ВОЕННАЯ АКАДЕМИЯ СВЯЗИ

Лекция
по учебной дисциплине «Цифровая схемотехника и обработка сигналов»
(Д-0205-1)

Тема № 9: «Описание ЛДС в частотной области»
Занятие № 29: «Частотные характеристики ЛДС»

Руководитель занятия – доцент кафедры, к.т.н., доцент, полковник Филимонов Василий Александрович

г. Санкт-Петербург
2018

Учебные цели:

1. Изучить частотные характеристики ЛДС, их свойства и порядок расчёта.
2. Изучить влияние параметров передаточных функций на частотные характеристики.

Учебные вопросы:

1. Определение и свойства частотных характеристик ЛДС.
2. Вычисление частотных характеристик.
3. Взаимосвязь между характеристиками ЛДС.

Литература для самостоятельной работы обучаемых:

1. 1. Цифровая обработка сигналов. Краткий курс/ Д. А. Улахович – СПб.: ВАС, 2017. – 408 с. (стр. 88-99).
2. Цифровая обработка сигналов./ Авторы: Д. А. Улахович / Электронное учеб. пособие /– СПб.: ВАС, 2015.

Первый учебный вопрос

Определение и свойства частотных характеристик ЛДС

Первый учебный вопрос

1. Определение частотных характеристик ЛДС

Воздействие – отрезок *дискретного комплексного гармонического сигнала*

$$x(n) = A_x(\hat{\omega})e^{j\hat{\omega}n} = A_x(\hat{\omega})e^{j\varphi_x(\hat{\omega})},\ 0 < n < \infty \qquad (1)$$

Первый учебный вопрос

1. Определение частотных характеристик ЛДС

Воздействие – отрезок *дискретного комплексного гармонического сигнала*

$$x(n) = A_x(\hat\omega)e^{j\hat\omega n} = A_x(\hat\omega)e^{j\varphi_x(\hat\omega)},\ 0 < n < \infty \qquad (1)$$

Реакция:

$$y(n) = A_y(\hat\omega)\, e^{j\varphi_y(\hat\omega)} = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)\, x(n-m) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)\, A_x(\hat\omega)\, e^{j\hat\omega(n-m)} =$$

$$= A_x(\hat\omega)\, e^{j\hat\omega n} \boxed{\sum_{m=0}^{\infty} h(m)\, e^{-j\hat\omega m}} = A_x(\hat\omega)\, e^{j\varphi_x(\hat\omega)} \boxed{H(e^{j\hat\omega})}, \qquad (2)$$

Преобразование Фурье ИХ

Первый учебный вопрос

1. Определение частотных характеристик ЛДС

Воздействие – отрезок *дискретного комплексного гармонического сигнала*

$$x(n) = A_x(\hat{\omega})e^{j\hat{\omega}n} = A_x(\hat{\omega})e^{j\varphi_x(\hat{\omega})},\ 0 < n < \infty \qquad (1)$$

Реакция:

$$y(n) = A_y(\hat{\omega})\, e^{j\varphi_y(\hat{\omega})} = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)\, x(n-m) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)\, A_x(\hat{\omega})\, e^{j\hat{\omega}(n-m)} =$$

$$= A_x(\hat{\omega})\, e^{j\hat{\omega}n} \boxed{\sum_{m=0}^{\infty} h(m)\, e^{-j\hat{\omega}m}} = A_x(\hat{\omega})\, e^{j\varphi_x(\hat{\omega})} \boxed{H(e^{j\hat{\omega}})}, \qquad (2)$$

Преобразование Фурье ИХ

$$A_y(\hat{\omega})e^{j\varphi_y(\hat{\omega})} = A_x(\hat{\omega})e^{j\varphi_x(\hat{\omega})}H(e^{j\hat{\omega}}) \qquad (3)$$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{A_y(\hat{\omega})\, e^{j\varphi_y(\hat{\omega})}}{A_x(\hat{\omega})\, e^{j\varphi_x(\hat{\omega})}} = \frac{A_y(\hat{\omega})}{A_x(\hat{\omega})} e^{j\left(\varphi_y(\hat{\omega}) - \varphi_x(\hat{\omega})\right)} \qquad (4)$$

1. Определение частотных характеристик ЛДС

Воздействие – отрезок *дискретного комплексного гармонического сигнала*

$$x(n) = A_x(\hat{\omega})e^{j\hat{\omega}n} = A_x(\hat{\omega})e^{j\varphi_x(\hat{\omega})},\ 0 < n < \infty \qquad (1)$$

Реакция:

$$y(n) = A_y(\hat{\omega})\, e^{j\varphi_y(\hat{\omega})} = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)\, x(n-m) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)\, A_x(\hat{\omega})\, e^{j\hat{\omega}(n-m)} =$$

$$= A_x(\hat{\omega})\, e^{j\hat{\omega}n} \boxed{\sum_{m=0}^{\infty} h(m)\, e^{-j\hat{\omega}m}} = A_x(\hat{\omega})\, e^{j\varphi_x(\hat{\omega})} \boxed{H(e^{j\hat{\omega}})}, \qquad (2)$$

Преобразование Фурье ИХ

$$A_y(\hat{\omega})e^{j\varphi_y(\hat{\omega})} = A_x(\hat{\omega})e^{j\varphi_x(\hat{\omega})}H(e^{j\hat{\omega}}) \qquad (3)$$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{A_y(\hat{\omega})\, e^{j\varphi_y(\hat{\omega})}}{A_x(\hat{\omega})\, e^{j\varphi_x(\hat{\omega})}} = \frac{A_y(\hat{\omega})}{A_x(\hat{\omega})} e^{j\left(\varphi_y(\hat{\omega}) - \varphi_x(\hat{\omega})\right)} \qquad (4)$$

Определение 1:

Комплексной частотной характеристикой *линейной дискретной системы называется частотная зависимость отношения реакции к дискретному гармоническому воздействию в установившемся режиме.*

$$H(z)\big|_{z=e^{j\hat{\omega}}} = H(e^{j\hat{\omega}}) \qquad (5)$$

Первый учебный вопрос

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| e^{j\arg\left\{H(e^{j\hat{\omega}})\right\}} = A(\hat{\omega})\, e^{j\varphi(\hat{\omega})}$$

Первый учебный вопрос

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \underbrace{\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right|}_{Модуль} e^{j\overbrace{\arg\left\{H(e^{j\hat{\omega}})\right\}}^{Аргумент}} = \underbrace{A(\hat{\omega})}_{\text{АЧХ}} e^{j\overbrace{\varphi(\hat{\omega})}^{\text{ФЧХ}}} \qquad (6)$$

Первый учебный вопрос

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \underbrace{\boxed{\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right|}}_{\text{Модуль}} e^{j \overbrace{\boxed{\arg\left\{H(e^{j\hat{\omega}})\right\}}}^{\text{Аргумент}}} = \underbrace{\boxed{A(\hat{\omega})}}_{\text{АЧХ}} e^{j \overbrace{\boxed{\varphi(\hat{\omega})}}^{\text{ФЧХ}}} \qquad (6)$$

Определение 2:
Амплитудно-частотной характеристикой *линейной дискретной системы называется частотная зависимость отношения амплитуды реакции к амплитуде дискретного гармонического воздействия в установившемся режиме:*

$$\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| = A(\hat{\omega}) = \frac{A_y(\hat{\omega})}{A_x(\hat{\omega})} \qquad (7)$$

Первый учебный вопрос

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \underbrace{\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right|}_{Модуль} e^{j\overbrace{\arg\left\{H(e^{j\hat{\omega}})\right\}}^{Аргумент}} = \underbrace{A(\hat{\omega})}_{АЧХ} e^{j\overbrace{\varphi(\hat{\omega})}^{ФЧХ}} \qquad (6)$$

Определение 2:

Амплитудно-частотной характеристикой *линейной дискретной системы называется частотная зависимость отношения амплитуды реакции к амплитуде дискретного гармонического воздействия в установившемся режиме:*

$$\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| = A(\hat{\omega}) = \frac{A_y(\hat{\omega})}{A_x(\hat{\omega})} \qquad (7)$$

Определение 3:

Фазочастотной характеристикой *линейной дискретной системы называется частотная зависимость разности начальных фаз реакции и дискретного гармонического воздействия в установившемся режиме*:

$$\varphi(\hat{\omega}) = \varphi_y(\hat{\omega}) - \varphi_x(\hat{\omega}). \qquad (8)$$

Первый учебный вопрос

Связь частотной характеристики с передаточной функцией :

Частотная характеристика *рекурсивной* цепи

$$H(z)\Big|_{z=e^{j\hat{\omega}}} = H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{\sum\limits_{i=0}^{N-1} b_i e^{-j\hat{\omega}i}}{1+\sum\limits_{k=1}^{M-1} b_i e^{-j\hat{\omega}k}} = \frac{Y(e^{j\hat{\omega}})}{X(e^{j\hat{\omega}})} \qquad (9)$$

Частотная характеристика *нерекурсивной* цепи

$$H(z)\Big|_{z=e^{j\hat{\omega}}} = H(e^{j\hat{\omega}}) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i e^{-j\hat{\omega}i} = \frac{Y(e^{j\hat{\omega}})}{X(e^{j\hat{\omega}})} \qquad (9,a)$$

Первый учебный вопрос

2.Свойства частотных характеристик ЛДС

Свойства частотных характеристик определяются свойствами комплексной экспоненты $e^{j\omega T}$ и тригонометрических функций: sin, cos, tg и arctg.

Первый учебный вопрос

2.Свойства частотных характеристик ЛДС

Свойства частотных характеристик определяются свойствами комплексной экспоненты $e^{j\omega T}$ и тригонометрических функций: sin, cos, tg и arctg.

1. *Непрерывность*: КЧХ, АЧХ и ФЧХ — непрерывные (или кусочно-непрерывные) функции частоты по определению.

Первый учебный вопрос

2.Свойства частотных характеристик ЛДС

Свойства частотных характеристик определяются свойствами комплексной экспоненты $e^{j\omega T}$ и тригонометрических функций: sin, cos, tg и arctg.

1. *Непрерывность*: КЧХ, АЧХ и ФЧХ — непрерывные (или кусочно-непрерывные) функции частоты по определению.

2. *Периодичность*: ЧХ, АЧХ и ФЧХ — *периодические* функции частоты с периодом, равным частоте дискретизации

$$\omega_{д} = \frac{2\pi}{T} \tag{10}$$

Первый учебный вопрос

2.Свойства частотных характеристик ЛДС

Свойства частотных характеристик определяются свойствами комплексной экспоненты $e^{j\omega T}$ и тригонометрических функций: sin, cos, tg и arctg.

1. *Непрерывность*: КЧХ, АЧХ и ФЧХ — непрерывные (или кусочно-непрерывные) функции частоты по определению.
2. *Периодичность*: ЧХ, АЧХ и ФЧХ — *периодические* функции частоты с периодом, равным частоте дискретизации

$$\omega_{д} = \frac{2\pi}{T} \qquad (10)$$

$$e^{j(\omega T \pm 2\pi k)} = e^{j\omega T} e^{\pm j 2\pi k}$$

Первый учебный вопрос

2.Свойства частотных характеристик ЛДС

Свойства частотных характеристик определяются свойствами комплексной экспоненты $e^{j\omega T}$ и тригонометрических функций: sin, cos, tg и arctg.

1. *Непрерывность*: КЧХ, АЧХ и ФЧХ — непрерывные (или кусочно-непрерывные) функции частоты по определению.
2. *Периодичность*: ЧХ, АЧХ и ФЧХ — *периодические* функции частоты с периодом, равным частоте дискретизации

$$\omega_{\text{д}} = \frac{2\pi}{T} \qquad (10)$$

$$e^{j(\omega T \pm 2\pi k)} = e^{j\omega T} \underset{\substack{\shortparallel \\ 1}}{\boxed{e^{\pm j2\pi k}}} = e^{j\omega T}, \; k = 0,\, 1,\, \ldots$$

Первый учебный вопрос

2.Свойства частотных характеристик ЛДС

Свойства частотных характеристик определяются свойствами комплексной экспоненты $e^{j\omega T}$ и тригонометрических функций: sin, cos, tg и arctg.

1. *Непрерывность*: КЧХ, АЧХ и ФЧХ — непрерывные (или кусочно-непрерывные) функции частоты по определению.
2. *Периодичность*: ЧХ, АЧХ и ФЧХ — *периодические* функции частоты с периодом, равным частоте дискретизации

$$\omega_{\text{д}} = \frac{2\pi}{T} \qquad (10)$$

$$e^{j(\omega T \pm 2\pi k)} = e^{j\omega T}\underbrace{\boxed{e^{\pm j 2\pi k}}}_{=1} = e^{j\omega T}, \; k = 0,\, 1,\, \ldots$$

В зависимости от используемой шкалы частот период равен:

$$f \Rightarrow f_{\text{д}};\ \omega\ \hat{f} \Rightarrow \omega\ 1;\ \omega \Rightarrow 2\pi_{\text{д}}.\ \ \hat{}\ \Rightarrow$$

Первый учебный вопрос

3. Чётность и нечётность частотных характеристик (коэффициенты ПФ вещественные):

Первый учебный вопрос

3. Чётность и нечётность частотных характеристик (коэффициенты ПФ вещественные):

АЧХ $\left|H(e^{j\omega T})\right| = \left|H(e^{-j\omega T})\right|$ - чётная функция частоты

Первый учебный вопрос

3. Чётность и нечётность частотных характеристик (коэффициенты ПФ вещественные):

АЧХ $$\left|H(e^{j\omega T})\right| = \left|H(e^{-j\omega T})\right|$$ - чётная функция частоты

ФЧХ $$\arg\left\{H(e^{j\omega T})\right\} = -\arg\left\{H(e^{-j\omega T})\right\}$$ - нечётная функция частоты

Второй учебный вопрос

Вычисление частотных характеристик ЛДС

Второй учебный вопрос

1. Получить КЧХ

$$H(z)\big|_{z=e^{j\hat{\omega}}} = H(e^{j\hat{\omega}}) \qquad (12)$$

Второй учебный вопрос

1. Получить КЧХ

$$H(z)\big|_{z=e^{j\hat{\omega}}} = H(e^{j\hat{\omega}}) \qquad (12)$$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{\sum\limits_{i=0}^{N-1} b_i e^{-j\hat{\omega} i}}{1+\sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k e^{-j\hat{\omega} k}} \qquad (13)$$

Второй учебный вопрос

1. Получить КЧХ

$$H(z)\Big|_{z=e^{j\hat{\omega}}} = H(e^{j\hat{\omega}}) \qquad (12)$$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{\sum\limits_{i=0}^{N-1} b_i e^{-j(\hat{\omega} i)}}{1+\sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k e^{-j(\hat{\omega} k)}} \qquad (13)$$

2. Разложить экспоненты: $e^{-jk\hat{\omega}} = \cos(k\hat{\omega}) - j\sin(k\hat{\omega});\quad e^{-ji\hat{\omega}} = \cos(i\hat{\omega}) - j\sin(i\hat{\omega})$ (14)

Второй учебный вопрос

1. Получить КЧХ

$$H(z)\Big|_{z=e^{j\hat{\omega}}} = H(e^{j\hat{\omega}}) \qquad (12)$$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{\sum\limits_{i=0}^{N-1} b_i e^{-j\hat{\omega} i}}{1 + \sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k e^{-j\hat{\omega} k}} \qquad (13)$$

2. Разложить экспоненты: $e^{-jk\hat{\omega}} = \cos(k\hat{\omega}) - j\sin(k\hat{\omega});\quad e^{-ji\hat{\omega}} = \cos(i\hat{\omega}) - j\sin(i\hat{\omega})$ (14)

3. Выделить вещественные и мнимые части в числителе и знаменателе КЧХ:

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{\mathrm{Re}_{ч} + j\,\mathrm{Im}_{ч}}{\mathrm{Re}_{з} + j\,\mathrm{Im}_{з}}$$

Второй учебный вопрос

1. Получить КЧХ

$$H(z)\Big|_{z=e^{j\hat{\omega}}} = H(e^{j\hat{\omega}}) \qquad (12)$$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{\sum\limits_{i=0}^{N-1} b_i e^{-j\hat{\omega} i}}{1+\sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k e^{-j\hat{\omega} k}} \qquad (13)$$

2. Разложить экспоненты: $e^{-jk\hat{\omega}} = \cos(k\hat{\omega}) - j\sin(k\hat{\omega});\quad e^{-ji\hat{\omega}} = \cos(i\hat{\omega}) - j\sin(i\hat{\omega})$ (14)

3. Выделить вещественные и мнимые части в числителе и знаменателе КЧХ:

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{\mathrm{Re}_{ч} + j\,\mathrm{Im}_{ч}}{\mathrm{Re}_{з} + j\,\mathrm{Im}_{з}} = \frac{\left[b_0 + \sum\limits_{i=1}^{N-1} b_i \cos(i\hat{\omega})\right] - j\sum\limits_{i=1}^{N-1} b_i \sin(i\hat{\omega})}{\left[1 + \sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k \cos(k\hat{\omega})\right] - j\sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k \sin(k\hat{\omega})} \qquad (15)$$

Второй учебный вопрос

4. Записать АЧХ и ФЧХ согласно их определениям:

$$A(\hat{\omega}) = \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| = \sqrt{\frac{\mathrm{Re}_{ч}^{2} + \mathrm{Im}_{ч}^{2}}{\mathrm{Re}_{з}^{2} + \mathrm{Im}_{з}^{2}}} = \sqrt{\frac{\left[b_0 + \sum\limits_{i=1}^{N-1} b_i \cos(i\hat{\omega})\right]^2 + \left[\sum\limits_{i=1}^{N-1} b_i \sin(i\hat{\omega})\right]^2}{\left[1 + \sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k \cos(k\hat{\omega})\right]^2 + \left[\sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k \sin(k\hat{\omega})\right]^2}}. \qquad (16)$$

Второй учебный вопрос

4. Записать АЧХ и ФЧХ согласно их определениям:

$$A(\hat{\omega}) = \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| = \sqrt{\frac{\mathrm{Re}_\text{ч}^2 + \mathrm{Im}_\text{ч}^2}{\mathrm{Re}_\text{з}^2 + \mathrm{Im}_\text{з}^2}} = \sqrt{\frac{\left[b_0 + \sum\limits_{i=1}^{N-1} b_i \cos(i\hat{\omega})\right]^2 + \left[\sum\limits_{i=1}^{N-1} b_i \sin(i\hat{\omega})\right]^2}{\left[1 + \sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k \cos(k\hat{\omega})\right]^2 + \left[\sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k \sin(k\hat{\omega})\right]^2}}. \qquad (16)$$

$$\varphi(\hat{\omega}) = \arg\left\{H(e^{j\hat{\omega}})\right\} = \mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Im}_\text{ч}}{\mathrm{Re}_\text{ч}}\right) - \mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Im}_\text{з}}{\mathrm{Re}_\text{з}}\right) =$$

$$= -\mathrm{arctg}\frac{\sum\limits_{i=1}^{N-1} b_i \sin(i\hat{\omega})}{b_0 + \sum\limits_{i=1}^{N-1} b_i \cos(i\hat{\omega})} - \mathrm{arctg}\frac{-\sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k \sin(k\hat{\omega})}{1 + \sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k \cos(k\hat{\omega})} = \mathrm{arctg}\frac{\sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k \sin(k\hat{\omega})}{1 + \sum\limits_{k=1}^{M-1} a_k \cos(k\hat{\omega})} - \mathrm{arctg}\frac{\sum\limits_{i=1}^{N-1} b_i \sin(i\hat{\omega})}{b_0 + \sum\limits_{i=1}^{N-1} b_i \cos(i\hat{\omega})}. \qquad (17)$$

Второй учебный вопрос

Пример 1.

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}$$

Второй учебный вопрос

Пример 1.

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}} \qquad H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{[b_0 + b_1 \cos(\hat{\omega})] - jb_1 \sin(\hat{\omega})}{[1 + a_1 \cos(\hat{\omega})] - ja_1 \sin(\hat{\omega})}$$

Второй учебный вопрос

Пример 1.

$$H(z)=\frac{b_0+b_1 z^{-1}}{1+a_1 z^{-1}}$$

$$H(e^{j\hat{\omega}})=\frac{[b_0+b_1\cos(\hat{\omega})]-jb_1\sin(\hat{\omega})}{[1+a_1\cos(\hat{\omega})]-ja_1\sin(\hat{\omega})}$$

$$A(\hat{\omega})=\sqrt{\frac{[b_0+b_1\cos(\hat{\omega})]^2+[b_1\sin(\hat{\omega})]^2}{[1+a_1\cos(\hat{\omega})]^2+[a_1\sin(\hat{\omega})]^2}}$$

$$\varphi(\hat{\omega})=\mathrm{arctg}\frac{a_1\sin(\hat{\omega})}{1+a_1\cos(\hat{\omega})}-\mathrm{arctg}\frac{b_1\sin(\hat{\omega})}{b_0+b_1\cos(\hat{\omega})}$$

Второй учебный вопрос

Пример 1.

$$H(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}}{1+a_1z^{-1}} \qquad H(e^{j\hat{\omega}})=\frac{[b_0+b_1\cos(\hat{\omega})]-jb_1\sin(\hat{\omega})}{[1+a_1\cos(\hat{\omega})]-ja_1\sin(\hat{\omega})}$$

$$A(\hat{\omega})=\sqrt{\frac{[b_0+b_1\cos(\hat{\omega})]^2+[b_1\sin(\hat{\omega})]^2}{[1+a_1\cos(\hat{\omega})]^2+[a_1\sin(\hat{\omega})]^2}} \qquad \varphi(\hat{\omega})=\mathrm{arctg}\frac{a_1\sin(\hat{\omega})}{1+a_1\cos(\hat{\omega})}-\mathrm{arctg}\frac{b_1\sin(\hat{\omega})}{b_0+b_1\cos(\hat{\omega})}$$

Пример 2.

$$H(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} \qquad H(e^{j\hat{\omega}})=\frac{[b_0+b_1\cos(\hat{\omega})+b_2\cos(2\hat{\omega})]-j[b_1\sin(\hat{\omega})+b_2\sin(2\hat{\omega})]}{[1+a_1\cos(\hat{\omega})+a_2\cos(2\hat{\omega})]-j[a_1\sin(\hat{\omega})+a_2\sin(2\hat{\omega})]}$$

$$A(\hat{\omega})=\sqrt{\frac{[b_0+b_1\cos(\hat{\omega})+b_2\cos(2\hat{\omega})]^2+[b_1\sin(\hat{\omega})+b_2\sin(2\hat{\omega})]^2}{[1+a_1\cos(\hat{\omega})+a_2\cos(2\hat{\omega})]^2+[a_1\sin(\hat{\omega})+a_2\sin(2\hat{\omega})]^2}}$$

$$\varphi(\hat{\omega})=\mathrm{arctg}\frac{a_1\sin(\hat{\omega})+a_2\sin(2\hat{\omega})}{1+a_1\cos(\hat{\omega})+a_2\cos(2\hat{\omega})}-\mathrm{arctg}\frac{b_1\sin(\hat{\omega})+b_2\sin(2\hat{\omega})}{b_0+b_1\cos(\hat{\omega})+b_2\cos(2\hat{\omega})}$$

Третий учебный вопрос

Обобщающая схема связей характеристик ЛДС

Третий учебный вопрос

$h(n) = Z^{-1}\{H(z)\}$

$h(n)$ КИХ устойчивы

БИХ

$\left.\begin{matrix} \text{БИХ} \\ \\ \text{полюсы} \end{matrix}\right\}$ устойчивы, если $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |h(n)| = R < \infty;$

$|\alpha_k| < 1$

$H(z) = Z\{h(n)\}$

$\begin{cases} \alpha_k & \text{полюсы} \\ \beta_i & \text{нули} \end{cases}$

$$H(z)$$

Разностное уравнение

Структурная схема

Частотные характеристики:

КЧХ $H(e^{j\hat{\omega}}) = A(\hat{\omega})e^{j\varphi(\hat{\omega})}$

АЧХ $A(\hat{\omega}) = \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right|$

ФЧХ $\varphi(\hat{\omega}) = \arg H(e^{j\hat{\omega}})$

ЛЕКЦИЯ ЗАВЕРШЕНА!