

ПРОИЗВОДНАЯ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ

Пусть $y=f(x)$ – дифференцируемая и монотонная функция на промежутке X .

Если переменную y рассматривать как аргумент, а переменную x как функцию, то функция $x=\varphi(y)$ является обратной функцией к данной, непрерывной на соответствующем промежутке Y .

ТЕОРЕМА

Для дифференцируемой функции с производной, не равной нулю, производная обратной функции равна обратной величине производной исходной функции:

$$x'_y = \frac{1}{y'_x}$$

Доказательство:

По условию функция $y=f(x)$ дифференцируема и

$$y'(x) = f'(x) \neq 0$$

Пусть Δy - приращение независимой переменной y , не равное 0 .

Δx – соответствующее приращение обратной функции $x=\varphi(y)$, также неравное 0 .

Тогда

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{1}{\frac{\Delta y}{\Delta x}}$$

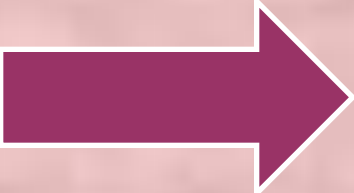
Переходим в этом равенстве к пределу при $\Delta y \rightarrow 0$

Учитываем, что в силу непрерывности обратной функции $\Delta x \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{1}{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}}$$

$$x'_y$$

$$y'_x$$


$$x'_y = \frac{1}{y'_x}$$



Эта формула имеет простой геометрический смысл.

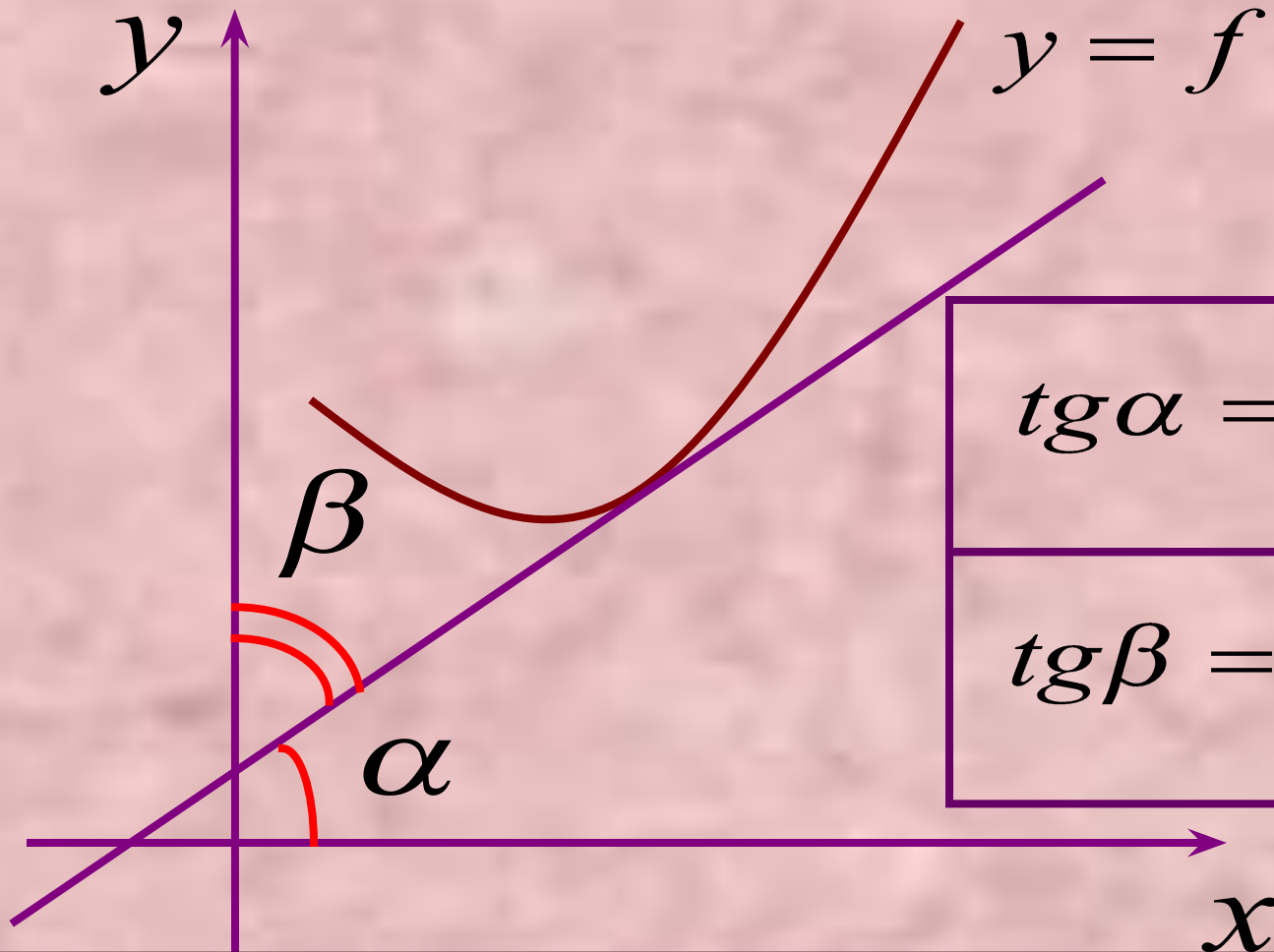
Если y'_x

есть тангенс угла наклона касательной к кривой $y=f(x)$ к оси абсцисс, то

x'_y

есть тангенс угла наклона той же касательной к оси ординат.

y $y = f(x)$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}$$
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\operatorname{tga} = y'_x \quad \operatorname{tgB} = x'_y$$

Домашняя работа

1. Параграф 51 стр. 230-234 Математика
 2. № 219 (1,2,3,4) стр.49, № 223 (2,3,4,8) стр.50
- Сборник задач Богомолов