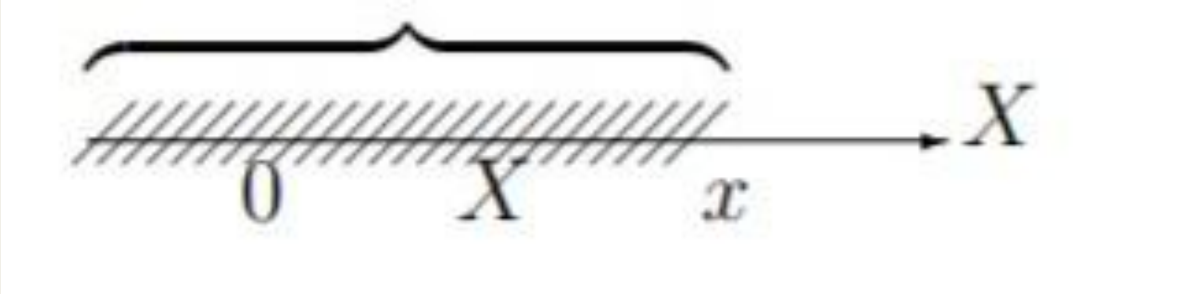
ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Подготовила: студентка группы 19ФХ1
Карпухина Дарья

- Еще одной геометрической иллюстрацией дискретной случайной величины является ее функция распределения.
- ***Определение***. Функцией распределения случайной величины называется функция, которая в каждой точке **x** числовой прямой определяет вероятность события, в котором случайная величина принимает значение, меньшее, чем x.
- То есть[1] , **F(x) = P(X < x).**
- Таким образом, вероятность того, что X < x зависит от x, поэтому функция F(x) называется функцией распределения[2]
- С точки зрения геометрии функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X в результате исхода попадет на координатную прямую левее x:



Определение

1 Под выражением P(X < x) следует понимать вероятность события ω, в котором случайная величина принимает значение меньшее, чем x. Или в обозначениях x:

$$P(X < x) = P(\omega : X < x).$$

2 В старых учебниках по теории вероятностей, а также в приложениях функцию распределения называют *кумулятивной функцией* или *накопительной функцией*. Такое название вытекает из ее определения: из него видно, как накапливается «количество вероятности»

- Для дискретной случайной величины X, значения которой $x_1, x_2, \ldots, x_n$, функция распределения имеет вид: $$F(x) = \sum_{x_k < x} P(X = x_k)$$
- Или в развернутом виде:

$$F(x) = P(X = x_1) + P(X = x_2) + \cdots + P(X = x_k), \text{ где } x_k < x.$$

При табличном задании значения случайной величины упорядочивают по возрастанию, записывая в первой строке таблицы, а соответствующие значения вероятностей располагают во второй ее строке:

X	x_1	x_2	$\ldots$	x_{n-1}	x_n
p	p_1	p_2	$\ldots$	p_{n-1}	p_n

- Построим график функции распределения F(x) случайной величины X, заданной табличным законом распределения:

При $x \le x_1$: $F(x) = P(X < x) = 0$.
При $x_1 < x \le x_2$: $F(x) = P(X < x) = P(X = x_1) = p_1$.
При $x_2 < x \le x_3$: $F(x) = P(X < x) = P(X = x_1) + P(X = x_2) = p_1 + p_2$.
. . . .
При $x_{n-1} < x \le x_n$: $F(x) = P(X < x) =$
$= P(X = x_1) + P(X = x_2) + \cdots + P(X = x_{n-1}) = p_1 + p_2 + \cdots + p_{n-1}$.
При $x \ge x_n$: $F(x) = P(X < x) =$
$= P(X = x_1) + P(X = x_2) + \cdots + P(X = x_{n-1}) + P(X = x_n) =$
$= p_1 + p_2 + \cdots + p_{n-1} + p_n$.

Функция распределения имеет неустранимые разрывы первого рода слева в тех точках, в которых дискретная случайная величина X принимает возможные значения, указанные в таблице закона распределения.

В интервалах между возможными значениями случайной величины функция F(x) является постоянной.

Сумма скачков функции распределения равна единице.

График функции распределения дискретной случайной величины есть разрывная ступенчатая функция:

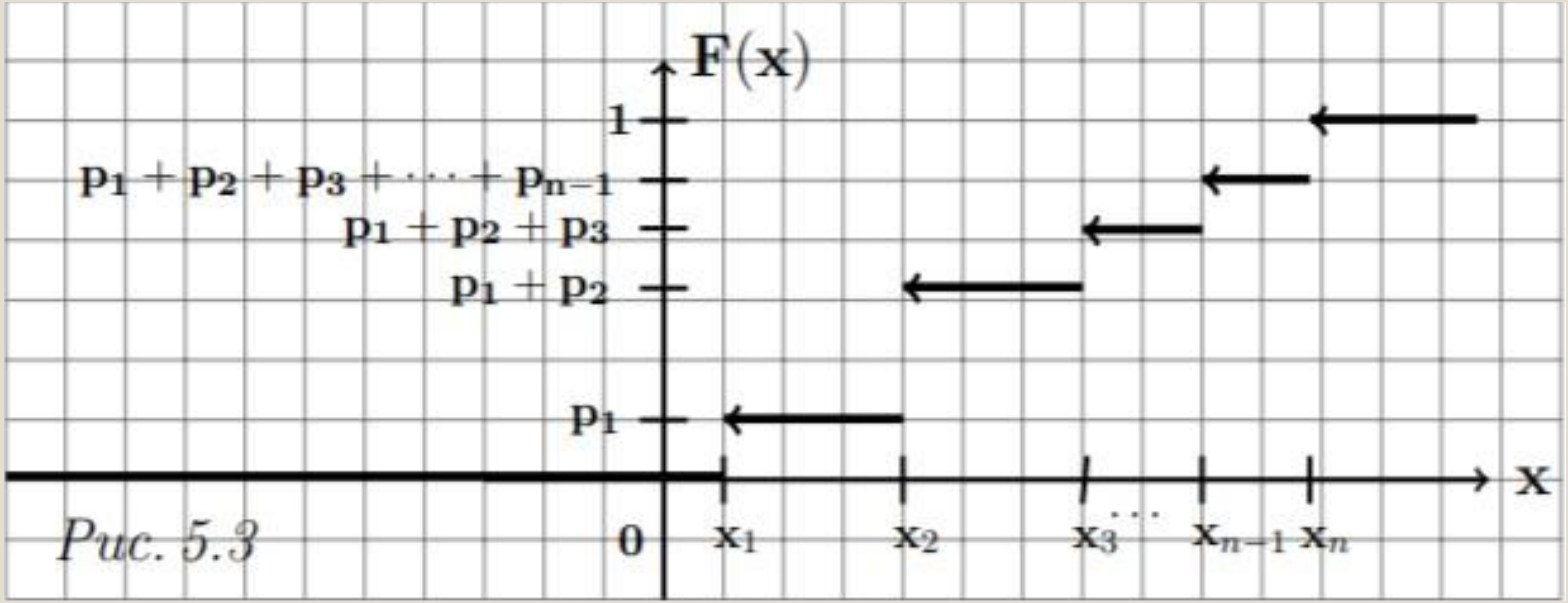


Рис. 5.3

Свойства функции распределения

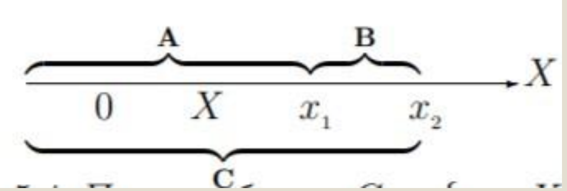
- Из определения и рисунка можно вывести следующие свойства функции распределения:
- **Свойство 1.**

Функция распределения случайной величины есть не отрицательная функция, заключённая между нулём и единицей. $0 \le F(x) \le 1.$

Свойство 2.

Функция распределения случайной величины есть неубывающая функция на всей числовой оси.

$x_2 : x_1 < x_2 \Rightarrow F(x_1) \le F(x_1).$



Свойство 3.

На минус бесконечности функция распределения равна нулю, на плюс бесконечности равна единице. $\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = 0.$ $\lim\limits_{x \to \infty} F(x) = 1.$

Свойство 4.

Вероятность попадания случайной величины в интервалах [x1,x2) (включая x1) равна приращению ее функции распределения на этом интервале.

$$P(x_1 \le X < x_2) = F(x_2) - F(x_1).$$