Механика.

- Лектор:
- Парахин А.С., к. ф.-м. наук, доцент.

5. Движение в неинерциальных системах отсчёта.

- Рассмотренные выше законы динамики справедливы лишь в инерциальных системах отсчёта, телами отсчёта которых являются свободные тела. Однако, абсолютно свободных тел в природе не существует. Это значит, что инерциальных систем отсчёта в строгом смысле в природе не существует.

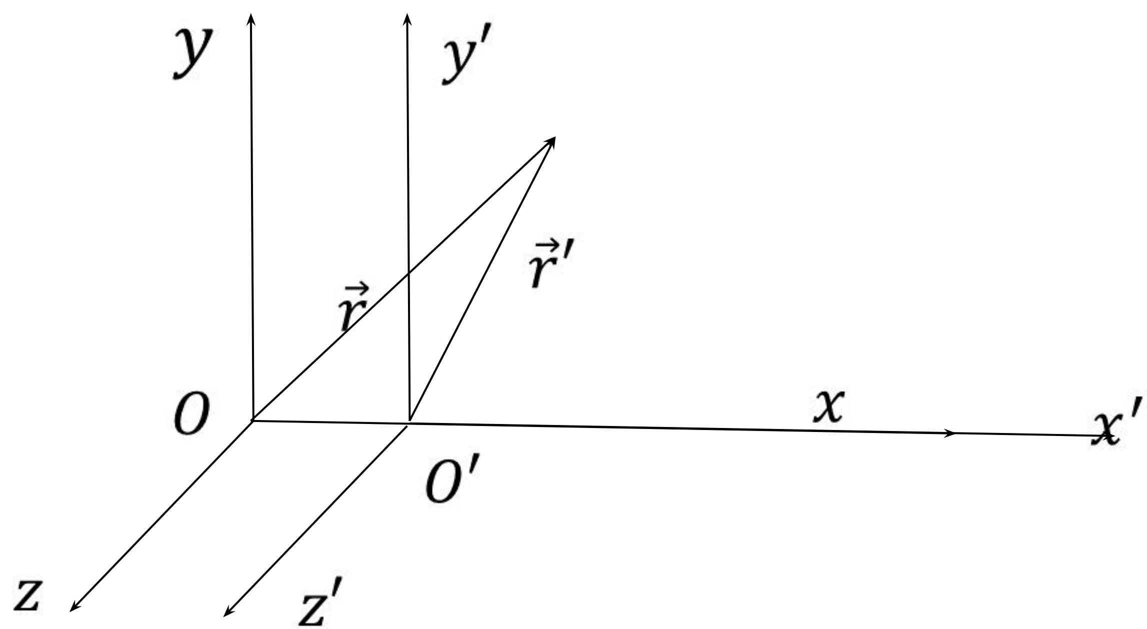
Мера неинерциальности.

- Все реальные системы отсчёта движутся с тем или иным ускорением. Это ускорение – собственное ускорение систем отсчёта – и является мерой неинерциальности системы. Чем больше собственное ускорение системы отсчёта, тем в большей степени она неинерциальна.

Две системы отсчёта.

- Пусть некоторая инерциальная система условно покоится. Назовём её системой K. Вторая система отсчёта , назовём её K', движется относительно первой в направлении оси ox так, что эти оси совпадают и в начальный момент времени совпадали и начала координат. Характер её движения произвольный.

Две системы отсчёта.



Преобразование радиусов-векторов.

- Тогда одна и та же точка пространства в этих разных системах отсчёта будет характеризоваться разными радиус-векторами $\vec{r}$ и $\overrightarrow{r'}$. Однако между этими векторами есть связь. Согласно правилу сложения векторов
- $\vec{r} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{r'}$

Преобразование координат.

- Спроецируем это векторное равенство на оси координат
- $x = \left|OO^{'}\right| + x^{'}, \quad y = y^{'}, z = z^{'}.$
- В том случае, когда подвижная система отсчёта движется равномерно относительно неподвижной со скоростью v,
- $\left|OO^{'}\right| = vt,$

Преобразования Галилея.

- и формулы преобразования координат будут выглядеть следующим образом
- $x = vt + x^{'}, y = y^{'}, z = z^{'}$.
- Эти формулы носят название формул преобразования координат Галилея.

Формулы преобразования скоростей.

- Продифференцируем эти формулы по времени
- $v_x = v + v_x^{'}, v_y = v_y^{'}, v_z = v_z^{'}$.
- Эти формулы носят название формул преобразования скоростей Галилея, или классического закона сложения скоростей.
- Из них следует, что скорость материальной точки относительна. В разных системах отсчёта она, вообще говоря, различна.

Равномерное движение подвижной системы.

- Продифференцируем снова по времени закон сложения скоростей, считая, что подвижная система отсчёта движется равномерно
- $a_x = a_x^{'}, a_y = a_y^{'}, a_z = a_z^{'}$.
- Таким образом, если подвижная система отсчёта движется равномерно, ускорения материальной точки в подвижной и неподвижной системе отсчёта одинаковы. Говорят, что ускорение материальной точки абсолютно при преобразованиях Галилея.

Ускоренное движение подвижной системы.

- Продифференцируем закон сложения скоростей снова по времени при наличии ускорения подвижной системы отсчёта. Получим
- $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$.
- Отсюда следует, что ускорение материальной точки относительно, если подвижная система отсчёта движется ускоренно.

Второй закон Ньютона для неинерциальной системы отсчёта.

- Если на материальную точку действуют силы, то согласно второму закону Ньютона в инерциальной системе отсчёта
- $\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i}}{m}$.
- Подставим это в предыдущую формулу
- $\vec{a}_0 + \vec{a}' = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i}}{m}$ и найдём отсюда ускорение точки в подвижной системе отсчёта
- $\vec{a}' = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} - m\vec{a}_0}{m}$.

Силы инерции.

- Эта формула похожа на формулу второго закона Ньютона, только к реально действующим силам добавляется ещё одно слагаемое, равное произведению массы тела на собственно ускорение системы отсчёта, взятое с противоположным знаком. Это слагаемое называется силой инерции и обозначается $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$. Тогда Второй закон Ньютона запишется так
- $\vec{a}' = \frac{\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i} + \vec{F}_{in}}{m}$

Формулировка второго закон Ньютона для неинерциальных систем отсчёта.

- Это утверждение и носит название второго закона Ньютона для неинерциальных систем отсчёта. Оно гласит, что второй закон Ньютона справедлив и для неинерциальных систем отсчёта, только к реально действующим силам необходимо добавить т.н. силы инерции.

Центробежная сила и сила Кориолиса

- В том случае, когда подвижная система отсчёта не только движется поступательно, но и вращается, добавляются ещё т.н. центробежные силы инерции
- $\vec{F}_{\text{цб}} = -\omega^2 \vec{r}_\perp$
- (здесь $\vec{r}_\perp$ - вектор, проведённый от оси вращения к материальной точке по перпендикуляру) и силы инерции Кориолиса
- $\vec{F}_{\text{кор}} = 2m[\vec{v}', \vec{\omega}]$.

6. Движение твёрдого тела.

- 6.1. Кинематика твёрдого тела.
- Определение. Твёрдым телом называется система материальных точек, расстояние между любыми двумя из которых остаётся неизменным при движении системы.
- Существует два принципиально различных вида движения твёрдого тела: поступательное и вращательное.

Поступательное движение т.т.

- Определение. Поступательным движением т.т. называется такое движение, при котором прямая, проходящая через любые две его точки, остаётся параллельной самой себе.
- При поступательном движении т.т. все его точки движутся совершенно одинаково, по параллельным траекториям с одинаковыми скоростями. Поэтому всё движение можно охарактеризовать одной скоростью.

Демонстрация.

- Progr D: Progr E: Progr F: Progr G:

Вращательное движение т.т.

- Определение. Вращательным движением т.т. называется такое движение, при котором траекториями движения его точек являются окружности.
- Т.к. расстояние между точками т.т. не могут меняться, центры окружностей, по которым движутся точки т.т. должны быть расположены на одной прямой.

Ось вращения т.т.

- Определение. Прямая, на которой расположены центры окружностей, по которым движутся точки т.т. при вращении, называется осью вращения т. т.

Период вращения т.т.

- При вращении разные точки т.т. движутся с разными скоростями. Но поскольку расстояние между ними меняться не может, все они проходят полный цикл за одно и то же время. Это время и может характеризовать быстроту вращения т.т.
- Определение. Время, в течение которого т.т. совершает один полный оборот, называется периодом вращения т.т.
- Период обозначается T и измеряется в единицах времени, в системе СИ в секундах.

Частота вращения т.т.

- Определение. Величина, обратная периоду вращения т.т. называется частотой вращения т.т.
- Частота вращения т.т. показывает, сколько полных оборотов за единицу времени совершает т.т. при вращении. Эта величина обозначается ν и измеряется в обратных секундах, называемых Герцами.

Угловая скорость вращения т. т.

- Определение. Угловой скоростью вращения т.т. называется величина, численно равная углу поворота т.т. за единицу времени.
- Угловая скорость обозначается ω и измеряется в $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Связь угловой скорости вращения т.т. с частотой.

- Между угловой скоростью, периодом и частотой вращения т.т. существует связь. А именно, за один период т.т. поворачивается на радиан, поэтому угловую скорость можно найти, как отношение 2π
- к периоду: $\omega = \frac{2\pi}{T}$.
- С другой стороны по определению частоты
- $\nu = \frac{1}{T}$ и значит $\omega = 2\pi\nu$.

Вектор угловой скорости.

- Угловая скорость т.т. считается векторной величиной, направленной по оси вращения т.т. так, что с конца вектора угловой скорости вращение выполняется против часовой стрелки. По-другому направление угловой скорости можно определить с помощью правила правого винта или правила буравчика: если винт, расположенный по оси вращения т.т., вращать, как вращается т.т., то движение винта вследствие резьбы покажет направление угловой скорости.

Связь угловой и линейной скорости.

- Угловая скорость вращения т.т. связана с линейной скоростью точек т.т. Пусть R расстояние данной точки т.т. до оси вращения. Тогда за один период точка пройдёт путь, равный $2\pi R$. Откуда линейная скорость точки может быть определена, как отношение пути к периоду
- $v = \frac{2\pi R}{T}.$
- Используя связь угловой скорости с периодом, находим
- $v = \omega R.$

Векторная связь угловой и линейной скорости.

- Однако и линейная, и угловая скорости являются векторами. Между ними, как векторами, также существует связь. Обозначим $\vec{r}$- радиус-вектор точки т.т. относительно любой точки, лежащей на оси вращения. Тогда $\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$.

Движение т.т. в общем случае.

- В общем случае движение т.т. не является ни чисто поступательным, ни чисто вращательным.
- Для характеристики скоростей движения точек т.т. в общем случае выберем любую точку O т.т. и обозначим её скорость в данный момент времени $\vec{v}_0$. Тогда скорость произвольной точки т.т. будет складываться из скорости поступательного движения со скоростью $\vec{v}_0$ и скоростью вращательного движения относительно оси, проходящей через точку O
- $\vec{v} = \vec{v}_0 + [\vec{\omega}, \vec{r}]$.

Формула скоростей т.т.

- $\vec{v} = \vec{v}_0 + [\vec{\omega}, \vec{r}]$.
- Эта формула называется формулой скоростей т.т., она показывает, как рассчитать скорость любой точки т.т. при произвольном движении, если известна скорость какой-либо одной его точки. В частности из этой формулы следует, что если $\vec{v}_0 \perp \vec{\omega}$, существует такая прямая, все точки которой в данный момент времени остаются неподвижными.

Мгновенная ось вращения т.т.

- Если одну из таких точек выбрать в качестве точки O, то и из формулы скоростей т.т. получается формула скорости точек т.т. при чистом вращении. Поэтому полученная прямая называется мгновенной осью вращения. Примером может служить цилиндр, катящийся по некоторой плоскости без проскальзывания. Прямая соприкосновения цилиндра с плоскостью и есть его мгновенная ось вращения.

Угловое ускорение т.т.

- В том случае, когда угловая скорость т.т. меняется, для характеристики быстроты этого изменения используется понятие углового ускорения.
- Определение. Угловым ускорением т.т. называется производная от угловой скорости по времени.
- $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$.

Следствия из определения углового ускорения.

- 1. Угловое ускорение есть вектор, направленный в ту же сторону, что и изменение угловой скорости.
- 2. Размерность. Измеряется угловое ускорение в радианах, делённых на квадрат секунды. $[\varepsilon] = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$.

Формула угла поворота т.т.

- Предположим, что т.т. вращается вокруг неподвижной оси, назовём её осью z. Если известна проекция угловой скорости на эту ось, как функция времени, то угол поворота т.т. вокруг оси можно найти интегрированием, подобно линейному перемещению
- $\varphi = \int \omega_z dt.$

Равномерное вращение.

- Если угловая скорость есть величина постоянная (вращение равномерное), то, аналогично формуле равномерного движения м.т.
- $\varphi = \varphi_0 + \omega_z(t - t_0)$.

Закон изменения угловой скорости т.т.

- Аналогично формуле закона изменения скорости, т.е. из формулы определения углового ускорения, можно найти закон изменения угловой скорости
- $\omega_z = \int \varepsilon_z dt.$
- Когда угловое ускорение есть постоянная величина (вращение равнопеременное), то
- $\omega_z = \omega_{z0} + \varepsilon_z(t - t_0).$ и
- $\varphi = \varphi_0 + \omega_{z0}(t - t_0) + \frac{\varepsilon_z(t-t_0)^2}{2}.$