№1.42(аб)

Теорема 4. ***Пусть все коэффициенты многочлена $p(x)$ — целые числа. Если целое число a является корнем многочлена $p(x)$, то a — делитель свободного члена многочлена $p(x)$.***

Разложить многочлен на линейные множители:

а) $x^5 - 4x^4 + 14x^2 - 17x + 6$;

Возможные корни:

$x = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$;

Преобразуем многочлен:

	1	−4	0	14	−17	6
1	1	−3	−3	11	−6	0
1	1	−2	−5	6	0	–
1	1	−1	−6	0	–	–
−2	1	−3	0	–	–	–
3	1	0	–	–	–	–

Ответ: $p(x) = (x+2)(x-1)^3(x-3)$.

№1.42(аб)

б) $x^5 - x^4 - 5x^3 + x^2 + 8x + 4$;

Возможные корни:

$x = \pm 1, \pm 2, \pm 4$;

Преобразуем многочлен:

	1	−1	−5	1	8	4
−1	1	−2	−3	4	4	0
−1	1	−3	0	4	0	–
−1	1	−4	4	0	–	–
2	1	−2	0	–	–	–
2	1	0	–	–	–	–

Ответ: $p(x) = (x+1)^3(x-2)^2$.

№1.29 (а)

Найти остаток от деления многочлена $f(x)$ на двучлен $(x - a)$ и значение $f(x)$ в точке $x = a$:

а) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 11,\ \ a = -3;$

	1	-4	3	11
-3	1	-7	24	-61

Ответ: $x^2 - 7x + 24$ (остаток -61).

Второй способ:

Теорема 3. ***Остаток от деления многочлена $p(x)$ ненулевой степени на двучлен $x - a$ равен $p(a)$ (т. е. значению многочлена $p(x)$ при $x = a$).***

№1.25 (а)

Доказать, что многочлены делятся без остатка:

а) $p(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 1$ на $q(x) = 2x^2 + 8x - 2$;

$$
\begin{array}{rl}
-\begin{array}{r} x^3 + 5x^2 + 3x - 1 \\ x^3 + 4x^2 - x \end{array} & \begin{array}{|l} 2x^2 + 8x - 2 \\ \hline 0{,}5x + 0{,}5 \end{array} \\
\hline
-\begin{array}{r} x^2 + 4x - 1 \\ \underline{x^2 + 4x - 1} \end{array} & \\
0 &
\end{array}
$$

Что и требовалось доказать.

б) $l(x) = 5x^4 - 9x^3 - 2x^2 + 4x - 8$ на $t(x) = -5x^2 + 4x - 4$;

$$
\begin{array}{rl}
-\begin{array}{r} 5x^4 - 9x^3 - 2x^2 + 4x - 8 \\ 5x^4 - 4x^3 + 4x^2 \end{array} & \begin{array}{|l} -5x^2 + 4x - 4 \\ \hline -x^2 + x + 2 \end{array} \\
\hline
-\begin{array}{r} -5x^3 - 6x^2 + 4x \\ \underline{-5x^3 + 4x^2 - 4x} \end{array} & \\
-\begin{array}{r} -10x^2 + 8x - 8 \\ \underline{-10x^2 + 8x - 8} \end{array} & \\
0 &
\end{array}
$$

Что и требовалось доказать.

Теорема 1. ***Два многочлена $p(x)$ и $s(x)$ тождественны тогда и только тогда, когда они имеют одинаковую степень и коэффициенты при одноимённых степенях переменной в обоих многочленах равны.***

№1.19 (а)

Найти все значения параметра a, при которых многочлены $p(x)$ и $q(x)$ тождественно равны:

а) $p(x) = (a^2 - 1)x^4 - 2x^3 + (2a - 1)x - 7$,

$q(x) = 8x^4 - 2x^3 - (a - 8)x - 4 - a$;

$a^2 - 1 = 8$;

$a^2 = 9$;

$a = \pm 3$;

$2a - 1 = -(a - 8)$;

$2a - 1 = 8 - a$;

$3a = 9$;

$a = 3$;

$-7 = -4 - a$;

$a = 3$;

Ответ: 3.

№1.18 (а)

Найти все значения параметров a и b, при которых многочлены $p(x)$ и $q(x)$ тождественно равны:

а) $p(x) = 2ax - (a + b)$, $q(x) = 4x + (3a - b - 8)$;

$2a = 4;$

$a = 2;$

$-(a + b) = 3a - b - 8;$

$-a = 3a - 8;$

$4a = 8;$

$a = 2;$

Ответ: $a = 2;$ $b \in R$.

№1.24 (аб)

Выписать все приведенные делители многочлена:

Если $a_n = 1$, то многочлен называют **приведённым**

$p(x) = a_n x^n + \ldots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

а) $3(x-1)^2(x+5)$;

$(x-1)$;

$(x-1)^2$;

$(x-1)(x+5)$;

$(x-1)^2(x+5)$;

$(x+5)$;

б) $x^2(2x+3)(x+5)^3$;

$x^2(x+1{,}5)$;

$x^2(x+5)$;

$x(x+5)^2$;

$(x+1{,}5)(x+5)^2$;

$(x+5)^3$;

$x(x+1{,}5)(x+5)$;

1. 37.

Найти действительные корни многочлена:

а) $3x^4 - 5x^2 + 2$;

$D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1$, тогда:

$$x_1^2 = \frac{5-1}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ и } x_2^2 = \frac{5+1}{2 \cdot 3} = \frac{6}{6} = 1;$$

$$x_1 = \pm\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ и } x_2 = \pm\sqrt{1} = \pm 1;$$

Ответ: $-1;\ 1;\ -\sqrt{\frac{2}{3}};\ \sqrt{\frac{2}{3}}$.

б) $x^5 + 3x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 3$;

№1.38

Доказать, что многочлен не имеет действительных корней:

а) $x^6 - 5x^3 + 7$;

б) $x^4 - x + 2$;