- **1 блок – 25**
  - **Лекции** – 5
  - **Практика** – 5
  - **СР:** Тест_1 – 5
  - **Текущий контроль** – 10

- **2 блок – 35**
  - **Лекции** – 5
  - **Практика** – 5
  - **СР** – 13
    - Индивидуальное кейс-задание (5)
    - Тест_2 (5)
    - Круглый стол, конференции (3)
  - **Текущий контроль** – 12

Лекция №1

# Линейное программирование

Задача математического программирования:

$$f(x) = \rightarrow \max\ (\min)$$

$$g_i(x) \le 0\ ,\ i = \overline{1, m_1}$$

$$g_i(x) \ge 0\ ,\ i = \overline{m_1 + 1, m_2}$$

$$g_i(x) = 0,\ i = \overline{m_2 + 1, m}$$

$$\mathrm{x_j} \ge 0\ ,\ \ \mathrm{j} = \overline{1, \mathrm{n}_1}$$

$$x_j - \textit{любое}\ ,\ \ j = \overline{n_1 + 1, n}\ ,$$

$$f(x) = (c, x) \to \max(\min)$$

$$A\ m \times n,\ (A_i, x) \le b_i\ ,\ i = \overline{1, m_1}$$

$$(A_i, x) \ge b_i\ ,\ i = \overline{m_1 + 1, m_2} \qquad (1)$$

$$(A_i, x) = b_i\ ,\ i = \overline{m_2 + 1, m}$$

$$x_j \ge 0\ ,\ \ j = \overline{1, n_1}$$

$$x_j - \textit{любое}\ ,\ \ j = \overline{n_1 + 1, n}\ ,$$

- **ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЗАДАЧ ЛП**
  - **Задача планирования производства**
  - **Многосторонний коммерческий арбитраж**
  - **Транспортная задача**
  - **Задача составления жидких смесей**
  - **Задача о банке**
  - **Задача о диете**

# Задача планирования производства.

***n*** – число типов товаров, ***m*** – число типов ресурсов.

$$a_{ij} \geq 0, i = 1,2,..,m, j = 1,2,...,n, \quad b_i > 0, \quad c_j > 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \mathbf{max}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1,2,..,m$$

$$x_j \geq 0, j = 1,2,...,n$$

# Задача о диете.

***n*** – продуктов питания, ***m*** – число полезных веществ.

$$a_{ij} \geq 0,\ i = 1,2,..,m,\ j = 1,2,...,n, \quad b_i > 0, \quad c_j > 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \mathbf{min}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i, i = 1,2,..,m$$

$$x_j \geq 0,\ j = 1,2,...,n$$

# Задача о банке

Собственные средства банка в сумме с депозитами составляют 100 млн. $.

Не менее 35 млн. $ из этой суммы размещена в кредитах

Ликвидное ограничение: ценные бумаги должны составлять не менее 30%, размещенных в кредитах и ликвидных активах.

Пусть x1 – средства (млн. $), размещенные в кредитах, x2 – средства (млн. $), размещенные в ликвидных активах.

Балансовое ограничение:

$x1+x2\leq100$ (*)

Кредитное ограничение:

$x1\geq35$ (**)

Ликвидное ограничение:

$x2\geq0{,}3(x1+x2)$ (***)

Условие неотрицательности:

$x1\geq0,\ x2\geq0$ (****)

c1-доходность кредитов, c2 –доходность ликвидных активов

$f=c1x1+c2x2\rightarrow max$ при условиях (*)–(****)

Стандартная форма задачи ЛП:

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, i = 1,2,\ldots,m$$

$$x_j \ge 0, j = 1,2,..,n$$

Каноническая форма задачи ЛП:

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, i = 1,2,\ldots,m$$

$$x_j \ge 0, j = 1,2,..,n$$

# Симплекс метод

$$f = (c, x) \to \max$$

$$Ax = b, A_{m\times n} \ (1)$$

$$x \geq 0$$

Пусть $A^1, A^2, .., A^m$ - линейно независимые, то есть образуют базис.

$$B = \left(A^1, A^2, .., A^m\right), \ |B| \neq 0$$

Таким образом, матрицу А можно записать $A = \begin{pmatrix} B & N \end{pmatrix}$.

Систем у (1) перепишем в виде:

$$Bx^B + Nx^N = b, x^B = \left(x_1, \ldots, x_m\right), x^N = \left(x_{m+1}, \ldots, x_n\right)$$

$$x^B + B^{-1}Nx^N = B^{-1}b, \quad Z^N = B^{-1}N, Z^0 = B^{-1}b$$

$$\tilde{x} = \left(\tilde{x}_1, \ldots, \tilde{x}_m, 0, \ldots, 0\right)$$

$$Z^j = B^{-1}A^j$$

# Начальная симплекс таблица

| | $x^N$ | |
|---|---|---|
| $x^B$ | $Z$ | $Z^0$ |
| $f$ | $\Delta$ | $\tilde{f}$ |

$$\Delta = \left(C^B, Z^j\right) - C^N$$

$$\tilde{f} = \left(C^B, Z^0\right)$$

# Начальная симплекс таблица. Возможные варианты. №1

$$f = (c, x) \to \max$$

$$Ax \le b, b \ge 0$$

$$x \ge 0$$

$$Ax + Ev = b$$

$$x \ge 0, v \ge 0$$

Опорное решение: $\tilde{x} = 0, \tilde{v} = b$

| $\tilde{v}$ | $x$ | |
|---|---|---|
| | A | b |
| f | -c | 0 |

# Начальная симплекс таблица. Возможные варианты. №2.

$$f = (c, x) \to \max$$

$$Ax = b, b \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$A = \begin{pmatrix} E & \tilde{A} \end{pmatrix}$$

Базисные переменные: $x_1, \ldots, x_m$

Небазисные переменные: $x_{m+1}, \ldots, x_n$

| | $x^N$ | |
|---|---|---|
| $x^B$ | $\tilde{A}$ | $b$ |
| $f$ | $\Delta$ | $\tilde{f}$ |

# Начальная симплекс таблица. Возможные варианты. №3

$$f = (c, x) \to \max$$

$$Ax = b, b \geq 0$$

$$x \geq 0$$

**Вспомогательная задача:**

$$F = -(w_1 + w_2 + \cdots w_m) \to \max$$

$$Ax + w = b, b \geq 0$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

- Информация
- из
- оптимальной
- симплекс таблицы
  - Оптимальное решение
  - Статус ресурсов
  - Ценность каждого ресурса
  - Чувствительность оптимального решения

# Ценность ресурса

**Ценность ресурса** – характеризуется величиной улучшения оптимального значения $f$ , приходящегося на единицу прироста данного ресурса

**Статус ресурсов**

| Дефицитный | Недефицитный |
| --- | --- |