

Системы счисления

Автор: Нелинов С.В.

Преподаватель
информатики

ГБОУ СОШ №275

Санкт-Петербурга

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- *Системой счисления* называется совокупность приемов наименования и записи чисел.
- В любой системе счисления для представления чисел выбираются некоторые символы (слова или знаки), называемые *базисными числами*, а все остальные числа получаются в результате каких-либо операций из базисных чисел данной системы исчисления.
- Символы, используемые для записи чисел, могут быть любыми, только они должны быть разными и значение каждого из них должно быть известно.

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- Система счисления называется *позиционной*, если значение каждой цифры (ее вес) изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число.

10 (десятичная): 0,1,2,3,4,5...9

2 (двоичная): 0,1

16 (шестнадцатеричная): 0...9, A, B, C, D, E, F

Десятичная позиционная система счисления

- основана на том, что десять единиц каждого разряда объединяются в одну единицу соседнего старшего разряда.
- Таким образом, каждый разряд имеет вес, равный степени 10.
 - Например, в записи числа 343.32 цифра 3 повторена три раза, при этом самая левая цифра 3 означает количество сотен (ее вес равен 10^2); цифра 3, стоящая перед точкой, означает количество единиц (ее вес равен 100), а самая правая цифра 3 — количество десятых долей единицы (ее вес равен 10^{-1}), так что последовательность цифр 343.32 представляет собой сокращенную запись выражения :

$$3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}.$$

- Десятичная запись любого числа X в виде последовательности цифр:

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 a_{-1} \dots a_m \dots$$

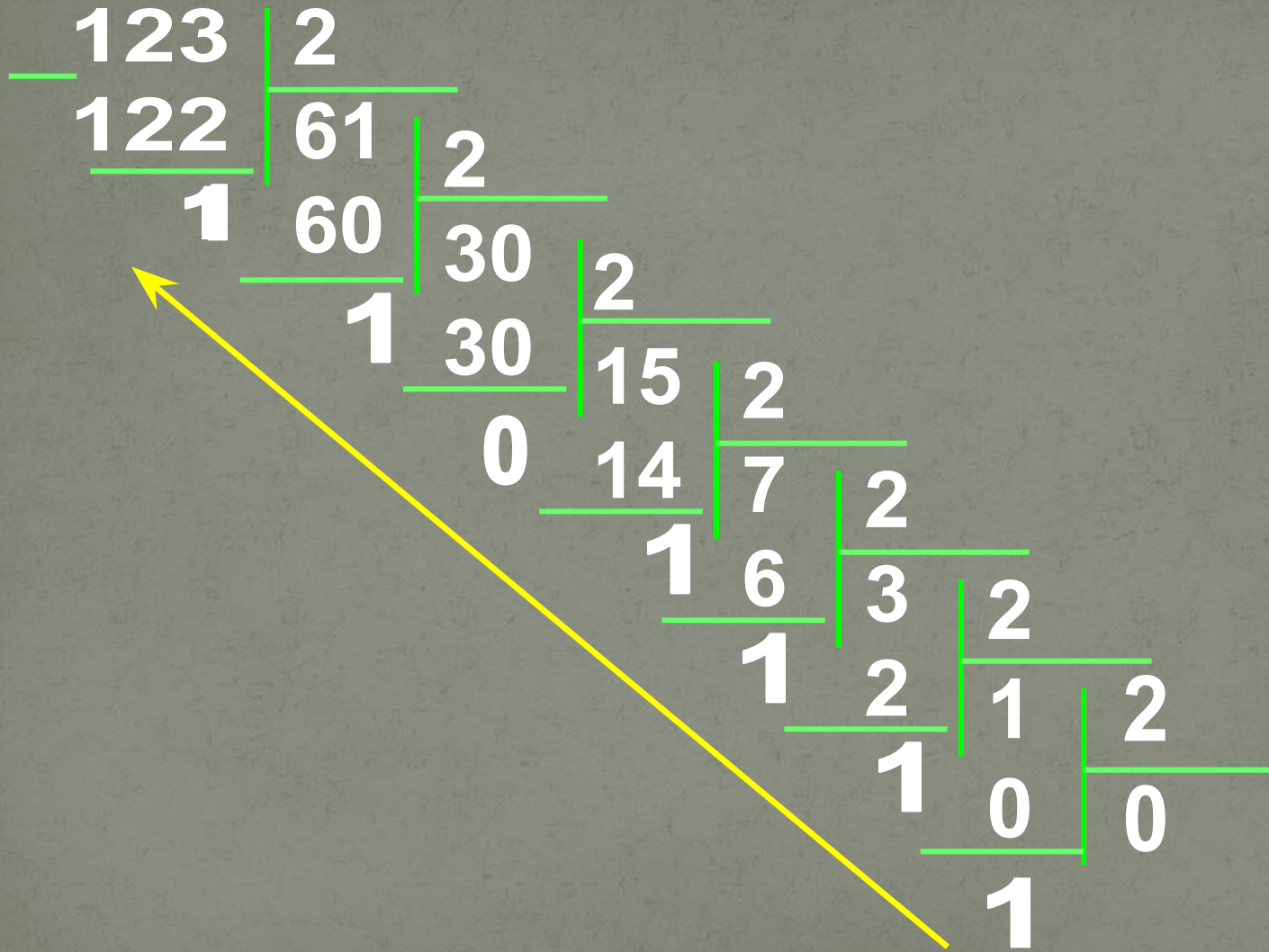
основана на представлении этого числа в виде полинома:

$$X = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10^1 + a_0 10^0 + a_{-1} 10^{-1} + \dots + a_{-m} 10^{-m} \dots,$$

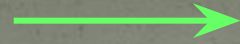
- Число K единиц какого-либо разряда, объединяемых в единицу более старшего разряда, называют **основанием позиционной системы счисления**, а сама система счисления называется **K -ичной**.
 - Например, основанием десятичной системы счисления является число 10;
 - двоичной — число 2;
 - троичной — число 3 и т.д.
- Для записи произвольного числа в K -ичной системе счисления достаточно иметь K разных цифр $a_i, i=1, \dots, K$.
 - Например, в троичной системе счисления любое число может быть выражено посредством цифр 0, 1, 2. Эти цифры служат для обозначения некоторых различных целых чисел, называемых базисными.

Правило переревода из 10-й в 2-ю систему счисления

$123_{10} \longrightarrow 1111011_2$



123₁₀



7B₁₆

123	16
112	7
11	0
7	0

Правило переревода из 2-й,
16-й в 10-ю систему

счисления

Исходное число раскрывается как
сумма n соответствующих цифр
исходного числа на основании
исходной С/С в нужной степени.

$$\begin{aligned} 1111011_2 &= 1*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 \\ &= 123_{10} \end{aligned}$$

$$7B_{16} = 7*16^1 + 7*16^0 = 112 + 11 = 123_{10}$$

Правило переревода из 2-й в 16-ю и из 16-й в 2-ю систему счисления

При переводе 2 в 16 исходное число делится на группу по 4 цифры в каждой, и к каждой группе в соответствие ставится символ 16 системы.

10

2

16

0

0000

0

1

0001

1

2

0010

2

3

0011

3

4

0100

4

5

0101

5

6

0110

6

7

0111

7

8

1000

8

9

1001

9

10

1010

A

11

1011

B

12

1100

C

13

1101

D

14

1110

E

15

1111

F

$$7B_{16} = 01111011_2$$

$$\boxed{0001} \boxed{1011} \boxed{1011} = 1BB_{16}$$

1 B B

- Арифметические действия над числами в любой позиционной системе счисления производятся по тем же правилам, что и в десятичной системе, так как все они основываются на правилах выполнения действий над соответствующими полиномами.
- При этом нужно только пользоваться теми таблицами сложения и умножения, которые имеют место при данном основании K системы счисления.