ПРОИЗВОДНАЯ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ

Пусть $y=f(x)$ – дифференцируемая и монотонная функция на промежутке X.

Если переменную y рассматривать как аргумент, а переменную x как функцию, то функция $x=\varphi(y)$ является обратной функцией к данной, непрерывной на соответствующем промежутке Y.

ТЕОРЕМА

Для дифференцируемой функции с производной, не равной нулю, производная обратной функции равна обратной величине производной исходной функции:

$$x'_y = \frac{1}{y'_x}$$

Доказательство:

По условию функция *y=f(x)* дифференцируема и

$$y'(x) = f'(x) \neq 0$$

Пусть *Δy* - приращение независимой переменной *y,* не равное *0.*

Δx* – соответствующее приращение обратной функции *x=φ(y)*, также неравное *0.

Тогда

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y / \Delta x}$$

Переходим в этом равенстве к пределу при $\Delta y \to 0$

Учитываем, что в силу непрерывности обратной функции $\Delta x \to 0$

$$\underbrace{\lim_{\Delta y \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}}_{x'_y} = \underbrace{\frac{1}{\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}}}_{y'_x}$$

$$x'_y = \frac{1}{y'_x}$$

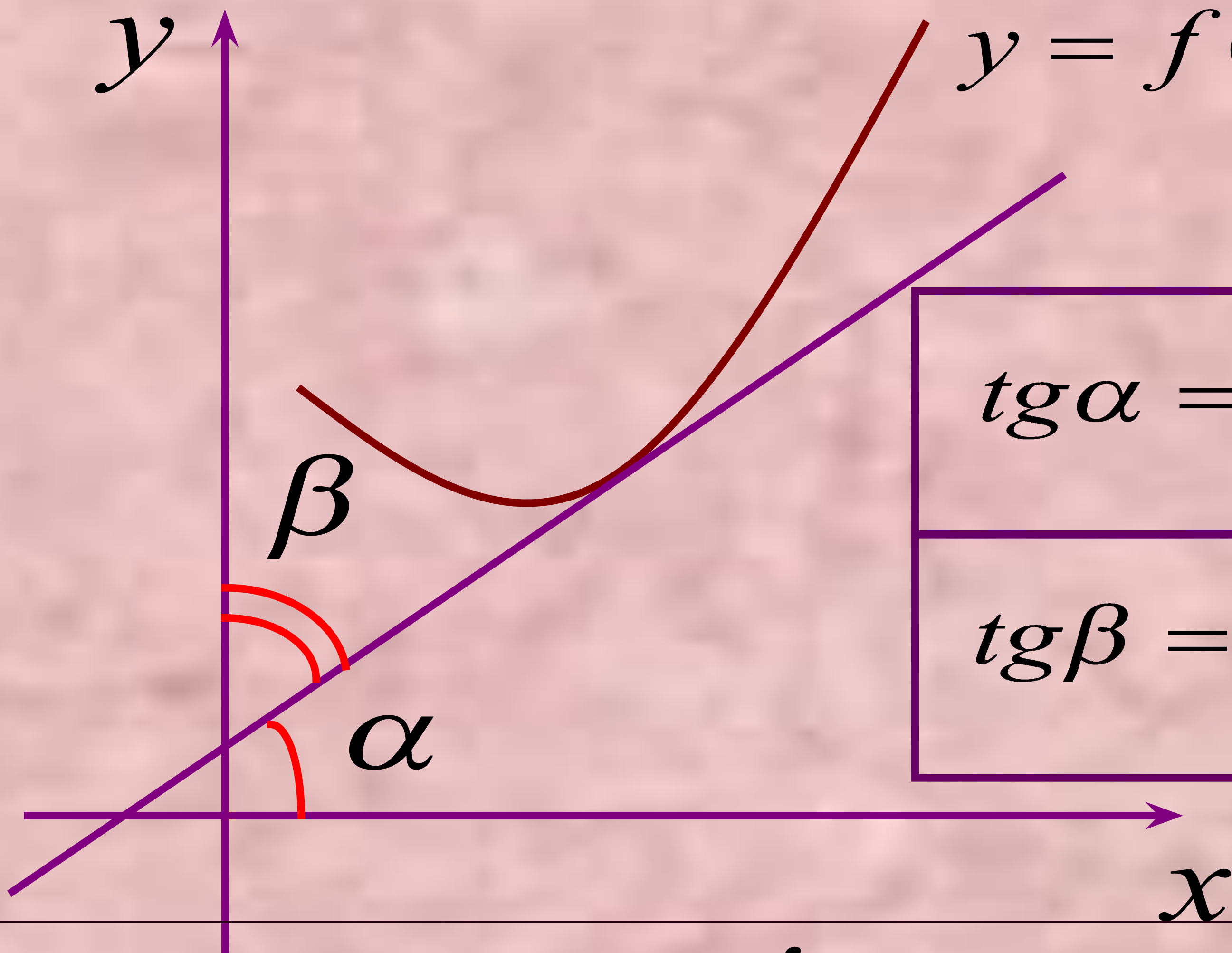
Эта формула имеет простой <u>*геометрический смысл*</u>.

Если y'_x

есть тангенс угла наклона касательной к кривой *y=f(x)* к оси абсцисс, то

$$x'_y$$

есть тангенс угла наклона той же касательной к оси ординат.



$$tg\alpha = \frac{1}{tg\beta}$$

$$tg\beta = \frac{1}{tg\alpha}$$

tga$=y'_x$ tgB$=x'_y$

Домашняя работа

1. Параграф 51 стр. 230-234 Математика
2. № 219 (1,2,3,4) стр.49, № 223 (2,3,4,8) стр.50 Сборник задач Богомолов