Моделирование систем и процессов

Лекция 8.

Формирование вероятностно-статистических моделей объектов эксплуатации летательных аппаратов

Исходные данные и порядок формирования вер.-стат. модели эксплуатации

Эксплуатация авиационной техники (АТ) – это целенаправленная деятельность коллектива людей по применению, техническому обслуживанию, ремонту, хранению и транспортированию АТ.

Эксплуатация АТ определяется следующими компонентами :

- параметрами объектов эксплуатации, в т. ч. эксплуатационными свойствами техники;
- технологическими эксплуатационными процессами;
- коллективами людей, осуществляющими эти процессы на технике;
- внешними условиями (средой), в которой эксплуатируется техника.

Исходные данные и порядок формирования вер.-стат. модели эксплуатации

Исходными данными для формирования вер.-стат. модели являются экспериментальные результаты исследований параметров компонент эксплуатации.

На основании исходных данных строится гистограмма распределений (плотности распределения или частости). По виду этой гистограммы выдвигается гипотеза о виде закона распределения исследуемого параметра. Эта гипотеза проверяется с помощью критерия согласия. При подтверждении гипотезы она принимается, а в случае отказа в подтверждении гипотезы - корректируется вер.-стат. модель.

Законы распределения непрерывных случайных величин, используемые при формировании вер.-стат. моделей

В практике эксплуатации АТ встречаются следующие непрерывные распределения вероятностей:

- нормальное,
- экспоненциальное,
- Вейбулла,
- гамма-распределение,
- логарифмически-нормальное

Нормальное распределение

Нормальному распределению приближенно соответствует распределение суммарной наработки восстанавливаемого изделия до капитального ремонта.

Общий вид плотности распределения нормального закона определяется формулой:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

т.е. нормальный закон является двухпараметрическим (величина **m** есть математическое ожидание случайной величины **x,** а величина **σ** – ее среднее квадратичное отклонение).

Функция нормального распределения имеет вид:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Экспоненциальное распределение

Экспоненциальное распределение встречается после окончания периода приработки (в период нормальной эксплуатации), когда поток отказов восстанавливаемых изделий часто является простейшим.

Экспоненциальное распределение часто используется при рассмотрении внезапных отказов в тех случаях, когда явления износа и старения слабо выражены и ими можно пренебречь.

Экспоненциальное распределение широко используется в теории массового обслуживания, с помощью которой могут быть хорошо описаны процессы технического обслуживания летательных аппаратов на авиационно-технической базе.

Экспоненциальное распределение

Плотность распределения вероятностей в случае экспоненциального распределения имеет вид:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

Экспоненциальный закон является однопараметрическим, параметр λ распределения является строго положительной константой, а сама случайная величина *x* тоже положительная величина и может изменяться от нуля до бесконечности.

Функция экспоненциального распределения

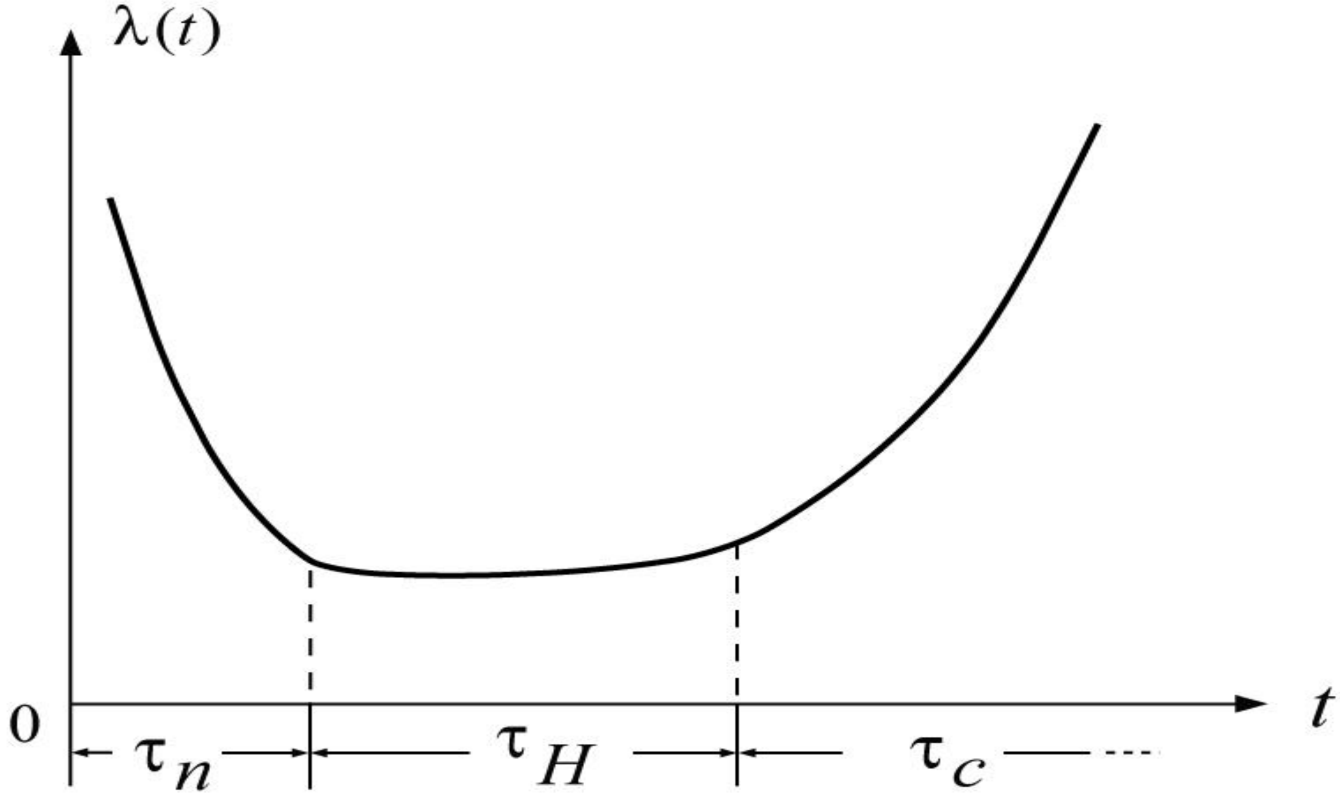
$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda x}$$

Распределение Вейбулла

Распределение Вейбулла часто используется в теории надежности. Законом Вейбулла описывается наработка до отказа у многих невосстанавливаемых изделий (подшипники качения, изделия, у которых отказ наступает вследствие усталостного разрушения).

При рассмотрении надежности технических систем используют интенсивность отказов . Этот параметр для значительного числа технических изделий изменяется так, как это показано на рис. 1

Распределение Вейбулла



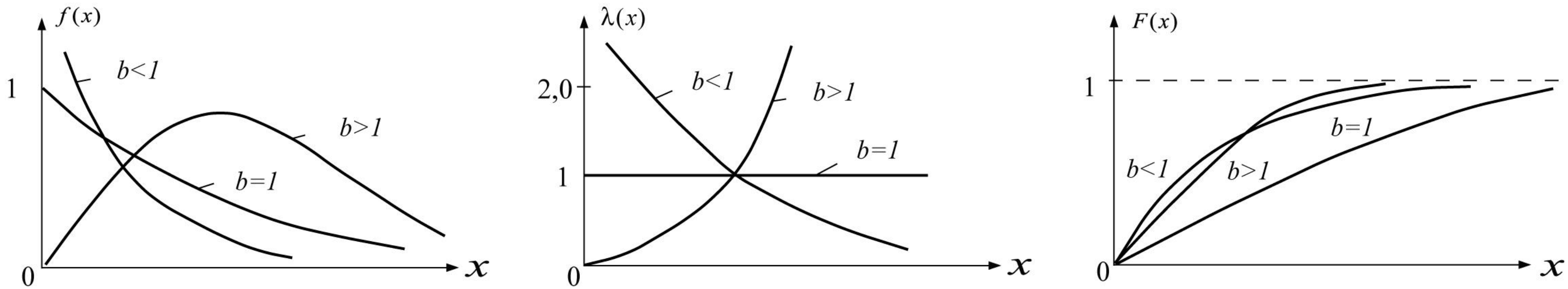
1-ый период τ_n от начала эксплуатации называется периодом «приработки» («обкатки»).
2-ой период - период τ_H нормальной эксплуатации.
Последний период τ_c (от конца периода нормальной эксплуатации до списания) - период старения и износа.

Распределение Вейбулла

Выражения, определяющие распределение Вейбулла:

$$f(x) = \frac{b}{a}\left(\frac{x}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^{b}}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^{b}}$$



Влияние параметра **b** на график функции **f(x).**
При **b > 1** этот график имеет скошенный вид с максимумом функции.
При **b = 1** закон Вейбулла полностью совпадает с экспоненциальным законом.
При **b < 1** график функции **f(x)** – резко спадающая кривая.

Гамма-распределение

Гамма-распределение может встречаться в следующих случаях :

- этому распределению подчиняется иногда время восстановления;
- если наработка до отказа имеет экспоненциальное распределение, то в случае применения ненагруженного резервирования замещением возникает гамма-распределение;
- если поток отказов у восстанавливаемого изделия простейший, то наработка через один (вообще между несколькими) отказ подчиняется гамма-распределению.

Выражения для закона распределения:

$$f(x) = \frac{1}{2^m (m-1)!} x^{m-1} \exp(-\frac{x}{2})$$

$$F(x) = \frac{\tilde{A}(\alpha+1; \frac{x}{\beta})}{\tilde{A}(\alpha+1)}, \quad 0 < x < \infty$$

Логарифмически-нормальное распределение

Это распределение может встретиться в следующих случаях:

– распределение времени наработки до отказа у некоторых изделий (электронные лампы, изделия, у которых отказ наступит вследствие усталостного разрушения);

- время восстановления некоторых изделий может подчиняться логарифмически-нормальному распределению.

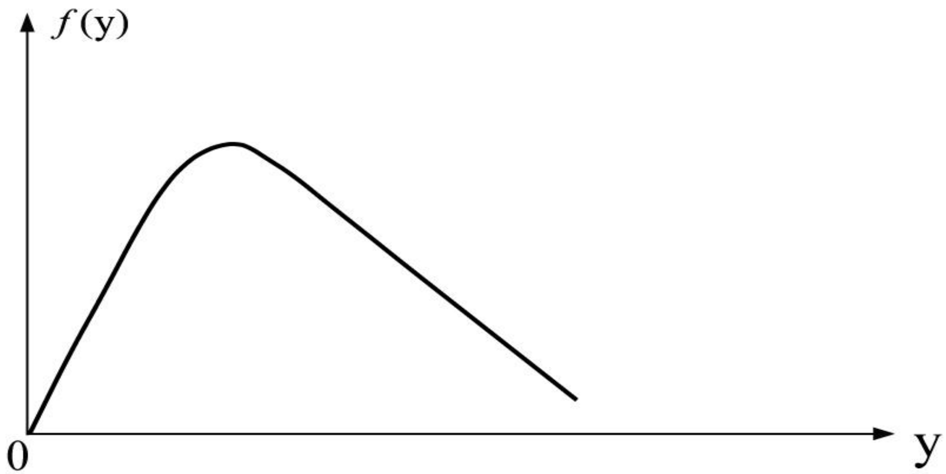


График функции **f(y)** – плотности вероятностей для логарифмически-нормального закона

Логарифмически-нормальное распределение

Положительная случайная величина **y** имеет логарифмически-нормальное распределение, если ее логарифм **x1=lny** (или **x2=lgy**) распределен нормально, при этом **x2=0,4343x1**, где коэффициент **0,4343** учитывает переход от натуральных логарифмов к десятичным.

Плотность вероятностей распределения самой случайной величины **y** будет иметь вид:

$$f(y)=\frac{1}{\sigma_1 y}\varphi_0\left(\frac{\ln y-\ln y_0}{\sigma_1}\right)=\frac{0{,}4343}{\sigma_2 y}\varphi_0\left(\frac{\lg y-\lg y_0}{\sigma_2}\right)$$

Функция распределения имеет вид:

$$F(y)=F_0\left(\frac{\ln y-\ln y_0}{\sigma_1}\right)=F_0\left(\frac{\lg y-\lg y_0}{\sigma_2}\right)$$