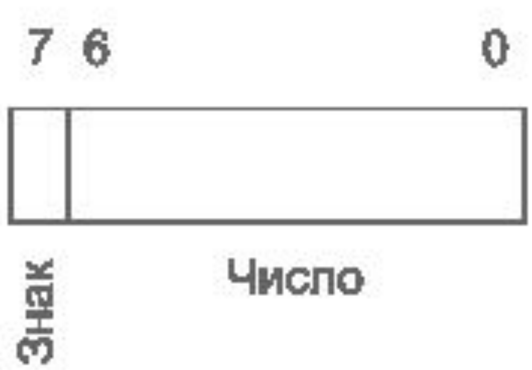
Прямой, Обратный, Дополнительный Коды

Очень часто в вычислениях должны использоваться не только положительные, но и отрицательные числа.

Число со знаком в вычислительной технике представляется путем представления старшего разряда числа в качестве ***знакового***. Принято считать, что 0 в знаковом разряде означает знак «плюс» для данного числа, а 1 – знак «минус».



Выполнение арифметических операций над числами с разными знаками представляется для аппаратной части довольно сложной процедурой.

В этом случае нужно определить большее по модулю число, произвести вычитание и присвоить разности знак большего по модулю числа.

Применение дополнительного кода позволяет выполнить операцию алгебраического суммирования и вычитания на обычном сумматоре. При этом не требуется определения модуля и знака числа.

Прямой код представляет собой одинаковое представление значимой части числа для положительных и отрицательных чисел и отличается только знаковым битом. В прямом коде число 0 имеет два представления «+0» и «–0».

Обратный код для положительных чисел имеет тот же вид, что и прямой код, а для отрицательных чисел образуется из прямого кода положительного числа путем инвертирования всех значащих разрядов прямого кода. В обратном коде число 0 также имеет два представления «+0» и «–0».

Дополнительный код для положительных чисел имеет тот же вид, что и прямой код, а для отрицательных чисел образуется путем прибавления 1 к обратному коду. Добавление 1 к обратному коду числа 0 дает единое представление числа 0 в дополнительном коде. Однако это приводит к асимметрии диапазонов представления чисел относительно нуля. Так, в восьмиразрядном представлении диапазон изменения чисел с учетом знака.

-128 <= x <= 127.

Таблица прямого, обратного и дополнительного кода 4-битных чисел.

Число	Прямой код	Обратный код	Дополнительный код
-8	—	—	1000
-7	1111	1000	1001
-6	1110	1001	1010
-5	1101	1010	1011
-4	1100	1011	1100
-3	1011	1100	1101
-2	1010	1101	1110
-1	1001	1110	1111
00	10000000	11110000	0000
1	0001	0001	0001
2	0010	0010	0010
3	0011	0011	0011
4	0100	0100	0100
5	0101	0101	0101
6	0110	0110	0110
7	0111	0111	0111

Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа.

1. Для получения дополнительного k-разрядного кода отрицательного числа необходимо модуль отрицательного числа представить прямым кодом в k двоичных разрядах;
2. значение всех бит инвертировать: все нули заменить на единицы, а единицы на нули(таким образом, получается k-разрядный обратный код исходного числа);
3. к полученному обратному коду прибавить единицу.

Пример:

Получим 8-разрядный дополнительный код числа -52:

00110100 - число |-52|=52 в прямом коде
11001011 - число -52 в обратном коде
11001100 - число -52 в дополнительном коде

Домашняя работа

1) $-3F9_{16} \Rightarrow$ найти доп. код

2) $-444_8 \Rightarrow$ найти обр. код

3) $11100110_2 \Rightarrow$ найти доп. код

это прямой код

4) $11110000_2 \Rightarrow$ найти число в $СС_8$

обр. код

5) $11001101_2 \Rightarrow$ найти число в $СС_{16}$

доп. код

Правила сложения и вычитания чисел в двоичной системе счисления

Правила сложения

Пример

Сложить двоичные числа 1101_2 и 11011_2.

Запишем слагаемые в столбик и пронумеруем разряды, присвоив младшему разряду номер 1:

номера разрядов:

$$
\begin{array}{rccccc}
 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\
+ & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1
\end{array}
$$

Процесс образования результата по разрядам описан ниже:

1. разряд 1 формируется следующим образом: 1 + 1 = 10; 0 остается в разряде 1, 1 переносится во второй разряд;
2. разряд 2 формируется следующим образом: 0 + 1 + 1 = 10, где вторая 1 - единица переноса; 0 остается в разряде 2, 1 переносится в третий разряд;
3. третий разряд формируется следующим образом: 1 + 0 + 1 = 10, где вторая 1 - единица переноса; 0 остается в разряде 3, 1 переносится в разряд 4;
4. четвертый разряд формируется следующим образом: 1 + 1 + 1 = 11, где третья 1 - единица переноса; 1 остается в разряде 4, 1 переносится в пятый разряд;
5. пятый разряд формируется следующим образом: 1 + 1 = 10; где вторая 1 - единица переноса; 0 остается в разряде 5, 1 переносится в шестой разряд.

Таким образом:

$$\begin{array}{r} 1\,1\,0\,1 \\ +\underline{\,1\,1\,0\,1\,1\,} \\ 1\,0\,1\,0\,0\,0 \end{array}$$

Проверим результат.

Для этого определим полные значения слагаемых и результата:

$1101_2 = 1*2^3 +1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 8 + 4 + 1 = 13;$

$11011_2 = 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27;$

$101000_2 = 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 0*2^1 = 32 + 8 = 40.$

Поскольку 13 + 27 = 40, двоичное сложение выполнено верно.

Правила вычитания

Пример

Вычесть из двоичного числа 101_2 двоичное число 11_2. Запишем алгебраические слагаемые в столбик в порядке "уменьшаемое - вычитаемое" и пронумеруем разряды, присвоив младшему разряду номер 1:

номера разрядов:

$$
\begin{array}{r}
3\ 2\ 1 \\
-\ \underline{1\ 0\ 1} \\
1\ 1
\end{array}
$$

Процесс образования результата по разрядам описан ниже:

1. разряд 1 формируется следующим образом: 1 - 1 = 0;

2. разряд 2 формируется следующим образом: поскольку 0 меньше 1 и непосредственное вычитание невозможно, занимаем для уменьшаемого единицу в старшем разряде 3. Тогда разряд 2 рассчитывается как 10 - 1 = 1;

3. третий разряд формируется следующим образом: поскольку единица была занята в предыдущем шаге, в разряде остался 0.

Таким образом:

$$\begin{array}{r} 101 \\ -\ \underline{11} \\ 10 \end{array}$$

Проверим результат.

Для этого определим полные значения слагаемых и результата. По таблице имеем::

$101_2 = 5;$

$11_2 = 3;$

$10_2 = 2.$

Поскольку 5 - 3 = 2, вычитание выполнено верно.

Домашняя работа

1) $89_{10} + 33_8 \Rightarrow CC_2$

2) $AA_{16} + 111_2 \Rightarrow CC_2$

3) $111_8 - 101110_2 \Rightarrow CC_2$

4) $777_8 - A_{16} \Rightarrow CC_2$