

№ 1. Компланарны ли тройки векторов?

b) $\vec{a} \{1, 0, 2\}$, $\vec{c} \{1, 1, -1\}$, $\vec{p} \{-1, 2, 4\}$
 $\vec{a} \neq \vec{c} \Rightarrow \vec{p} = x\vec{a} + y\vec{c}$

$$\begin{cases} -1 = x \cdot 1 + y \cdot 1 \\ 2 = x \cdot 0 + y \cdot 1 \\ 4 = 2 \cdot x + y \cdot (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{разр. не существует.}$$

$\Rightarrow \vec{a}, \vec{c}, \vec{p}$ не комплан.

в) $\vec{a} \{1, 0, -2\}$, $\vec{i} \{1, 0, 0\}$, $\vec{k} \{0, 0, 1\}$
 $\vec{i} \neq \vec{k} \Rightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{k}$

$$\begin{cases} 1 = x \cdot 1 + y \cdot 0 \\ 0 = x \cdot 0 + y \cdot 0 \\ -2 = x \cdot 0 + y \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 0 = 0 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = \vec{i} - 2\vec{k}$$

$\Rightarrow \vec{a}, \vec{i}, \vec{k}$ компланарны

$A(x_1; y_1; z_1) \begin{matrix} a) \\ (-3; m; 5) \end{matrix} \begin{matrix} \delta) \\ (m; n; k) \end{matrix} \begin{matrix} b) \\ (7; n; m-n) \end{matrix}$
 $B(x_2; y_2; z_2) (-2; 2; n) (-1; 6; -8) (-5; -3; m+2)$
 $M(x; y; z) (k; 4; -2) (3; -7; -10) M \in OX \ M(x; y; z)$
 $M\text{-ap. } AB.$

$$a) \begin{cases} k = \frac{-3-2}{2} \\ 4 = \frac{m+2}{2} \\ -2 = \frac{5+n}{2} \end{cases} \begin{cases} k = -2,5 \\ m = 6 \\ n = -9 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 3 = \frac{m-1}{2} \\ -7 = \frac{n+6}{2} \\ -10 = \frac{k-8}{2} \end{cases} \begin{cases} m = 7 \\ n = -20 \\ k = -12 \end{cases}$$

b) $M \in OX \Rightarrow M(x; 0; 0)$

$$\begin{cases} x = \frac{7-5}{2} \\ 0 = \frac{n-3}{2} \\ 0 = \frac{m-n+m+2}{2} \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ n = 3 \\ 0 = \frac{2m-1}{2} \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ n = 3 \\ m = 0,5 \end{cases}$$

Задача 4. Дано:

$$\vec{a} \{3; -2; 1\}$$

$$\vec{b} \{-2; 3; 1\}$$

$$\vec{c} \{-3; 2; 1\}$$

Найти:

a) $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

б) $|\vec{a} + \vec{b}|$

в) $|3\vec{c}|$

Решение:

a) $|\vec{a}| = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14}$

б) $|\vec{b}| = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14}$

$|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{14}$

в) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1^2+1^2+2^2} = \sqrt{6}$

г) $3|\vec{c}| = \sqrt{81+36+9} = \sqrt{126} = 3\sqrt{14}$

№ 5

а) $A(-5; 2; 0), B(-5; 2; -2), C(-4; 3; 0)$

$$AB = \sqrt{0+0+4} = \sqrt{4} = 2$$

$$AC = \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{1+1+4} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{6}^2 = 2^2 + \sqrt{2}^2$$

$$6 = 4 + 2 \Rightarrow \Delta ABC - \text{прямоуг., разносторонний.}$$

$$6 = 6$$

б) $A(5; -3; -1), B(5; -5; -1), C(4; -3; 0)$

$$AB = \sqrt{0+4+0} = \sqrt{4} = 2$$

$$AC = \sqrt{1+0+1} = \sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{6}^2 = 2^2 + \sqrt{2}^2$$

$$6 = 4 + 2 \Rightarrow \Delta ABC - \text{прямоугольный, разностор.}$$

$$6 = 6$$

№ 6

Решение: 1) $M(-4; 9; 0),$

$N(0; -2; 4)$. X - середина отр. MN .

$$X\left(\frac{-4+0}{2}, \frac{9-2}{2}, \frac{0+4}{2}\right)$$

$$X(-2; 3,5; 2)$$

2) $X(-2; 3,5; 2), O(0; 0; 0)$ $OX = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$$OX = \sqrt{(-2)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{8 + \frac{49}{4}} = \sqrt{\frac{32+49}{4}} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

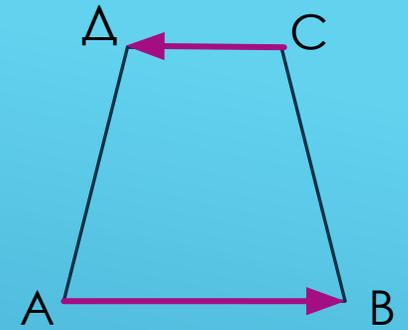
Ответ: 4,5.

Задача 1.

Дано: A (4; 4; 0) B(0; 0; 0) C(0; 3; 4) D(1; 4; 4)

Доказать: ABCD – трапеция равнобедренная.

Решение:



1) Найдем координаты векторов: $\overrightarrow{AB} \{-4; -4; 0\}$, $\overrightarrow{BC} \{0; 3; 4\}$, $\overrightarrow{CD} \{1; 1; 0\}$, $\overrightarrow{AD} \{-3; 0; 4\}$.

2) Векторы \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} коллинеарны (т.к. их координаты пропорциональны, $\overrightarrow{AB} = -4\overrightarrow{CD}$), значит, $AB \parallel CD$, и они лежат в одной плоскости.

Векторы \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{AD} не коллинеарны (т.к. их координаты не пропорциональны), значит, $BC \not\parallel AD$.

Следовательно, четырехугольник ABCD – трапеция (по определению).

3) $BC = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $BC = \sqrt{0 + 9 + 16} = \sqrt{25} = 5$.

$AD = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $AD = \sqrt{0 + 9 + 16} = \sqrt{25} = 5$.

Значит, $BC = AD$, поэтому трапеция ABCD – равнобедренная.