Работа по теме

«Показательная функция и ее применение»

выполнена учащимися 10 «Б» класса

учитель Александрова Ольга Александровна
МОУ Песчанокопская СОШ №1 им. Г.В. Алисова
село Песчанокопское

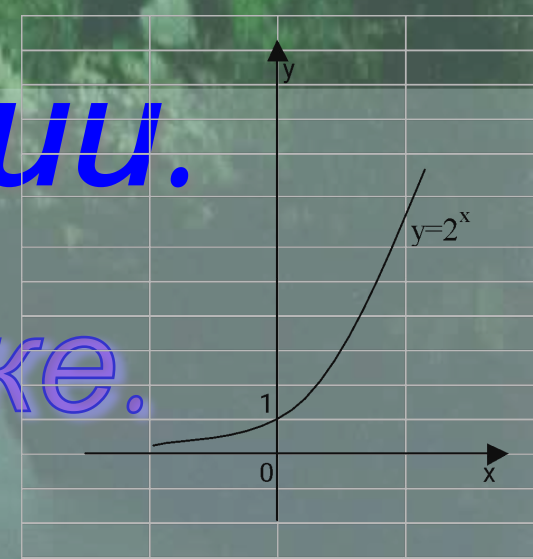
1. Показательная функ

2. Экспонента.

3. Показательной функции и ее применение в приро

4. В биологии.

5. В экономике.



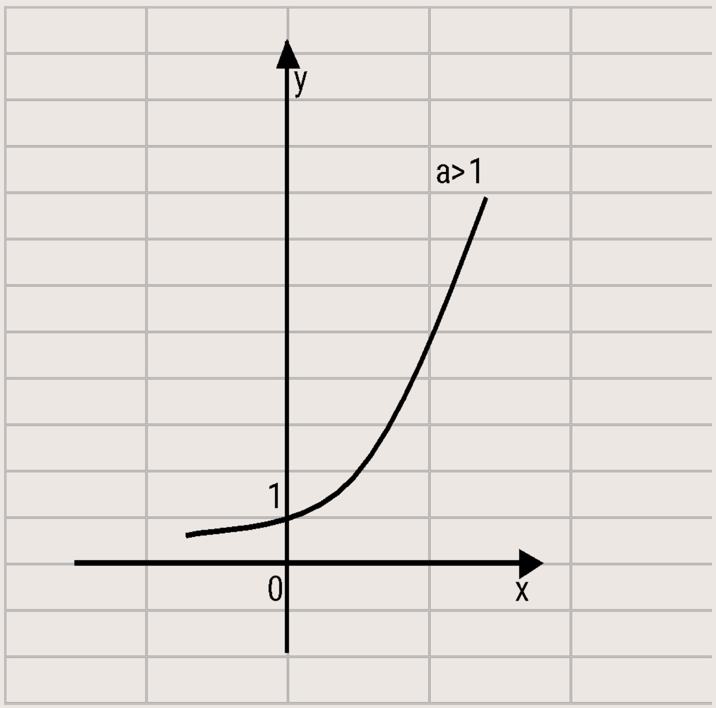
Презентация по теме: «Показательная функция».

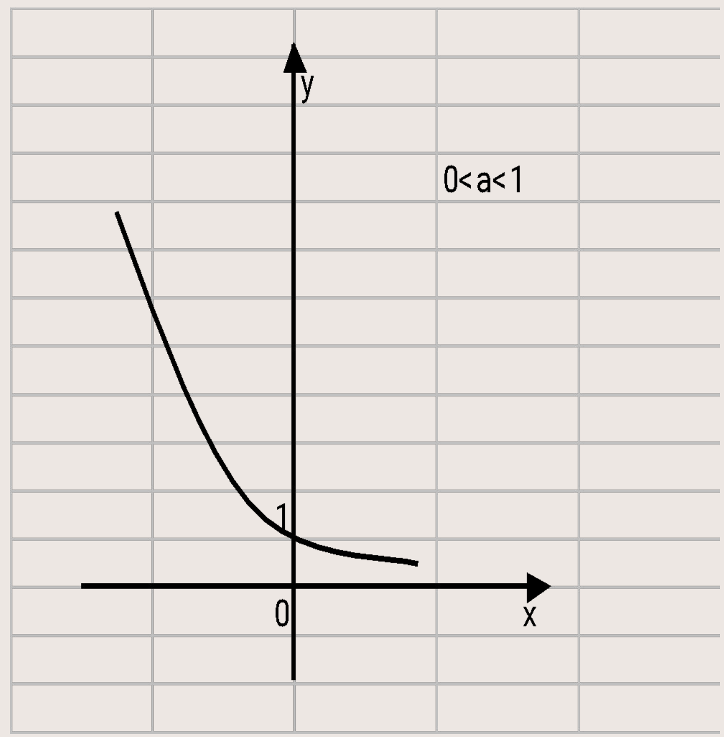
Некоторые наиболее часто
встречающиеся виды
трансцендентных функций,
прежде всего показательные,
открывают доступ ко
многим исследованиям.
Л.Эйлер.

Учащихся 10 «Б» класса
Зайцевой Екатерины и Попсуйко Кристины.

Показательная функция.

Функция вида $y=a^x$,где a-заданное число, a>0, a≠1, x-переменная, называется показательной.

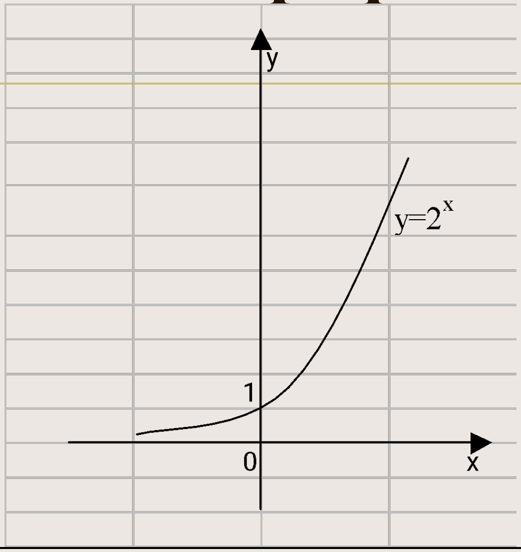




Показательная функция обладает следующими свойствами:

1. Д(у): множество R всех действительных чисел;
2. Е(у):множество всех положительных чисел;
3. Показательная функция $y=a^x$ является возрастающей на множестве всех действительных чисел,если $a>1$,и убывающей,если $0<a<1$;
4. Не является ни четной, ни нечетной;
5. Не ограничена сверху,ограничена снизу;
6. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения;
7. Непрерывна;
8. Если $a>1$,то функция выпукла вниз.

Графики функции $y=2^x$ и $y=(½)^x$

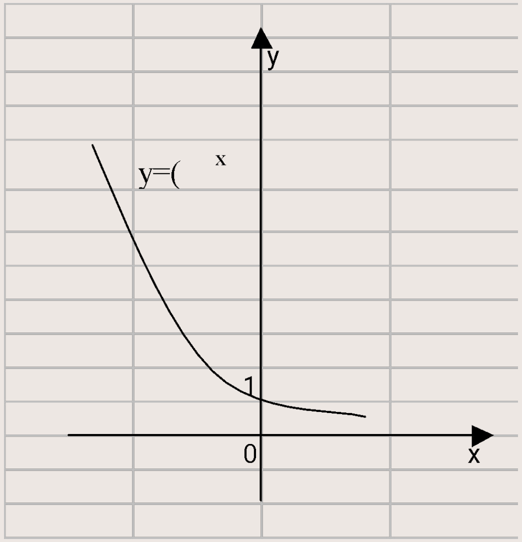


1. График функции $y=2^x$ проходит через точку (0;1) и расположен выше оси Ох.

a>1 **Д(у): х є R**

Е(у): у >0

Возрастает на всей области определения.



2. График функции $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ также проходит через точку (0;1) и расположен выше оси Ох.

0<a<1 **Д(у): х є R**

Е(у): у>0

Убывает на всей области определения.

Показательные уравнения.

Уравнения,у которых неизвестное находится в показателе степени, называются показательными.

Способы решения:

1. По свойству степени;
2. Вынесение общего множителя за скобки;
3. Деление обеих частей уравнения на одно и то же выражение, принимающее значение отличное от нуля при всех действительных значениях х;
4. Способ группировки;
5. Сведение уравнения к квадратному;
6. Графический.

Например: $3^{2x+6} = 2^{x+3}$

Решение.

$(3^2)^{x+3} = 2^{x+3}$

$9^{x+3} = 2^{x+3}$

т.к. $2 \neq 0$, тогда

$\left(\frac{9}{2}\right)^{x+3} = 1$

$\left(\frac{9}{2}\right)^{x+3} = \left(\frac{9}{2}\right)^0$

$x + 3 = 0$

$x = -3$

Ответ. $x = -3$.

$9^{-\sqrt{x-1}} = \frac{1}{27}$

Решение.

$\left(\frac{1}{9}\right)^{\sqrt{x-1}} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$

$\left(2\sqrt{x-1}\right)^2 = 3^2$

$4x - 4 = 9$

$4x = 13$

$x = 3{,}25$

Ответ. $x = 3{,}25$.

Используя свойства возрастания и убывания показательной функции, можно сравнить числа и решать показательные неравенства.

1. **Сравнить:**

а) 5^3 и 5^5; б) 4^7 и 4^3; в) $0{,}2^2$ и $0{,}2^6$; г) $0{,}9^2$ и 0,9.

2. **Решить:**

а) $2^x>1$; б) $13^{x+1}<13^3$; в) $0{,}7^{x-2}>0{,}7$; г) $0{,}04^x<0{,}2^2$.

3. Неравенства, у которых неизвестное находится в показателе степени, называются показательными.

Решение показательных неравенств сводится к решению неравенств $a^x>a^в$ или $a^x<a^в$.

Если $a>1$, то $x>в$ ($x<в$).

Если $0<a<1$. то $x<в$ ($x>в$).

Способы решения показательных неравенств.

1. По свойству степени;
2. Вынесение общего множителя за скобки;
3. Сведение к квадратному;
4. Графический.

$11^{\sqrt{x+6}} > 11^{x}$

Решение.

т.к. $11 > 1$, то $\sqrt{x+6} > x$

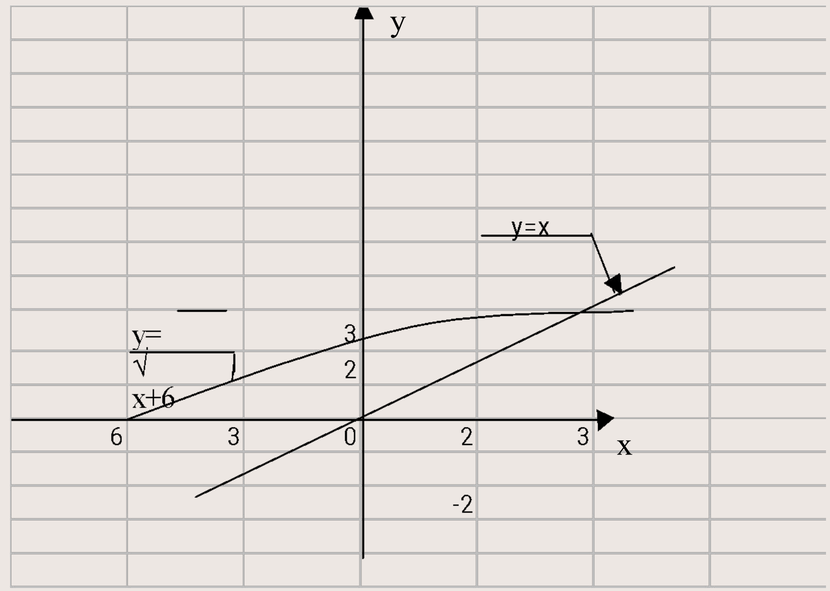
а) Построим график функции : $y = \sqrt{x+6}$

x	-2	3
$y = \sqrt{x+6}$	2	3

б) Построим график функции : $y = x$

x	-2	2
$y = x$	-2	2

Ответ $-6 \le x < 3$.



Некоторые показательные неравенства заменой $a^x=t$ сводятся к квадратным неравенствам,которые решают,учитывая,что $t>0$.

$$\frac{4^{x}-2^{x+1}+8}{2^{1-x}} \square\ 8^{x}$$

Решение.

$$\begin{cases} 4^{x}-2^{x+1}+1+8<8^{x} \\ 2^{1-x}>8^{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^{2x}-2\cdot 2^{x}-2^{3x}+8<0 \\ 1-x>33 \end{cases}$$

$$2^{2x}-2\cdot 2^{x}+8 \square\ 2^{3x}\cdot 2^{1+x}$$

$$2^{2x}-2\cdot 2^{x}+8-2\cdot 2^{2x} \square\ 0$$

$$-2^{2x}-2\cdot 2^{2x}+8 \square\ 0$$

$$2^{2x}+2\cdot 2^{x}-8 \square\ 0$$

Пусть $2^{x}=t \square\ 0$, тогда

$$t^{2}+2t-8 \square\ 0$$

$$t^{2}+2t-8=0$$

$$t_1+t_2=-2$$

$$t_1\cdot t_2=-8$$

$$(t+4)\cdot(t-2)=0$$

$$t_1=-4, \quad t_2=2.$$

При $t \square\ 2, (t+4)\cdot(t-2) \square\ 0$

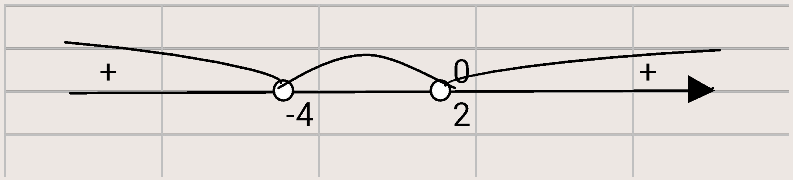
$$t \square\ -4, \quad t \square\ 2$$

$t \square\ -4$ не удовлетворяет условию $t \square\ 0$

$$2^{x} \square\ 2$$

$$x \square\ 1$$

Ответ: $x \square\ 1$



Решение систем показательных уравнений и неравенств.

$$\begin{cases} 3^x - 2^{2y} = 17, \\ 3^{\frac{x}{2}} + 2^y = 17. \end{cases}$$

Решение.

$$\begin{cases} 3^x - (2^y)^2 = 17, \\ (3^x)^{\frac{1}{2}} + 2^y = 17. \end{cases}$$

1) Пусть $3^x = m, 2^y = n, m > 0, n > 0,$

тогда

$$\begin{cases} m - n^2 = 17, \\ \sqrt{m+n} = 17. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -n^2 + m - 17 = 0, \\ m = (17 - n)^2. \end{cases}$$

$m = 17 + n^2$

$17 + n^2 = (17 - n)^2$

$17 + n^2 = 289 - 34n + n^2$

$-34n = -272$

$n = 8$

2) $m = 17 + 8^2$

$m = 81$

3) $3^x = 81 \qquad 2^y = 8$

$3^x = 3^4 \qquad 2^y = 2^3$

$x = 4 \qquad y = 3$

Ответ.(4;3)

Экспонента

Работа выполнена учеником
10»Б» класса
Новиковым Романом

Показательной функцией называется функция

$$y = a^x$$

Где **а**-заданное число, а>о, $a \neq 1$

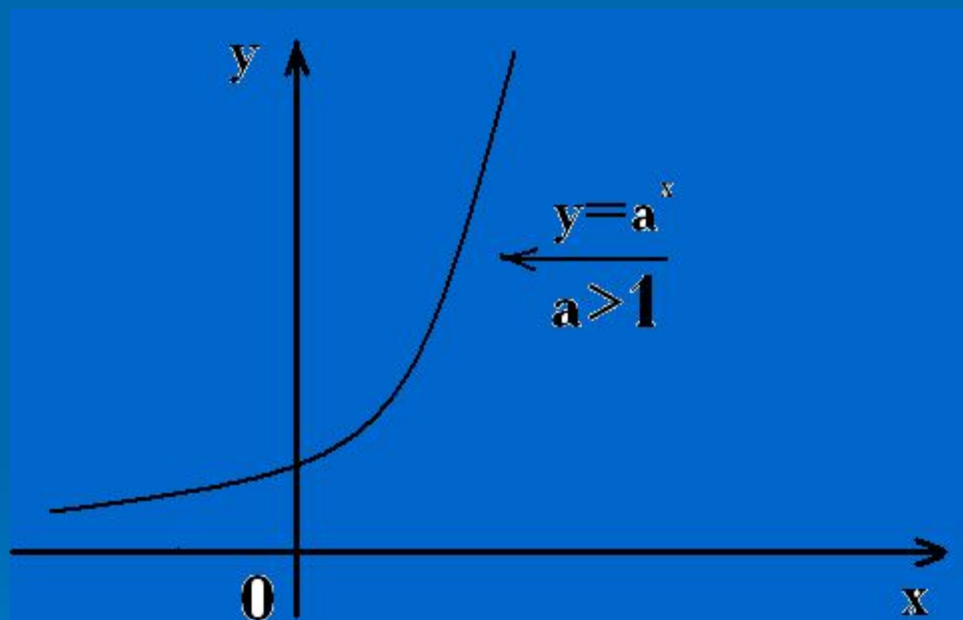


График функции $y=a^x$,x $\in$ N состоит из точек с абциссами 1,2,3…, лежащие на некоторой кривой,- её называют <u>Экспонентой</u>

Экспонента (exp) — функция $\exp(x) = e^x$, где e — основание натуральных логарифмов.

Основные свойства

Экспонента определена на всей вещественной оси. Она всюду возрастает и больше нуля. Обратная функция к ней — логарифм.

Экспонента бесконечно дифференцируема. Ее производная в нуле равна 1, поэтому касательная в этой точке проходит по углом 45°.

Основное функциональное свойство экспоненты: $\exp(a + b) = \exp(a)\exp(b)$. Непрерывная функция с таким свойством либо тождественно равна 0, либо имеет вид $\exp(ct)$, где c — некоторая константа.

Дифференциальные уравнения

Экспонента является решением дифференциального уравнения $y' = y$ с граничным условием $y(0) = 1$. Кроме того через экспоненту выражаются общие решения однородных дифференциальных уравнений.

Формальное определение

Экспоненциальная функция может быть определена двумя эквивалентными способами.

Через ряд Тейлора:

$$\exp(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

или через предел:

$$\exp(x) = \lim_{n\to\infty} (1 + x/n)^n$$

Здесь x — любое вещественное, комплексное, p-адическое число или ограниченный линейный оператор.

Многообразные применения показательной (или как еще ее называют экспонентой) функции вдохновили английского поэта Элмера Брила, он написал «Оду экспоненте»

…Ею порождено многое из того,
Что достойно упоминания,
Как говорили наши
Англосаксонские предки.
Могущество ее порождений
Заранее обусловлено ее
Собственной красотой и силой,
Ибо они суть, физическое воплощение
Абстрактной идеи ее.
Английские моряки любят и знают ее
Под именем «Гунтер»
Две шкалы «Гунтера»-
Вот чудо изобретательности.
Экспонентой порождена
Логарифмическая линейка:
У инженера и астронома не было
Инструмента полезнее, чем она.
Даже изумные искусства питаются ею.
Разве музыкальная гамма не есть
Набор передовых логарифмов?
И таким образом абстрактно красивое
Стало предком одного из величайших
Человеческих достижений»

Были поэты, которые не посвящали од экспоненте, но упоминали их в своих стихах, Например, поэт Борис Слуцкий в стихотворении «Физики и лирики».

Показательная функция

И её применение в природе и технике.

Презентация сделана силами

учеников 10 «Б» класса

Учитель: Александрова Ольга Александровна

Подумайте !Где может использоваться показательная функция ??

- *Тема «Показательная функция» является основополагающей при изучении таких тем, как «Производная показательной функции», «Термодинамика», «Электромагнетизм», «Ядерная физика», «Колебания», используется для решения некоторых задач судовождения.*

Наглядный бытовой пример!

- Все, наверное, замечали, что если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее. Дело в том, что скорость остывания пропорциональна разности между температурой чайника и температурой окружающей среды. Чем меньше становится эта разность, тем медленнее остывает чайник. Если сначала температура чайника равнялась То, а температура воздуха Т1, то через t секунд температура Т чайника выразится формулой:

- T=(T1-T0)e-kt+T1,

- где k - число, зависящее от формы чайника, материала, из которого он сделан, и количества воды, которое в нем находится.

При падении тел в безвоздушном пространстве скорость их непрерывно возрастает.

- При падении тел в воздухе скорость падения тоже увеличивается, но не может превзойти определенной величины.

- Рассмотрим задачу о падении парашютиста. Если считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости падения парашютиста, т.е. что $F=kv$, то через t секунд скорость падения будет равна: $v=mg/k(1-e-kt/m)$, где m - масса парашютиста. Через некоторый промежуток времени $e-kt/m$ станет очень маленьким числом, и падение станет почти равномерным. Коэффициент пропорциональности k зависит от размеров парашюта. Данная формула пригодна не только для изучения падения парашютиста, но и для изучения падения капли дождевой воды, пушинки и т.д.

- Много трудных математических задач приходится решать в теории межпланетных путешествий. Одной из них является задача об определении массы топлива, необходимого для того, чтобы придать ракете нужную скорость v. Эта масса M зависит от массы m самой ракеты (без топлива) и от скорости v0, с которой продукты горения вытекают из ракетного двигателя.

- Если не учитывать сопротивление воздуха и притяжение Земли, то масса топлива определиться формулой: $M=m(ev/v0-1)$ (формула К.Э. Циалковского). Например, для того чтобы ракете с массой 1,5 т придать скорость 8000 м/с, надо при скорости истечения газов 2000 м/с взять примерно 80 т топлива.

- Если при колебаниях маятника, гири, качающейся на пружине, не пренебрегать сопротивлением воздуха, то амплитуда колебаний становится все меньше, колебания затухают. Отклонения точки, совершающей затухающие колебания, выражается формулой: s=Ae-ktsin(?t+?). Так как множитель e-kt уменьшается с течением времени, то размах колебаний становится все меньше и меньше.

- Когда радиоактивное вещество распадется, его количество уменьшается. Через некоторое время остается половина первоначального количества вещества. Этот промежуток времени to называется периодом полураспада. Вообще через t лет масса m вещества будет равна: m=m0(1/2)t/t0, где m0 - первоначальная масса вещества. Чем больше период полураспада, тем медленнее распадается вещество.

- Явление радиоактивного распада используется для определения возраста археологических находок, например, определен примерный возраст Земли, около 5,5 млрд. лет, для поддержания эталона времени.

Задача: **Период полураспада плутония равен 140 суткам. Сколько плутония останется через 10 лет, если его начальная масса равна 8г ?**

Решение.

$$T = 140 сут.$$

$$t = 10 лет$$

$$m_0 = 8г$$

m = ?

$$m(t) = m_0 (\frac{1}{2})^{\frac{t}{T}}$$

$$t = 365 \cdot 10 = 3650 (дней)$$

$$m(t) = 8 \cdot (\frac{1}{2})^{\frac{3650}{140}} = 1{,}1345 \cdot 10^{-7} (г) = 1{,}13 \cdot 10^{-7} (г).$$

Ответ: $1{,}13 \cdot 10^{-7}$ (г).

- **Как видите, во всех приведенных выше исследованиях использовалась показательная функция.**

- **Вот некоторые из Нобелевских лауреатов, получивших премию за исследования в области физики с использованием показательной функции:**

- Пьер Кюри - 1903 г.
- Ричардсон Оуэн - 1928 г.
- Игорь Тамм - 1958 г.
- Альварес Луис - 1968 г.
- Альфвен Ханнес - 1970 г.
- Вильсон Роберт Вудро - 1978 г.

Она не перестаёт нас удивлять!

- Показательная функция также используется при решении некоторых задач судовождения, например, функцию e-x используют в задачах, требующих применения биноминального закона (повторение опытов), закона Пуассона (редких событий), закона Релея (длина случайного вектора).

- Итог урока: Сегодня мы с вами повторили и обобщили знания методов решения показательных уравнений и неравенств на основе свойств показательной функции. Мы сказали, что понятие показательной функции было введено в XVII веке. Так вот сейчас ваши знания в этой области находятся на уровне знаний ученых того времени. Сейчас на дворе XXI век. Так что перспектива развития ваших знаний велика. Дерзайте, достигайте уровня ученых наших дней.

- Директор - Олейников Артём.
- Спецэффекты - тоже я.
- Продюсер – Салтыков Витёк.
- Музыка – Олейников Артём.
- Сценарий – Олейников Артём.
- Оформление – Олейников Артём.
- Аватарки – Олейников Артём.
- Тупо-научные фразы – Олейников Артём.
- Презентация выполнена по заказу Александровой Ольги Александровны.
- Мученик 10 «Б» класса ПСШ №1.

Применение показательной функции в биологии .

Выполнили: Давыдов Константин
Беляева Анна-Мелани

Применение логарифмической функции в биологии.

В питательной среде бактерия кишечной палочки делится каждую минуту. Понятно, что общее число бактерий за каждую минуту удваивается. Если в начале процесса была одна бактерия, то через x минут их число (N) станет равной 2^x , т.е.

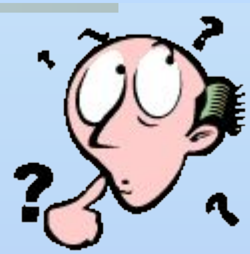
$$N(x) = 2^x.$$

Применение показательной функции е

Выполнили: Давыдов Константин
Беляева Анна-Мелани

Задача: ***Ежемесячно на банковский вклад, равный S_0 рублей начисляется p%. На сколько процентов возрастет банковский вклад за x месяцев?***

Решение.



Пусть p = 2%, x = 12 месяцев.

Тогда за год банковский вклад возрастет на

$$S_0(x) - S_0 = S_0(1+0{,}02)^{12} - S_0 = S_0(1{,}02^{12} - 1) = S_0(1{,}268241 - 1) \approx S_0 \cdot 0{,}27,$$

$$\frac{0{,}27 S_0}{S_0} \cdot 100\% = 27\%.$$

Ответ: на 27%.

Задача:

Процент инфляции показывает, на сколько процентов (в среднем) выросли цены.

1) Выразите процент инфляции за x месяцев, если ежемесячно инфляция составляет 3%.

2) Вычислите с помощью калькулятора годовой процент инфляции.

Решение.