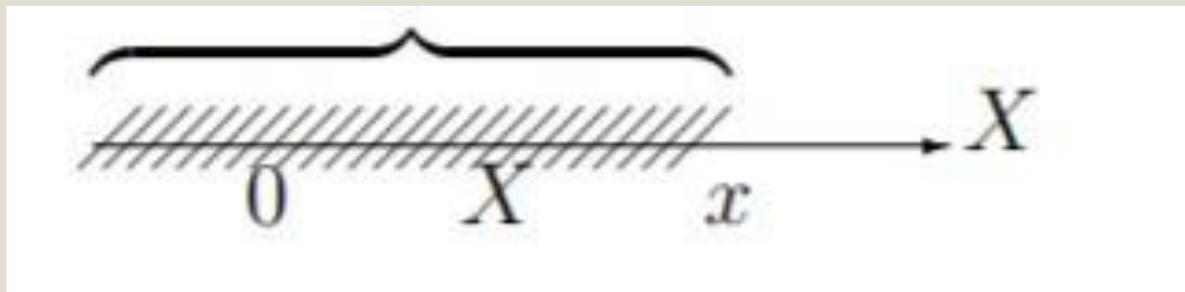


ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Подготовила: студентка группы 19ФХ1
Карпухина Дарья

- Еще одной геометрической иллюстрацией дискретной случайной величины является ее функция распределения.
- **Определение.** Функцией распределения случайной величины называется функция, которая в каждой точке x числовой прямой определяет вероятность события, в котором случайная величина принимает значение, меньшее, чем x .
- То есть $\mathbf{F(x) = P(X < x)}$.
- Таким образом, вероятность того, что $X < x$ зависит от x , поэтому функция $F(x)$ называется функцией распределения²
- С точки зрения геометрии функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина X в результате исхода попадет на координатную прямую левее x :



Определение

¹ Под выражением $P(X < x)$ следует понимать вероятность события ω , в котором случайная величина принимает значение меньшее, чем x . Или в обозначениях x :

$$P(X < x) = P(\omega : X < x).$$

² В старых учебниках по теории вероятностей, а также в приложениях функцию распределения называют кумулятивной функцией или накопительной функцией. Такое название вытекает из ее определения: из него видно, как накапливается «количество вероятности»

- Для дискретной случайной величины X , значения которой x_1, x_2, \dots, x_n , функция распределения имеет вид:

$$F(x) = \sum_{x_k < x} P(X = x_k)$$

- Или в развернутом виде:

$$F(x) = P(X = x_1) + P(X = x_2) + \dots + P(X = x_k), \text{ где } x_k < x.$$

При табличном задании значения случайной величины упорядочивают по возрастанию, записывая в первой строке таблицы, а соответствующие значения вероятностей располагают во второй ее строке:

X	x_1	x_2	\dots	x_{n-1}	x_n
P	p_1	p_2	\dots	p_{n-1}	p_n

- Построим график функции распределения $F(x)$ случайной величины X , заданной табличным законом распределения:

При $x \leq x_1$: $F(x) = P(X < x) = 0$.

При $x_1 < x \leq x_2$: $F(x) = P(X < x) = P(X = x_1) = p_1$.

При $x_2 < x \leq x_3$: $F(x) = P(X < x) = P(X = x_1) + P(X = x_2) = p_1 + p_2$.

.....

При $x_{n-1} < x \leq x_n$: $F(x) = P(X < x) =$
 $= P(X = x_1) + P(X = x_2) + \dots + P(X = x_{n-1}) = p_1 + p_2 + \dots + p_{n-1}$.

При $x \geq x_n$: $F(x) = P(X < x) =$
 $= P(X = x_1) + P(X = x_2) + \dots + P(X = x_{n-1}) + P(X = x_n) =$
 $= p_1 + p_2 + \dots + p_{n-1} + p_n$.

Функция распределения имеет неустранимые разрывы первого рода слева в тех точках, в которых дискретная случайная величина X принимает возможные значения, указанные в таблице закона распределения.

В интервалах между возможными значениями случайной величины функция $F(x)$ является постоянной.

Сумма скачков функции распределения равна единице.

График функции распределения дискретной случайной величины есть разрывная ступенчатая функция:

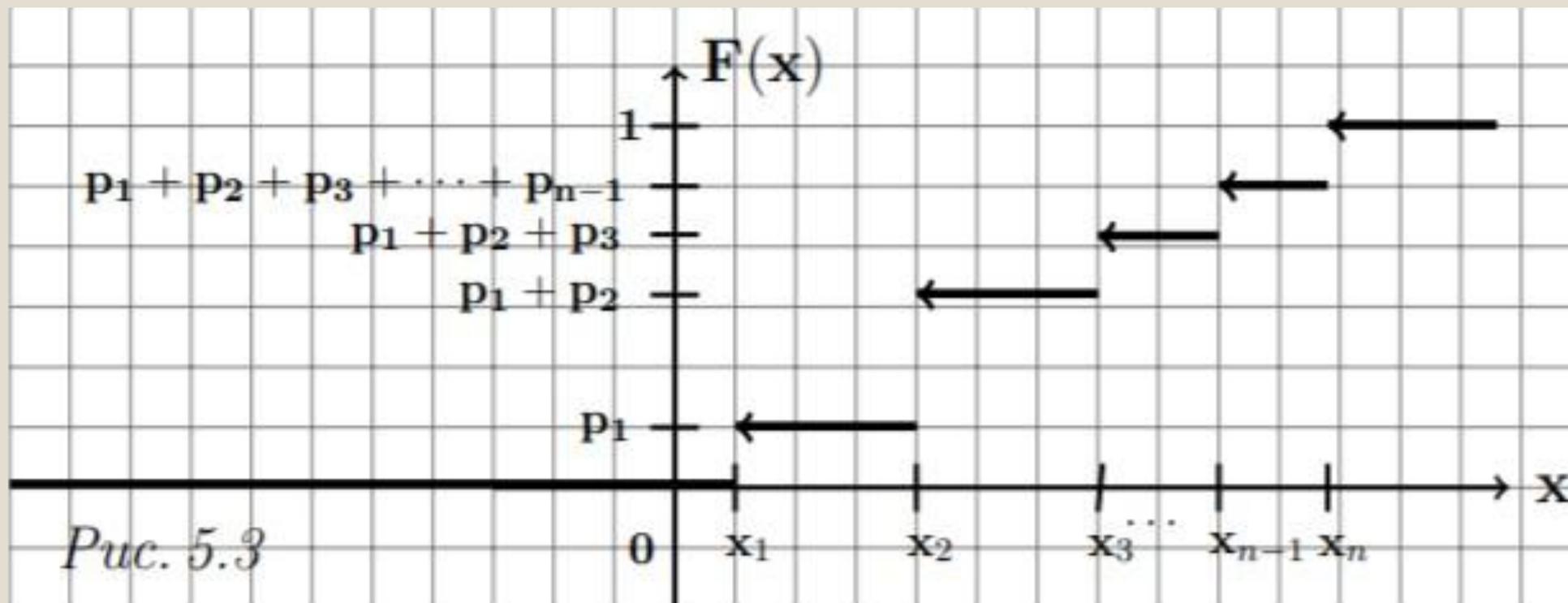


Рис. 5.3

◦ Из определения и рисунка можно вывести следующие свойства функции распределения:

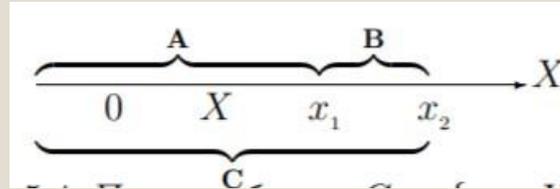
◦ **Свойство 1.**

Функция распределения случайной величины есть не отрицательная функция, заключённая между нулём и единицей. $0 \leq F(x) \leq 1.$

Свойство 2.

Функция распределения случайной величины есть неубывающая функция на всей числовой оси.

$$x_2 : x_1 < x_2 \Rightarrow F(x_1) \leq F(x_2).$$



Свойство 3.

На минус бесконечности функция распределения равна нулю, на плюс бесконечности равна единице.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1.$$

Свойство 4.

Вероятность попадания случайной величины в интервалах $[x_1, x_2)$ (включая x_1) равна приращению ее функции распределения на этом интервале.

$$P(x_1 \leq X < x_2) = F(x_2) - F(x_1).$$

Свойства
функции
распределения