

Вопрос №41: Организация экспериментов с использованием системных принципов.

Подготовила студентка
Группы ТМД-114
Пылаева Александра

Системные принципы – это
некоторые положения общего
характера, являющиеся
обобщением опыта работы
человека со сложными системами.

Пример:

Предположим, что осуществляется эксперимент по взвешиванию 3-х объектов А, В, С, причем важно выявить процедуру взвешивания, оптимальную по критерию точности.

Традиционный подход к взвешиванию объекта реализуется по следующему плану:

	N опыта	Объекты взвешивания			Результаты взвешивания
		А	В	С	
-1 — объект отсутствует на весах;	1	-1	-1	-1	Y_1
+1 — объект присутствует на весах.	2	+1	-1	-1	Y_2
	3	-1	+1	-1	Y_3
	4	-1	-1	+1	Y_4

Согласно плану, сначала осуществляется холостое взвешивание, а затем поочередно взвешивается каждый из объектов. При этом вес объекта определяется по результатам 2-х опытов:

$$A = Y_2 - Y_1$$

$$B = Y_3 - Y_1$$

$$C = Y_4 - Y_1$$

Дисперсия случайной величины — мера разброса данной случайной величины, то есть её отклонения от математического ожидания. Обозначается $D[X]$

Пусть X — случайная величина, определённая на некотором вероятностном пространстве.

Тогда дисперсией называется

$$D[X] = M \left[(X - M[X])^2 \right]$$

где символ M обозначает математическое ожидание.

Определим дисперсию определения веса объекта A

$$\begin{aligned} D[A] &= D[Y_2 - Y_1] = D[(m_2 + E_2) - (m_1 + E_1)] = \\ &= D[(m_2 - m_1) + (E_2 - E_1)] = \\ &= D[m_2 - m_1] + D[E_2 - E_1] = \\ &= D[E_2] + D[-E_1] = \\ &= D[E_2] + (-1)^2 D[E_1] = \\ &= 2 \cdot D[E] \end{aligned}$$

где $D[E]$ — дисперсия случайной ошибки взвешивания

$$\begin{aligned} D[A] &= 2 \cdot D[E] \\ D[B] &= 2 \cdot D[E] \\ D[C] &= 2 \cdot D[E] \end{aligned} \quad (*)$$

Системная процедура взвешивания реализуется по следующему плану:

№ опыта	Объекты взвешивания			Результаты взвешивания
	А	В	С	
1	+1	+1	+1	Y_1
2	+1	-1	-1	Y_2
3	-1	+1	-1	Y_3
4	-1	-1	+1	Y_4

Согласно плану, сначала осуществляется взвешивание всех объектов, а затем последовательно взвешивается каждый из объектов. При этом вес объектов определяется по результатам каждого из 4-х объектов:

$$A = (Y_1 + Y_2 - Y_3 - Y_4)/2$$

$$B = (Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4)/2$$

$$C = (Y_1 - Y_2 - Y_3 + Y_4)/2$$

2 — т.к. мы как бы дважды «взвесили объект».

Определим дисперсию веса объекта А

$$\begin{aligned} D[A] &= D[(Y_1 + Y_2 - Y_3 - Y_4)/2] = \\ &= 1/4 \cdot D[Y_1 + Y_2 - Y_3 - Y_4] = \\ &= 1/4 \cdot D[(m_1 + E_1) + (m_2 + E_2) - (m_3 + E_3) - (m_4 + E_4)] = \\ &= 1/4 \cdot D[(m_1 + m_2 - m_3 - m_4) + (E_1 + E_2 - E_3 - E_4)] = \\ &= 1/4 \cdot D[m_1 + m_2 - m_3 - m_4] + 1/4 \cdot D[E_1 + E_2 - E_3 - E_4] = \\ &= 1/4 \cdot \{D[E_1] + D[E_2] + D[-E_3] + D[-E_4]\} = 1/4 \cdot 4 \cdot D[E] \\ &= D[E] \end{aligned}$$

$$D[A] = D[E]$$

$$D[B] = D[E](**)$$

$$D[C] = D[E]$$

Сравнение * и ** приводит к выводу: системная процедура взвешивания обеспечивает удвоение точности по сравнению с традиционной процедурой.

Доклад окончен,
спасибо за внимание.