

* Показательные
неравенства

Показательные неравенства

Определение

**Простейшие
неравенства**

Решение неравенств



***Определение**

Показательные неравенства -

это неравенства, в которых

неизвестное содержится в

показателе степени.

Примеры: $3^x \leq 9$; $2^x + 5 \cdot 2^{x+1} > 11$

Простейшие показательные неравенства – это неравенства вида:

$$a^x > a^b$$

$$a^x < a^b$$

$$a^x \geq a^b$$

$$a^x \leq a^b$$

где $a > 0$, $a \neq 1$, b – любое число.

При решении простейших неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.

$$\left. \begin{array}{l} a^x > a^b \\ a > 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow x > b \quad \left| \quad \left. \begin{array}{l} a^x > a^b \\ 0 < a < 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow x < b \right.$$

Для решения более **сложных** показательных неравенств используются те же способы, что и при решении показательных уравнений.

Решение показательных неравенств

- Простейшие показательные неравенства
- Двойные неравенства
- Неравенства, решаемые вынесением за скобки степени с меньшим показателем
- Неравенства, решаемые заменой переменной

Простейшие показательные неравенства

$$1). \quad 3^x > 9 \Leftrightarrow 3^x \circledgt; 3^2 \Leftrightarrow x \circledgt; 2$$

Ответ: $x > 2$.

$$2). \quad \left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x \circledgt; \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x \circledlt; 2$$

Ответ: $x < 2$.

Двойные неравенства

$$\frac{1}{3} < 3^{3+x} < 9$$

$$3^{-1} < 3^{3+x} < 3^2$$

$$3 > 1, \text{ то } -1 < 3 + x < 2$$

$$-1 - 3 < x < 2 - 3$$

$$-4 < x < -1$$

Ответ: (- 4; -1).

Решение показательных неравенств

Метод: Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

$$3^{x-3} + \frac{1}{3} \cdot 3^x > 10$$

$$3^{x-3} \left(1 + \frac{1}{3} \cdot 3^3\right) > 10$$

$$3^{x-3} (1 + 9) > 10$$

$$3^{x-3} \cdot 10 > 10 \quad | : 10$$

$$3^{x-3} > 1$$

$$3^{x-3} > 3^0$$

Т.к.
3 > 1, то знак неравенства
остается прежним

$$x - 3 > 0$$

$$x > 3.$$

Ответ: $x > 3$

Решение показательных неравенств

Метод: Замена переменной

$$3 \cdot 9^x + 11 \cdot 3^x < 4$$

$$3 \cdot 3^{2x} + 11 \cdot 3^x - 4 < 0$$

$$3^x = t \quad (t > 0)$$

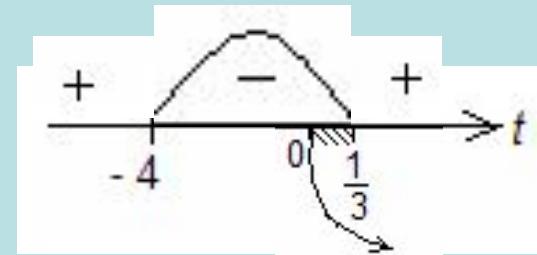
$$3t^2 + 11t - 4 < 0$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) = 121 + 48 = 169 = 13^2$$

$$t_1 = \frac{-11+13}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$t_2 = \frac{-11-13}{6} = \frac{-24}{6} = -4$$

$$3(t+4)\left(t-\frac{1}{3}\right) < 0$$



$$0 < t < \frac{1}{3}; 0 < 3^x < \frac{1}{3}$$

$$3^x < 3^{-1};$$

$$3^x > 1, \text{ то } x < -1.$$

Ответ: $x < -1$.

Решение показательных неравенств

$$3^{x-3} + \frac{1}{3} \cdot 3^x > 10$$

$$9^x - 10 \cdot 3^x < -9$$

$$1). \quad 3^x > 9$$

$$2). \quad \left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}$$