2$.

4. Уточняется значение b'_f, вводимое в расчет, которое принимается в соответствии с указаниями п.6.2.12 [2] (см. приложение В.4). В данных задачах предполагается, что заданные значения b'_f включаются в расчет полностью и удовлетворяют требованиям п.6.2.12 [2].

5. Устанавливается случай расчета таврового сечения.

Проверяется условие: $R_s A_s \le R_b b'_f h'_f$, где правая часть есть предельное усилие в сжатом бетоне, определенное в предположении, что нижняя граница сжатой зоны совпадает с нижней гранью полки (при $x = h'_f$). Если это условие удовлетворяется, то имеет место *1-й случай расчета* тавровых сечений - сжатая зона располагается только в пределах высоты полки, т.е. ($x \le h'_f$), и тавровое сечение рассчитывается как прямоугольное шириной b'_f и рабочей высотой h_o. Когда нейтральная ось располагается в полке, заведомо будет соблюдаться условие $\xi = x/h_0 \le \xi_R$, и поэтому значение ξ_R вычислять не требуется.

Если удовлетворяется неравенство $R_s A_s > R_b b'_f h'_f$, то имеет место *2-й случай расчета* тавровых сечений: $x > h'_f$, при котором нейтральная ось лежит ниже низа полки (пересекает ребро), и площадь сжатой зоны состоит из площади $b \cdot x$ в пределах ширины ребра b и площади сжатых свесов $(b'_f - b)\, h'_f$. Когда нейтральная ось пересекает ребро, при расчете необходимо определять значение ξ_R и затем проверять условие $\xi \le \xi_R$.

1-й случай расчета тавровых сечений

6. Определяется высота сжатой зоны x:

$$x = \frac{R_s A_s}{R_b b_f^{'}} \le h_f^{'}$$

и вычерчивается расчетная схема сечения, на которой показывается сжатая зона при найденном положении нейтральной оси.

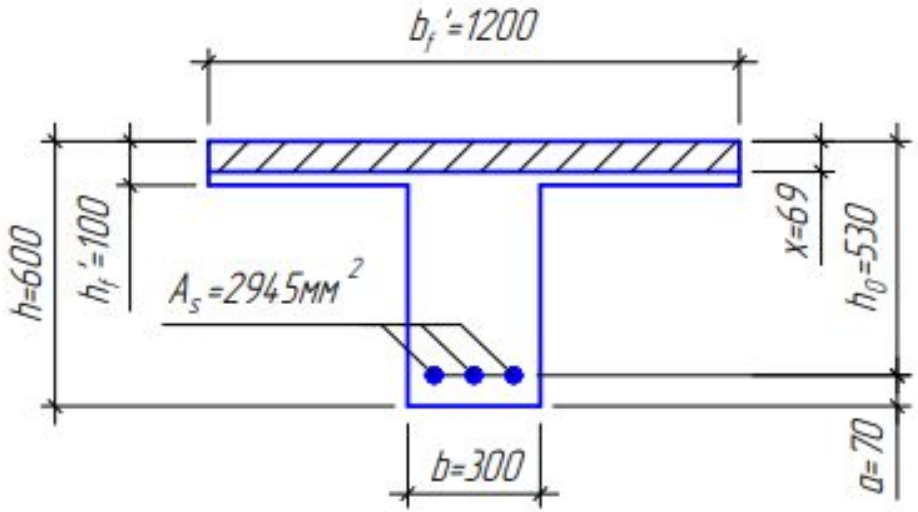

Рис. 1.4. Расчетная схема таврового сечения (пример)

7. Определяется несущая способность сечения балки:

$$M_{ult} = R_b b_f^{'} x(h_0 - 0{,}5x) \quad \text{или} \quad M_{ult} = \alpha_m R_b b_f^{'} h_0^2,$$

где α_m определяется по формуле $\alpha_m = \xi\ (1 - 0{,}5\xi)$ по значению $\xi = x/h_0$.

8. Проверяется условие прочности (несущей способности) сечения $M \le M_{ult}$, и делается вывод об обеспеченности (или необеспеченности) ее, который записывается словами.

2-й случай расчета тавровых сечений

6. Вычисляется граничная относительная высота сжатой зоны ξ_R, как при расчете прямоугольных сечений, (формула 6.11) [2] или по табл.3.2 [3] (см. приложение В3).

7. Определяется высота сжатой зоны x:

$$x = \frac{R_s A_s - R_b (b_f^{'} - b) h_f^{'}}{R_b b} > h_f^{'}$$

и вычерчивается расчетная схема сечения, на которой показывается сжатая зона при найденном положении нейтральной оси.

8. Определяется несущая способность сечения балки:

а) при $\xi \le \xi_R$

$$M_{ult} = R_b b x (h_0 - 0{,}5x) + R_b (b_f^{'} - b) h_f^{'} (h_0 - 0{,}5 h_f^{'});$$

б) при $\xi > \xi_R$

принимается $\xi = \xi_R$ и $x = x_R = \xi_R h_o$. Тогда

$$M_{ult} = R_b b x_R (h_0 - 0{,}5 x_R) + R_b (b_f^{'} - b) h_f^{'} (h_0 - 0{,}5 h_f^{'}).$$

Несущая способность сечения M_{ult} может быть определена и другим способом - с помощью использования коэффициентов: α_m при $\xi \leq \xi_R$ и α_R при $\xi > \xi_R$. При этом способе первые члены (слагаемые) в приведенных выше формулах несущей способности заменяются соответственно на выражения $\alpha_m R_b b h_0^2$ и $\alpha_R R_b b h_0^2$, где α_m и α_R находятся так же, как и при расчете прямоугольных сечений.

9. Проверяется условие прочности (несущей способности) сечения $M \leq M_{ult}$, и формулируется вывод об обеспеченности (или необеспеченности) ее, который записывается словами.

Примеры решения задач на тавровое сечение /1 случай/

- **Пример 1: Определить площадь поперечного сечения арматуры(As) и сконструировать балку таврового сечения, если известно:**
- **M=150кнм,**
- **b=300мм,**
- **bf=500 мм,**
- **h=600мм,**
- **hf=100мм,**
- **a=4см,**
- **бетон тяжелый B20,**
- **γ_{b2}=0,9,**
- **арматура A-II.**

Ход решения

1)Определяем рабочую высоту бетона: h_o=h-a=600-40=560мм

2)определяем табличные значения:

R_b=11,5 МПа=11,5·0,9=10,35МПа

R_s=280МПа

3)Устанавливаем случай расчета:

$$M'_f = R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \left(h_o - 0{,}5\, h'_f\right) = 10{,}35 \cdot 10^6\, Па \cdot 0{,}5\, м \cdot 0{,}1\, м \left(0{,}56\, м - 0{,}5\, м \cdot 0{,}1\, м\right) = 263925\, Нм = 263{,}9\, кНм$$

M=150кНм< M'_f=263,9кНм=>имеет место первый случай расчета тавровых элементов.

4)Проверяем условие $A_o \leq A_{or}(A_{omax})$

$$A_o = \frac{M}{R_b \cdot h_f' \cdot h_o^2} = \frac{150 \cdot 10^3 Нм}{10,35 \cdot 10^6 Па \cdot 0,5 м \cdot 0,56^2} = 0,0924$$

$A_o = 0,0924 < A_{or}(A_{omax}) = 0,410$

5)По таблице коэффициентов определяем значение коэффициента η=0,95

6) Определяют требуемую площадь арматуры:

$$A_s = \frac{M}{\eta \cdot h_o \cdot R_s} = \frac{150 \cdot 10^3 Н \cdot м}{0,95 \cdot 0,56 м \cdot 280 \cdot 10^6 Па} = 0,001007 м^2 = 1007 мм^2$$

Принимаем 3Ø22 $A_{s,tot}$=1140мм^2

7)Проверяем процент армирования элемента:

$$\mu = \frac{A_{s,tot}}{b \cdot h} \cdot 100 = \frac{1140}{300 \cdot 600} \cdot 100 = 0,63$$

8)Выполняем чертёж-схему армирования.

Примеры решения задач на тавровое сечение /2 случай/

- Определить площадь поперечного сечения арматуры и сконструировать балку таврового сечения, если известно:
- M=330кнм,
- b=300мм,
- b□f=500мм,
- h=600мм,
- h□f=100мм,
- a=5см,
- бетон тяжелый В20,
- γ_b=0,9,
- арматура А-II.

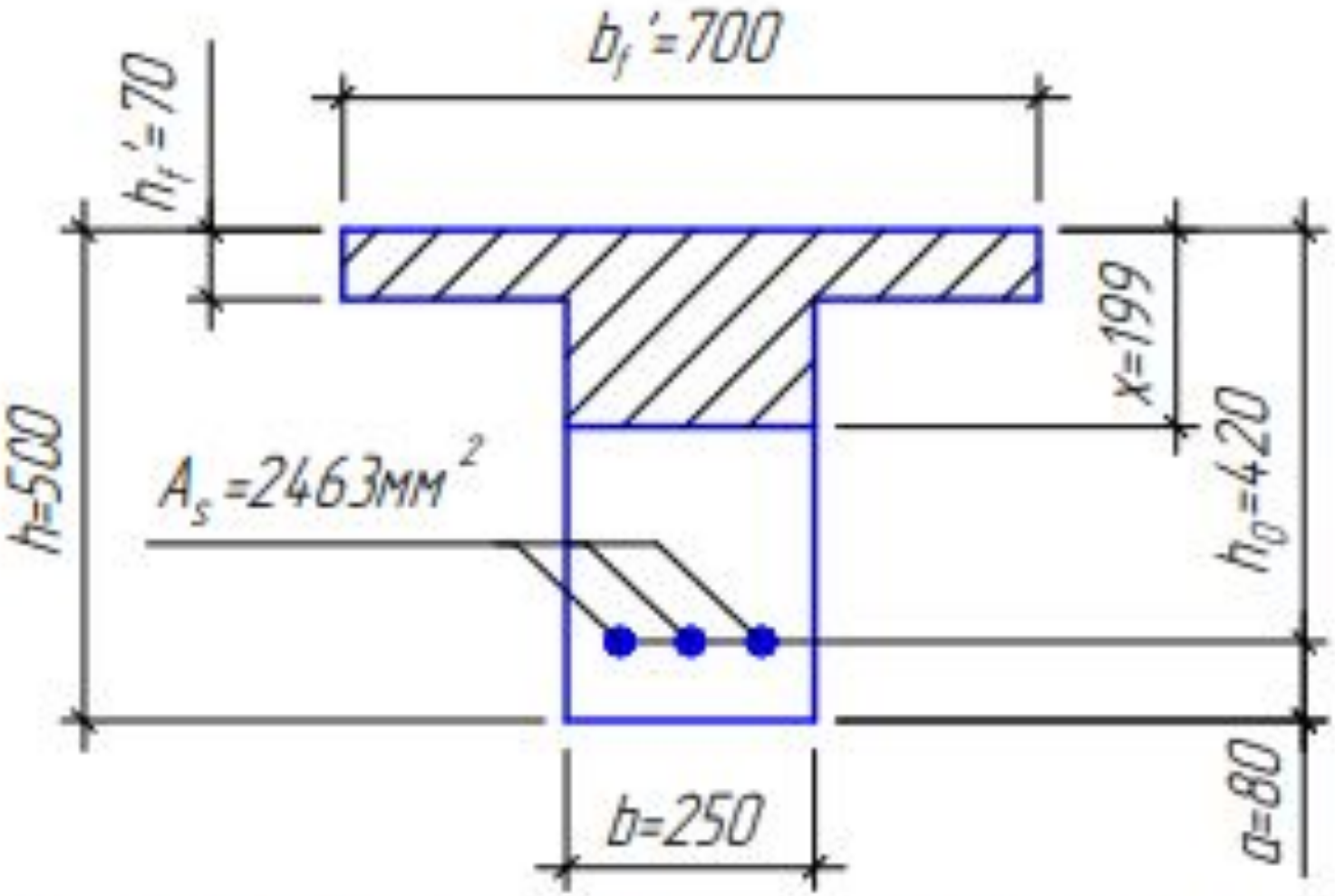

Рис. 1.5. Расчетная схема таврового сечения (пример)

2-й случай расчета тавровых сечений

Ход решения задачи

8)Выполняем чертёж-схему армирования.

1)Определяем рабочую высоту бетона: h_o=h-a=600-50=550мм

2)Определяем необходимые для расчетов табличные значения:

R_b=11,5 МПа=11,5·0,9=10,35МПа

R_s=280МПа

3)Устанавливаем случай расчета:

$$M_f^{'}=R_b\cdot b_f^{'}\cdot h_f^{'}\left(h_o-0,5\,h_f^{'}\right)=10,35\cdot 10^6\,Па\cdot 0,5\,м\cdot 0,1\,м\left(0,55\,м-0,5\,м\cdot 0,1\,м\right)=258750\,Нм=258,7\,кНм$$

M=330кНм> M'_f=258,7кНм=>имеет место второй случай расчета тавровых элементов.

4)Проверяем условие $A_o \le A_{or}(A_{omax})$

$$A_o=\frac{M-R_b\left(b_f^{'}-b\right)\cdot h_f^{'}\left(h_o-0,5\,h_f^{'}\right)}{R_b\cdot b\cdot h_o^2}=\frac{330\cdot 10^3\,Нм-10,35\cdot 10^6\,Па\left(0,5\,м-0,3\,м\right)\cdot 0,1\,м\left(0,55\,м-0,1\,м\right)}{10,35\cdot 10^6\,Па\cdot 0,3\,м\cdot 0,55^2}=0,241$$

A_o =0,241< $A_{or}(A_{omax})$=0,43

5)По таблице коэффициентов определяем значение коэффициента ξ=0,28

6) Определяют требуемую площадь арматуры: $$\boldsymbol{As = \frac{Rb * b * \xi * ho + Rb * hf(bf - b)}{Rs}}$$

$$A_s = \frac{10{,}35 \cdot 10^6\, Н\ м \cdot 0{,}3\, м \cdot 0{,}28\, м \cdot 0{,}55\, м + 10{,}35 \cdot 10^6\, Па(0{,}5\, м - 0{,}3\, м)0{,}1\, м}{280 \cdot 10^6\, Па} = 0{,}002447\, м^2 = 2447\, мм^2$$

Принимаем 4Ø28 $A_{s,tot}$=2463мм^2

7)Проверяем процент армирования элемента:

$$\mu = \frac{A_{s,tot}}{b \cdot h} \cdot 100 = \frac{2463}{300 \cdot 600} \cdot 100 = 1{,}36$$

7. Определяется высота сжатой зоны x:

$$x = \frac{R_s A_s - R_b (b_f' - b) h_f'}{R_b b} > h_f'$$

и вычерчивается расчетная схема сечения, на которой показывается сжатая зона при найденном положении нейтральной оси.

Относительная высота сжатой зоны бетона

$$\xi = \frac{x}{h_0}$$

6. Вычисляется граничная относительная высота сжатой зоны ξ_R, как при расчете прямоугольных сечений, (формула 6.11) [2] или по табл.3.2 [3] (см. приложение В3).

$$\xi_R = \frac{x_R}{h_0} = \frac{0{,}8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b,ult}}};$$

где $\varepsilon_{s,el}$ – относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях, равных R_s (R_s – в МПа), определяемая по формуле $\varepsilon_{s,el} = R_s / E_s$. Значение

модуля упругости арматуры E_s принимается одинаковым при растяжении и сжатии и равными $E_s = 2{,}0 \cdot 10^5$ МПа;

$\varepsilon_{b,ult}$ – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных R_b, принимаемая равной 0,0035.

Модуль Юнга (**модуль упругости**) — физическая величина, характеризующая способность материала сопротивляться растяжению, сжатию при **упругой** деформации.

8. Определяется несущая способность сечения балки:

а) при $\xi \le \xi_R$

$$M_{ult} = R_b b x (h_0 - 0{,}5x) + R_b (b_f' - b) h_f' (h_0 - 0{,}5 h_f');$$

б) при $\xi > \xi_R$

принимается $\xi = \xi_R$ и $x = x_R = \xi_R h_o$. Тогда

$$M_{ult} = R_b b x_R (h_0 - 0{,}5 x_R) + R_b (b_f' - b) h_f' (h_0 - 0{,}5 h_f').$$

9. Проверяется условие прочности (несущей способности) сечения $M \le M_{ult}$, и формулируется вывод об обеспеченности (или необеспеченности) ее, который записывается словами.

Сортамент арматуры (выборка, испр.) (ПРИЛОЖЕНИЕ 4 Пособие к СНиП 2.03.01-84)

Номинальный диаметр стержня, мм	Расчетная площадь поперечного стержня, мм², при числе стержней									Теоретическая масса 1 м длины арматуры, кг	Диаметр арматуры классов				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		А-I	А-II	А-III	Ат-IIIС	Вр-I
3	7,1	14,1	21,2	28,3	35,3	42,4	49,5	56,5	63,6	0,052	—	—	—	—	+
4	12,6	25,1	37,7	50,2	62,8	75,4	87,9	100,5	113	0,092	—	—	—	—	+
5	19,6	39,3	58,9	78,5	98,2	117,8	137,5	157,1	176,7	0,144	—	—	—	—	+
6	28,3	57	85	113	141	170	198	226	254	0,222	+	—	+	—	—
8	50,3	101	151	201	251	302	352	402	453	0,395	+	—	+	—	—
10	78,5	157	236	314	393	471	550	628	707	0,617	+	+	+	+	—
12	113,1	226	339	452	565	679	792	905	1018	0,888	+	+	+	+	—
14	153,9	308	462	616	769	923	1077	1231	1385	1,208	+	+	+	+	—
16	201,1	402	603	804	1005	1206	1407	1608	1810	1,578	+	+	+	+	—
18	254,5	509	763	1018	1272	1527	1781	2036	2290	1,998	+	+	+	+	—
20	314,2	628	942	1256	1571	1885	2199	2513	2828	2,466	+	+	+	+	—
22	380,1	760	1140	1520	1900	2281	2661	3041	3421	2,984	+	+	+	+	—
25	490,9	982	1473	1963	2454	2945	3436	3927	4418	3,84	+	+	+	—	—
28	615,8	1232	1847	2463	3079	3695	4310	4926	5542	4,83	+	+	+	—	—
32	804,3	1609	2413	3217	4021	4826	5630	6434	7238	6,31	+	+	+	—	—
36	1017,9	2036	3054	4072	5089	6107	7125	8143	9161	7,99	+	+	+	—	—
40	1256,6	2513	3770	5027	6283	7540	8796	10053	11310	9,865	+	+	+	—	—

Стержневая арматура классов	Расчетные сопротивления арматуры для предельных состояний первой группы, МПа	
	Растяжению (продольной R_s)	Сжатию R_{sc}
A-I	225	225
A-II	280	280
A-III диаметром, мм:	355	355
6-8	365	365
10-40		

Вид сопротивления	Бетон	Расчетные сопротивления бетона для предельных состояний первой группы R_b при классе бетона по прочности на сжатие, МПа					
		B15	B20	B25	B30	B35	B40
Сжатие осевое (призменная прочность) R_b	Тяжелый и мелкозернистый	8,5	11,5	14,5	17,0	19,5	22,0

^ **Значения коэффициентов ξ, η, A_0**

$\xi = x/h_0$	$r_0 = \frac{1}{\sqrt{A_0}}$	$\eta = z_\sigma/h_0$	A_0	$\xi = x/h_0$	$r_0 = \frac{1}{\sqrt{A_0}}$	$\eta = z_\sigma/h_0$	A_0
0,01	10	0,995	0,01	0,36	1,84	0,82	0,295
0,02	7,12	0,99	0,02	0,37	1,82	0,815	0,301
0,03	5,82	0,985	0,03	0,38	1,8	0,81	0,309
0,04	5,05	0,98	0,039	0,39	1,78	0,805	0,314
0,05	4,53	0,975	0,048	0,4	1,77	0,8	0,32
0,06	4,15	0,97	0,058	0,41	1,75	0,795	0,326
0,07	3,85	0,965	0,067	0,42	1,74	0,79	0,332
0,08	3,61	0,96	0,077	0,43.	1,72	0,785	0,337
0,09	3,41	0,955	0,085	0,44	1,71	0,78	0,343
0,1	3,24	0,95	0,095	0,45	1,69	0,775	0,349
0,11	3,11	0,945	0,104	0,46	1,68	0,77	0,354
0,12	2,98	0,94	0,113	0,47	1,67	0,765	0,359
0,13	2,88	0,935	0,121	0,48	1,66	0,76	0,365
0,14	2,77	0,93	0,13	0,49	1,64	0,755	0,37
0,15	2,68	0,925	0,139	0,5	1,63	0,75	0,375
0,16	2,61	0,92	0,147	0,51	1,62	0,745	0,38
0,17	2,53	0,915	0,155	0,52	1,61	0,74	0,385
0,18	2,47	0,91	0,164	0,53	1,6	0,735	0,39
0,19	2,41	0,905	0,172	0,54	1,59	0,73	0,394
0,2	2,36	0,9	0,18	0,55	1,58	0,725	0,399
0,21	2,31	0,895	0,188	0,56	1,57	0,72	0,403
0,22	2,26	0,89	0,196	0,57	1,56	0,715	0,408
0,23	2,22	0,885	0,203	0,58	1,55	0,71	0,412
0,24	2,18	0,88	0,211	0,59	1,54	0,705	0,416
0,25	2,14	0,875	0,219	0,6	1,535	0,7	0,42
0,26	2,1	0,87	0,226	0,61	1,53	0,695	0,424
0,27	2,07	0,865	0,236	0,62	1,525	0,69	0,428
0,28	2,04	0,86	0,241	0,63	1,52	0,685	0,432
0,29	2,01	0,855	0,248	0,64	1,515	0,68	0,435
0,3	1,98	0,85	0,255	0,65	1,51	0,675	0,439
0,31	1,95	0,845	0,262	0,66	1,5	0,67	0,442
0,32	1,93	0,84	0,269	0,67	1,495	0,665	0,446
0,33	1,9	0,835	0,275	0,68	1,49	0,66	0,449
0,34	1,88	0,83	0,282	0,69	1,485	0,655	0,452
0,35	1,86	0,825	0,289	0,7	1,48	0,65	0,455

Предельные значения коэффициентов A_o и ξ

(при значении коэффициента условий работы бетона 0,9)

Класс арматуры	ξ_r	$A_{or}(A_{omax})$
A240 (A-I)	0,612	0,425
A300 (A-II)	0,577	0,410
A400 (A-III)	0,53	0,39

Предельные значения коэффициентов ξ и A_0

Класс арматуры, коэффициенты		Класс прочности бетона						
		B12,5	B15	B20	B25	B30	B35	B40
A-III, Вр-I	ξ_R	0,662	0,652	0,627	0,604	0,582	0,564	0,542
	A_{0R}	0,443	0,440	0,430	0,422	0,413	0,405	0,395
A-II	ξ_R	0,689	0,680	0,650	0,632	0,610	0,592	0,571
	A_{0R}	0,452	0,449	0,439	0,432	0,424	0,417	0,408
A-I	ξ_R	0,708	0,698	0,674	0,652	0,630	0,612	0,591
	A_{0R}	0,457	0,455	0,447	0,439	0,432	0,425	0,416
A-IIIв	ξ_R		0,71	0,68	0,66	0,64	0,62	0,60
	A_{0R}		0,458	0,449	0,442	0,435	0,428	0,420
A-IV	ξ_R		0,59	0,56	0,54	0,51	0,50	0,48
	A_{0R}		0,416	0,403	0,394	0,380	0,375	0,365
A-V	ξ_R			0,54	0,52	0,50	0,48	0,46
	A_{0R}			0,394	0,385	0,375	0,365	0,354
B-II, Вр-II	ξ_R			0,51	0,48	0,46	0,45	0,42
	A_{0R}			0,380	0,365	0,354	0,349	0,332