

Алгебра логики



Значения

В алгебре логики переменные и выражения могут иметь только два значения:

- Истина;
- Ложь.

Подобно древнегреческой логике.

Отрицание \neg

Иными словами НЕ. Также обозначается полоской над переменной или функцией.

A	\overline{A}
0	1
1	0

Конъюнкция \wedge

Иными словами умножение или логическое И

Таблица -->
ИСТИННОСТИ

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Дизъюнкция \vee

Иными словами умножение или логическое ИЛИ

A	B	$A \vee B$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Импликация \rightarrow

Иными словами операция следования. Из истины не может следовать ложь.

a	b	$a \rightarrow b$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Эквивалентность \equiv

Если переменные равны, то функция истина.

*Таблица истинности
эквиваленции:*

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i> \equiv <i>B</i>
<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>
<i>0</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>

XOR \oplus

Иными словами “исключающее ИЛИ”.

a	b	$a \oplus b$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

NB!

Обратите внимание, что таблица истинности XOR соответствует отрицанию эквивалентности.

Следовательно $A \oplus B = \neg (A \equiv B)$

А таблица истинности импликации соответствует $\neg A \vee B$.

Следовательно: $A \rightarrow B = \neg A \vee B$

Законы

В алгебре логики действуют те же правила, что и в обычной:

Закон	Для \vee	Для \wedge
Переместительный	$A \vee B = B \vee A$	$A \wedge B = B \wedge A$
Сочетательный	$A \vee (B \vee C) = (B \vee A) \vee C$	$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$
Распределительный	$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
Правила де Моргана	$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$	$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$
Идемпотенции	$A \vee A = A$	$A \wedge A = A$
Поглощения	$A \vee A \wedge B = A$	$A \wedge (A \vee B) = A$
Склеивания	$(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge B) = B$	$(A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B) = B$
Операция переменной с ее инверсией	$A \vee \overline{A} = 1$	$A \wedge \overline{A} = 0$
Операция с константами	$A \vee 0 = A$	$A \wedge 1 = A$
	$A \vee 1 = 1$	$A \wedge 0 = 0$
Двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	

Законы Де Моргана

Если таблица истинности одного выражения эквивалентная таблице истинности второго, то такие выражения эквивалентны.

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

$$\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$