

Прямой, Обратный, Дополнительный Коды

Очень часто в вычислениях должны использоваться не только положительные, но и отрицательные числа.

Число со знаком в вычислительной технике представляется путем представления старшего разряда числа в качестве **знакового**. Принято считать, что 0 в знаковом разряде означает знак «плюс» для данного числа, а 1 – знак «минус».



Выполнение арифметических операций над числами с разными знаками представляется для аппаратной части довольно сложной процедурой.

В этом случае нужно определить большее по модулю число, произвести вычитание и присвоить разности знак большего по модулю числа.

Применение дополнительного кода позволяет выполнить операцию алгебраического суммирования и вычитания на обычном сумматоре. При этом не требуется определения модуля и знака числа.

Прямой код представляет собой одинаковое представление значимой части числа для положительных и отрицательных чисел и отличается только знаковым битом. В прямом коде число 0 имеет два представления «+0» и «-0».

Обратный код для положительных чисел имеет тот же вид, что и прямой код, а для отрицательных чисел образуется из прямого кода положительного числа путем инвертирования всех значащих разрядов прямого кода. В обратном коде число 0 также имеет два представления «+0» и «-0».

Дополнительный код для положительных чисел имеет тот же вид, что и прямой код, а для отрицательных чисел образуется путем прибавления 1 к обратному коду. Добавление 1 к обратному коду числа 0 дает единое представление числа 0 в дополнительном коде. Однако это приводит к асимметрии диапазонов представления чисел относительно нуля. Так, в восьмиразрядном представлении диапазон изменения чисел с учетом знака.

$$-128 \leq x \leq 127.$$

Таблица прямого, обратного и дополнительного кода 4-битных чисел.

Число	Прямой код	Обратный код	Дополнительный код
-8	—	—	1000
-7	1111	1000	1001
-6	1110	1001	1010
-5	1101	1010	1011
-4	1100	1011	1100
-3	1011	1100	1101
-2	1010	1101	1110
-1	1001	1110	1111
00	10000000	11110000	0000
1	0001	0001	0001
2	0010	0010	0010
3	0011	0011	0011
4	0100	0100	0100
5	0101	0101	0101
6	0110	0110	0110
7	0111	0111	0111

*Алгоритм получения дополнительного кода
отрицательного числа.*

1. Для получения дополнительного k -разрядного кода отрицательного числа необходимо модуль отрицательного числа представить прямым кодом в k двоичных разрядах;
2. значение всех бит инвертировать: все нули заменить на единицы, а единицы на нули(таким образом, получается k -разрядный обратный код исходного числа);
3. к полученному обратному коду прибавить единицу.

Пример:

Получим 8-разрядный дополнительный код числа -52:

00110100 - число $|-52|=52$ в прямом коде

11001011 - число -52 в обратном коде

11001100 - число -52 в дополнительном коде

Домашняя работа

1) - $3F9_{16} \Rightarrow$ найти доп. код

2) - $444_8 \Rightarrow$ найти обр. код

3) $11100110_2 \Rightarrow$ найти доп. код

\uparrow
это прямой
код

4) $11110000_2 \Rightarrow$ найти число
в СС 8
 \uparrow
обр. код

5) $11001101_2 \Rightarrow$ найти число
в СС 16
 \uparrow
доп. код

Правила сложения и вычитания чисел в двоичной системе счисления

Правила сложения

Пример

Сложить двоичные числа 1101_2 и 11011_2 .

Запишем слагаемые в столбик и пронумеруем разряды, присвоив младшему разряду номер 1:
номера разрядов:

$$\begin{array}{r} 5\ 4\ 3\ 2\ 1 \\ +\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

Процесс образования результата по разрядам описан ниже:

1. разряд 1 формируется следующим образом: $1 + 1 = 10$; 0 остается в разряде 1, 1 переносится во второй разряд;
2. разряд 2 формируется следующим образом: $0 + 1 + 1 = 10$, где вторая 1 - единица переноса; 0 остается в разряде 2, 1 переносится в третий разряд;
3. третий разряд формируется следующим образом: $1 + 0 + 1 = 10$, где вторая 1 - единица переноса; 0 остается в разряде 3, 1 переносится в разряд 4;
4. четвертый разряд формируется следующим образом: $1 + 1 + 1 = 11$, где третья 1 - единица переноса; 1 остается в разряде 4, 1 переносится в пятый разряд;
5. пятый разряд формируется следующим образом: $1 + 1 = 10$; где вторая 1 - единица переноса; 0 остается в разряде 5, 1 переносится в шестой разряд.

Таким образом:

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + \underline{11011} \\ \hline 101000 \end{array}$$

Проверим результат.

Для этого определим полные значения слагаемых и результата:

$$1101_2 = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 8 + 4 + 1 = 13;$$

$$11011_2 = 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27;$$

$$101000_2 = 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 = 32 + 8 = 40.$$

Поскольку $13 + 27 = 40$, двоичное сложение выполнено верно.

Правила вычитания

Пример

Вычесть из двоичного числа 101_2 двоичное число 11_2 .
Запишем алгебраические слагаемые в столбик в порядке
"уменьшаемое - вычитаемое" и пронумеруем разряды,
присвоив младшему разряду номер 1:

номера разрядов:

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \ 1 \\ - \underline{1 \ 0 \ 1} \\ 1 \ 1 \end{array}$$

Процесс образования результата по разрядам описан ниже:

1. разряд 1 формируется следующим образом: $1 - 1 = 0$;
2. разряд 2 формируется следующим образом: поскольку 0 меньше 1 и непосредственное вычитание невозможно, занимаем для уменьшаемого единицу в старшем разряде 3. Тогда разряд 2 рассчитывается как $10 - 1 = 9$;
3. третий разряд формируется следующим образом: поскольку единица была занята в предыдущем шаге, в разряде остался 0.

Таким образом:

$$\begin{array}{r} 101 \\ - \underline{11} \\ 10 \end{array}$$

Проверим результат.

Для этого определим полные значения слагаемых и результата. По таблице имеем::

$$101_2 = 5;$$

$$11_2 = 3;$$

$$10_2 = 2.$$

Поскольку $5 - 3 = 2$, вычитание выполнено верно.

Домашняя работа

$$1) 89_{10} + 33_8 \Rightarrow CC_2$$

$$2) AA_{16} + 111_2 \Rightarrow CC_2$$

$$3) 111_8 - 101\underline{10}_2 \Rightarrow CC_2$$

$$4) 777_8 - A_{16} \Rightarrow CC_2$$