

МАТЕМАТИКА



ЗАДАНИЕ №19

Автор: учитель математики
высшей категории
Молодых Елена Николаевна
МКОУ «Хлопуновская СОШ»
Шипуновский район
Алтайский край

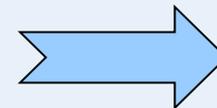
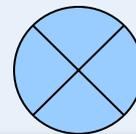




ЗАДАНИЕ № 19 - 1

РЕШЕНИЕ

Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 1458. Приведите ровно один пример такого числа.

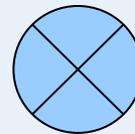




ЗАДАНИЕ № 19 - 2

РЕШЕНИЕ

Найдите четырёхзначное число, кратное 18, произведение цифр которого равно 24. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

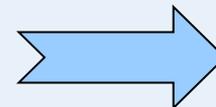
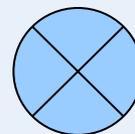




ЗАДАНИЕ № 19 - 3

РЕШЕНИЕ

Найдите трехзначное натуральное число, большее 500, которое при делении на 4, на 5 и на 6 дает в остатке 2, и в записи которого есть только две различные цифры. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число

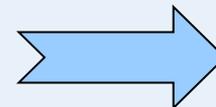
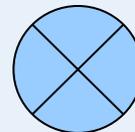




ЗАДАНИЕ № 19 - 4

РЕШЕНИЕ

Приведите пример трёхзначного натурального числа, кратного 4, сумма цифр которого равна их произведению. В ответе укажите ровно одно такое число.

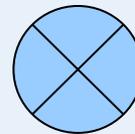




ЗАДАНИЕ № 19 - 5

РЕШЕНИЕ

Вычеркните в числе 85417627 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 18. В ответе укажите ровно одно получившееся число.

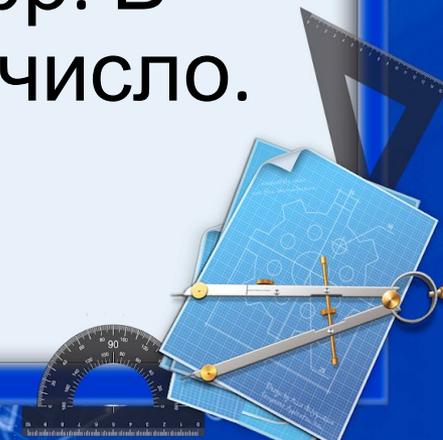
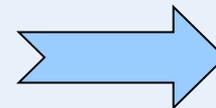
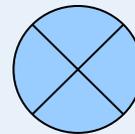




ЗАДАНИЕ № 19 - 6

РЕШЕНИЕ

Приведите пример трёхзначного натурального числа, большего 500, которое при делении на 8 и на 5 даёт равные ненулевые остатки и первая слева цифра которого является средним арифметическим двух других цифр. В ответе укажите ровно одно такое число.

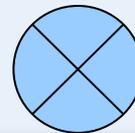




ЗАДАНИЕ № 19 - 7

РЕШЕНИЕ

Найдите трёхзначное число, сумма цифр которого равна 25, если известно, что его квадрат делится на 16.

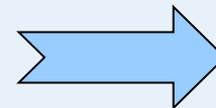
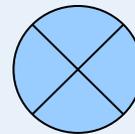




ЗАДАНИЕ № 19- 8

РЕШЕНИЕ

Приведите пример трёхзначного натурального числа, кратного 4, сумма цифр которого равна их произведению. В ответе укажите ровно одно такое число.



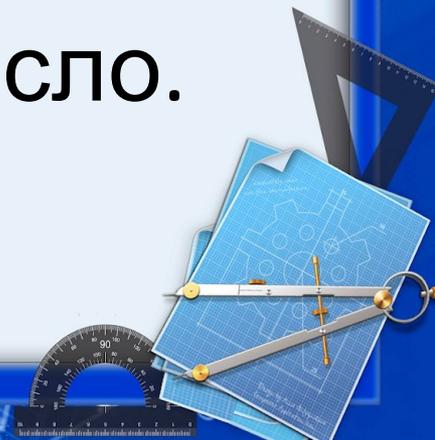
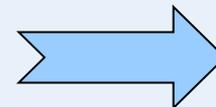
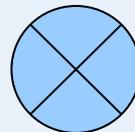


ЗАДАНИЕ № 19 - 9

РЕШЕНИЕ

Найдите шестизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 1 и 5 и делится на 45. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Укажите наибольшее такое число.

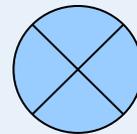




ЗАДАНИЕ № 19 - 10

РЕШЕНИЕ

Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9.

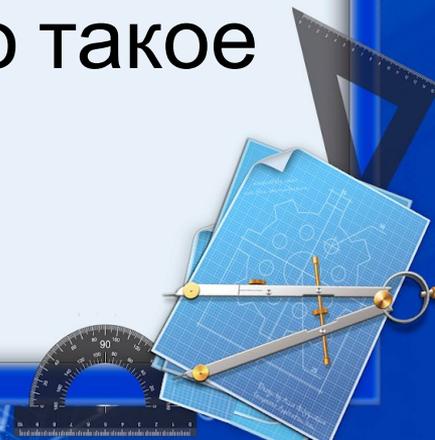
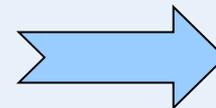
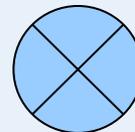




ЗАДАНИЕ № 19 - 11

РЕШЕНИЕ

Найдите трехзначное натуральное число, большее 600, которое при делении на 4, на 5 и на 6 дает в остатке 3, и цифры которого расположены в порядке убывания слева направо. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

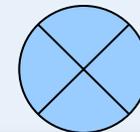




ЗАДАНИЕ № 19 - 12

РЕШЕНИЕ

Вычеркните в числе 123456 три цифры так, чтобы получившееся трёхзначное число делилось на 27. В ответе укажите получившееся число.





РЕШЕНИЕ № 19 -1

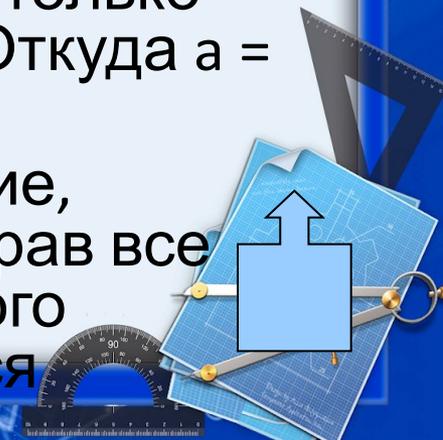
Число делится на 5, значит, его последняя цифра или 0, или 5. Но так как при записи в обратном порядке цифры также образуют четырёхзначное число, то эта цифра 5, ибо число не может начинаться с 0. Пусть число имеет вид $\overline{abc5}$. Тогда условие можно записать так:

$$1000a + 100b + 10c + 5 - (5000 + 100c + 10b + a) = 1458$$

$$999(a - 5) + 90(b - c) = 1458$$

Второе слагаемое в левой части делится на 10. Значит, за разряд единиц в сумме отвечает только первое слагаемое. То есть $9(a-5) \bmod 10 = 8$. Откуда $a = 7$.

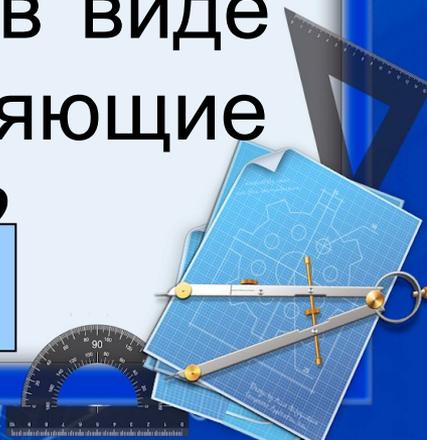
Подставив полученное значение в уравнение, получим, что $90(b - c) = -540$, $b - c = -6$. Перебрав все пары b и c , которые являются решением этого равенства, выпишем все числа, являющиеся ответом: 7065 7175 7285 7395





РЕШЕНИЕ № 19 - 2

Если число \overline{abcd} кратно 18, оно кратно 2, 9, 3, 6: то есть оно должно быть четным и сумма его цифр должна быть кратна 9. Таким образом d - четное, $a + b + c + d$ делится на 9, $a \cdot b \cdot c \cdot d = 24$. Произведения цифр могут быть представлены в виде $4 \cdot 6$, $8 \cdot 3$. Числа, удовлетворяющие данным условиям: 3222, 2322, 2212

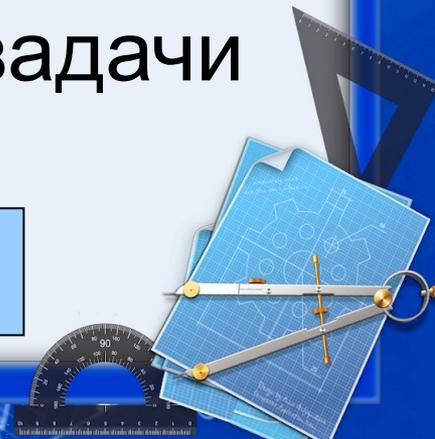
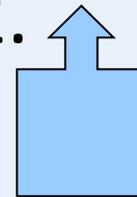




РЕШЕНИЕ № 19 - 3

При делении на 4 число даёт в остатке 2, следовательно, оно чётное. Поскольку число при делении на 5 даёт в остатке 2, то оно может оканчиваться на 2 или на 7. Таким образом, число обязательно должно заканчиваться цифрой 2.

Подбором находим, что условию задачи удовлетворяют числа 662 и 722.



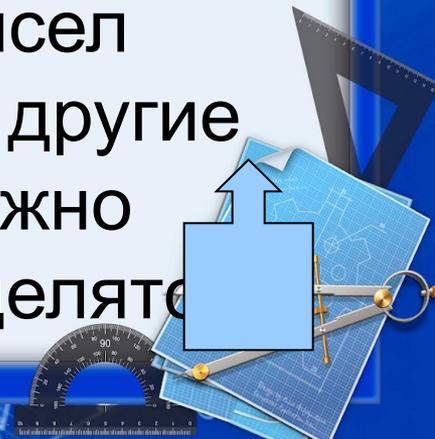


РЕШЕНИЕ № 19 - 4

Пусть число имеет вид \overline{xyz} . Тогда условие записывается так:

$$\begin{cases} 0 \leq x, y, z \leq 9 \\ x + y + z = xyz \end{cases}$$

Можно заметить, что если $x, y, z \geq 2$, то равенство никогда не выполняется. Когда есть хотя бы две единицы, оно так же не выполняется. Значит, среди данных чисел может быть лишь одна единица. Тогда другие две цифры — 2 и 3. Из этого набора можно составить только два числа, которые делятся на 4: 132 и 312.

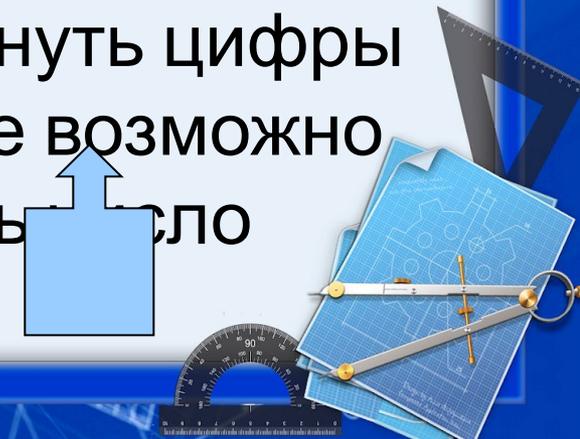




РЕШЕНИЕ № 19 - 5

Если число делится на 18, то оно также делится на 9 и на 2. Число должно быть чётным, для этого вычеркнем цифру 7, получим 8541762. Посчитаем сумму цифр — 33. Для того, чтобы число делилось на девять необходимо, чтобы сумма цифр была кратна девяти. Можно вычеркнуть цифры 5 и 1, получив число 84762, либо вычеркнуть цифры 4 и 2 и получить число 85176. Также возможно вычеркнуть цифры 7 и 8 и получить число 54162.

Ответ: 84762, 85176 или 54162.





РЕШЕНИЕ № 19 - 6

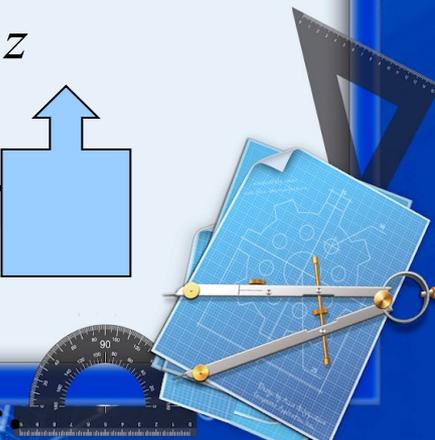
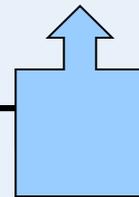
По модулю 5 и 8 число имеет одинаковые остатки. Оно будет иметь тот же остаток и при делении на 40. Этот остаток больше нуля и меньше пяти.

Пусть наше число имеет вид $40x + y$, тогда имеем:

$$\begin{cases} 5 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 0 \leq z \leq 5 \\ 2x = y + z \end{cases}$$

Заметим, также, что искомое число должно быть чётным.

Переберём все варианты: 564, 684



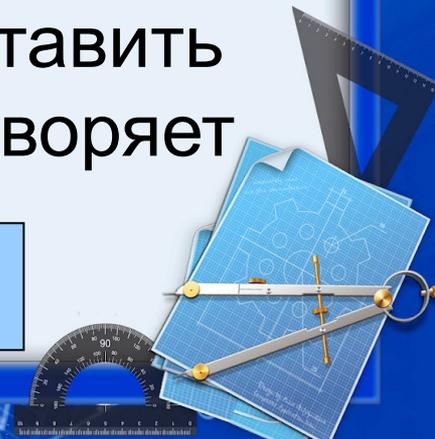
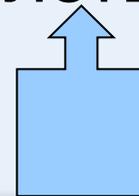


РЕШЕНИЕ № 19 - 7

Разложим число 25 на слагаемые:

$$25 = 9 + 9 + 7 = 9 + 8 + 8.$$

Квадрат числа делится на 16, значит, само число делится на 4. Это значит, что оно как минимум заканчивается на чётную цифру. То есть первый набор отпадает, так как в нём таковых нет. Из второго мы можем составить числа 988 и 898. Первое число удовлетворяет условиям задачи.

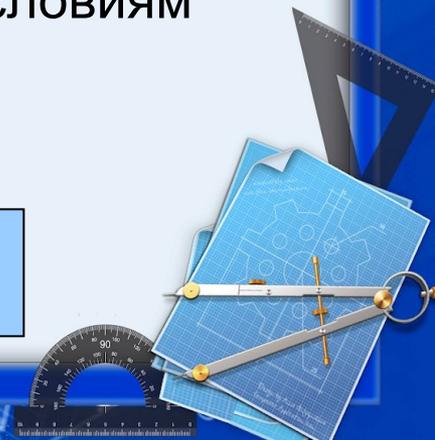
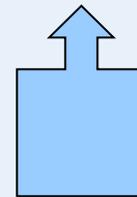




РЕШЕНИЕ № 19 - 8

Можно заметить, что если среди цифр есть хотя бы две единицы, то равенство невозможно, так как сумма будет больше произведения. То же самое, если единиц нет вообще. В этом случае произведение будет слишком большое. Таким образом, среди цифр есть ровно одна единица. Число делится на 4, значит, последняя цифра чётная, а это значит, что произведение тоже чётное. А значит, и сумма. И так как последняя цифра чётная, то оставшиеся две цифры должны быть одной чётности. А так как мы выяснили, что среди цифр есть ровно одна единица, то эти числа нечётные. Под эти ограничения подходят числа: 132, 136, 152, 156, 172, 176, 192, 196, 312, 316, 512, 516, 712, 716, 912, 916, из которых удовлетворяют всем условиям только

числа 132 и 312.





РЕШЕНИЕ № 19 - 9

Если число делится на 5 и на 9, то это число делится и на 45. Вспомним признаки делимости на 5 — число делится на 5 тогда и только тогда, когда последняя цифра делится на 5 (то есть равна 0 или 5). Вспомним признак делимости на 9 — число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9. Отсюда следует, что последняя цифра числа — 5, а сумма цифр должна быть: 9, 18, 27... Сумма цифр в нашем числе не может быть равна 9, но может быть равна 18. Поэтому условию удовлетворяют все числа, записываемые тремя единицами и тремя пятёрками, на последнем месте в записи которых стоит пять: 111555, 151515, ... Наибольшим из них является число 551115.





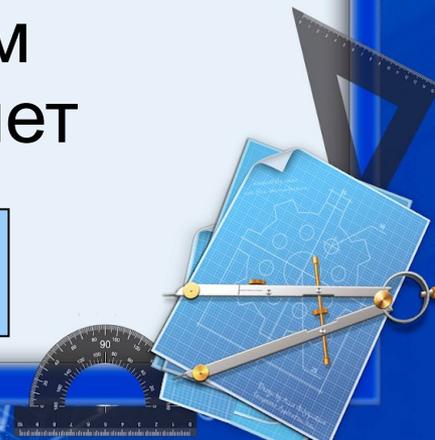
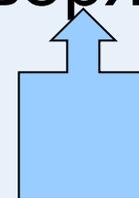
РЕШЕНИЕ № 19 - 10

Разложим число 20 на слагаемые различными способами:

$$20 = 9 + 9 + 2 = 9 + 8 + 3 = 9 + 7 + 4 = 9 + 6 + 5 = \\ 8 + 8 + 4 = 8 + 7 + 5 = 8 + 6 + 6 = 7 + 7 + 6.$$

При разложении способами 1–4, 7 и 8 суммы квадратов чисел не кратны трём. При разложении пятым способом сумма квадратов кратна девяти. Разложение шестым способом удовлетворяет условиям задачи. Таким образом, условию задачи удовлетворяет любое число,

записанное цифрами 5, 7 и 8,
например, число 578.

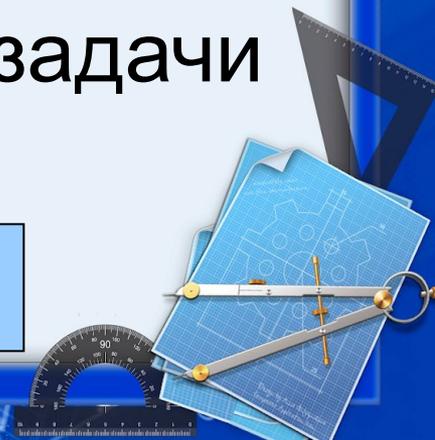
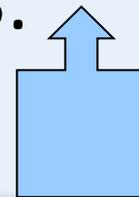




РЕШЕНИЕ № 19 - 11

При делении на 4 число даёт в остатке 3, следовательно, оно нечётное. Поскольку число при делении на 5 даёт в остатке 2, то оно может оканчиваться на 2 или на 8. Таким образом, число обязательно должно заканчиваться цифрой 3.

Подбором находим, что условию задачи удовлетворяют числа 963 и 843.

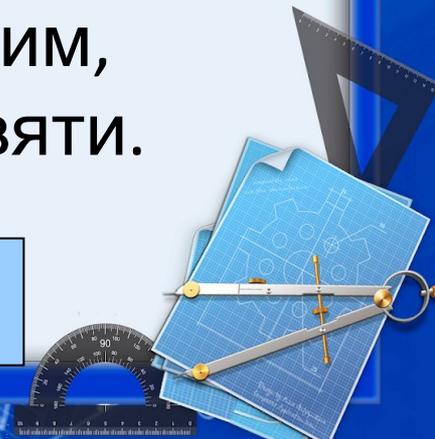
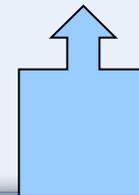




РЕШЕНИЕ № 19 - 12

Если число делится на 27, тогда оно делится на 3 и на 9. Число делится на 9, тогда и только тогда, когда сумма цифр числа делится на 9. Число делится на 3, тогда и только тогда, когда сумма цифр числа делится на 3. Заметим, что, если число делится на 9, то оно делится и на 3. Сумма цифр числа 123456 равна $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Вычеркнув числа 2, 4 и 6 получим, число, сумма цифр которого равна девяти. Девять делится на девять.

Ответ: 135.



ИСТОЧНИКИ:

1. Автор шаблона: Гусева Наталья Андреевна зам. директора по ВР
школа – лицей №4 г.Рудный
<http://pedsovet.su/load/412-1-0-45829>
2. Задания: <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>
3. Рисунки: ЕГЭ <http://teplystan.mos.ru/upload/medialibrary/c52/egeh.png>
Сова http://sch-53.ru/files/teacher_24/sova.png

