№ 1. Компланарны ли тройки векторов?

в) $\vec{a}\{1;0;2\}$, $\vec{c}\{1;1;-1\}$; $\vec{p}\{-1;2;4\}$

$\vec{a} \nparallel \vec{c} \Rightarrow \vec{p} = x\vec{a} + y\vec{c}$

$$\begin{cases} -1 = x\cdot 1 + y\cdot 1 \\ 2 = x\cdot 0 + 1\cdot y \\ 4 = 2\cdot x + y\cdot(-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{разл. не существ.}$$

$\Rightarrow \vec{a}; \vec{c}; \vec{p}$ не комплан.

г) $\vec{a}\{1;0;-2\}$ $i\{1;0;0\}$; $k\{0;0;1\}$

$\vec{i} \nparallel \vec{k} \Rightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{k}$

$$\begin{cases} 1 = x\cdot 1 + y\cdot 0 \\ 0 = x\cdot 0 + y\cdot 0 \\ -2 = x\cdot 0 + y\cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 0 = 0 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = \vec{i} - 2\vec{k}$$

$\Rightarrow \vec{a}; \vec{i}; \vec{k}$ компланарны

№2.

	а)	б)	в)
$A(x_1; y_1; z_1)$	$(-3; m; 5)$	$(m; n; k)$	$(7; n; m-n)$
$B(x_2; y_2; z_2)$	$(-2; 2; n)$	$(-1; 6; -8)$	$(-5; -3; m+2)$
$M(x; y; z)$	$(k; 4; -2)$	$(3; -7; -10)$	$M \in Ox$ $M(x; y; z)$

M - ср. AB.

а) $\begin{cases} k = \frac{-3-2}{2} \\ 4 = \frac{m+2}{2} \\ -2 = \frac{5+n}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} k = -2,5 \\ m = 6 \\ n = -9 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3 = \frac{m-1}{2} \\ -7 = \frac{n+6}{2} \\ -10 = \frac{k-8}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} m = 7 \\ n = -20 \\ k = -12 \end{cases}$

в) $M \in Ox \Rightarrow M(x; 0; 0)$

$\begin{cases} x = \frac{7-5}{2} \\ 0 = \frac{n-3}{2} \\ 0 = \frac{m-n+m+2}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 \\ n = 3 \\ 0 = \frac{2m-1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 \\ n = 3 \\ m = 0,5 \end{cases}$

Задача 4. Дано: $\vec{a}\{3; -2; 1\}$
$\vec{b}\{-2; 3; 1\}$
$\vec{c}\{-3; 2; 1\}$

Найти:

а) $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

б) $|\vec{a} + \vec{b}|$

в) $|3\vec{c}|$

Решение:

а) $|\vec{a}| = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14}$

$|\vec{b}| = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14}$

$|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{14}$

б) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1^2+1^2+2^2} = \sqrt{6}$

в) $3\vec{c} = \sqrt{81+36+9} = \sqrt{126} = 3\sqrt{14}$

№ 5

б) $A(-5;2;0)$, $B(-5;2;-2)$, $C(-4;3;0)$

$AB = \sqrt{0+0+4} = \sqrt{4} = 2$

$AC = \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}$

$BC = \sqrt{1+1+4} = \sqrt{6}$

$\sqrt{6}^2 = 2^2 + \sqrt{2}^2$

$6 = 4+2$ => ΔABC – прямоуг., разносторонний.

$6 = 6$

в) $A(5;-3;-1)$, $B(5;-5;-1)$, $C(4;-3;0)$

$AB = \sqrt{0+4+0} = \sqrt{4} = 2$

$AC = \sqrt{1+0+1} = \sqrt{2}$

$BC = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$

$\sqrt{6}^2 = 2^2 + \sqrt{2}^2$

$6 = 4+2$ => ΔABC – прямоугольный, разностор

$6 = 6$

№ 6

Решение: 1) $M(-4;9;0)$, $N(0;-2;4)$. X – середина отр. MN.

$X\left(\frac{-4+0}{2}; \frac{9-2}{2}; \frac{0+4}{2}\right)$

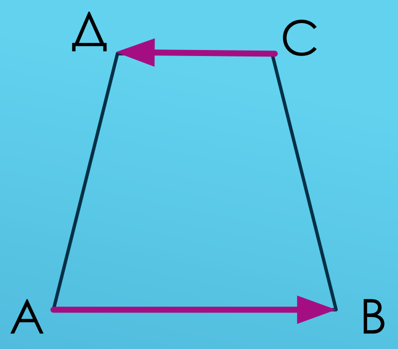
$X(-2;\ 3{,}5;\ 2)$

2) $X(-2;\ 3{,}5;\ 2)$, $O(0;0;0)$ $\quad OX = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

$OX = \sqrt{(-2)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{8 + \frac{49}{4}} = \sqrt{\frac{32+49}{4}} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2} = 4{,}5.$

Ответ: 4,5.

Задача 1.



Дано: А (4; 4; 0) В(0; 0; 0) С(0; 3; 4) Д(1; 4; 4)

Доказать: АВСД – трапеция равнобедренная.

Решение:

1) Найдем координаты векторов: $\overrightarrow{AB}\{-4; -4; 0\}$, $\overrightarrow{BC}\{0; 3; 4\}$, $\overrightarrow{СД}\{1; 1; 0\}$, $\overrightarrow{AД}\{-3; 0; 4\}$.
2) Векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{СД}$ коллинеарны (т.к. их координаты пропорциональны, $\overrightarrow{AB} = -4\overrightarrow{СД}$), значит,

   АВ | | СД, и они лежат в одной плоскости.

Векторы $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AД}$ не коллинеарны (т.к. их координаты не пропорциональны), значит, $BC \nparallel AД$.

Следовательно, четырехугольник АВСД – трапеция (по определению).

3) $BC = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $BC = \sqrt{0 + 9 + 16} = \sqrt{25} = 5$.

   $AД = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $AД = \sqrt{0 + 9 + 16} = \sqrt{25} = 5$.

Значит, ВС = АД, поэтому трапеция АВСД – равнобедренная.