



**XXII Зимняя школа по механике сплошных сред  
22-26 марта 2021 г., Пермь**

# **Применение бегущих волн в определении поврежденности интерфейсов в слоистых композитах**

*Дорошенко О.В., Голуб М.В., Еремин А.А., Вильде М.В.*



**Кубанский государственный университет,  
Институт математики, механики и информатики**



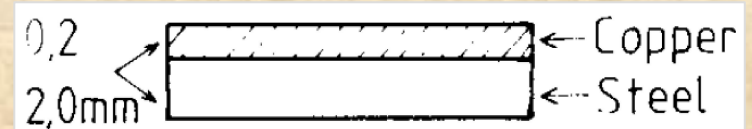
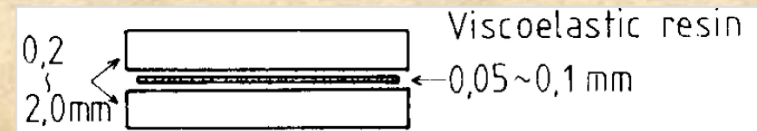
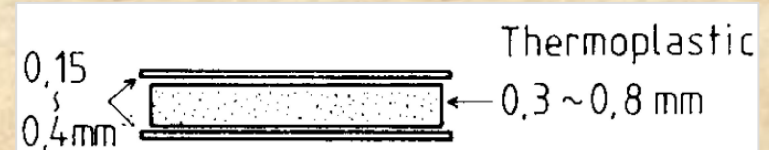
**Саратовский национальный исследовательский государственный  
университет имени Н.Г. Чернышевского**

# Слоистые композиты

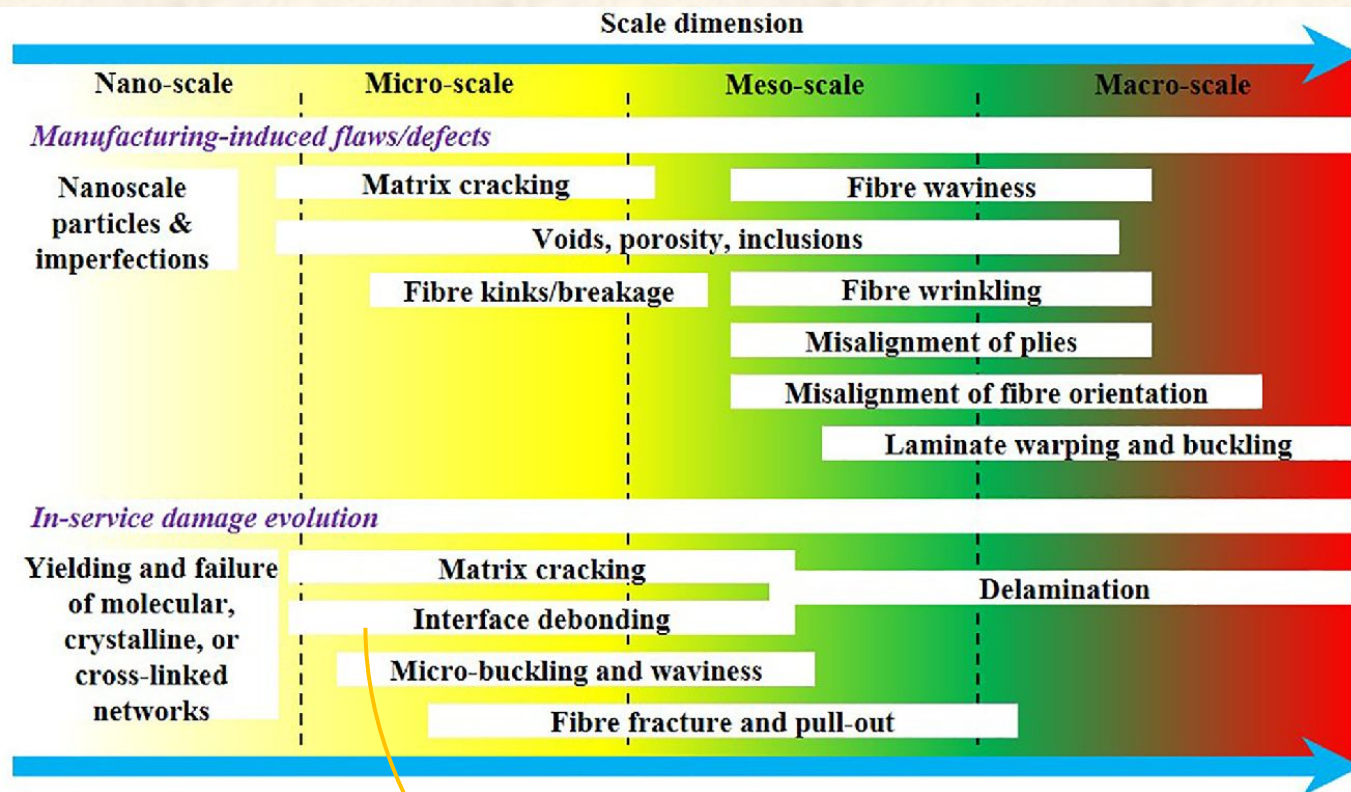
*Ламинаты низкой плотности* – ламинаты с полимерным сердечником 40-60% от общей толщины и низкой плотности, разработанные в основном для экономии веса автомобильных компонентов.

*Звукопоглощающие ламинаты* – ламинаты с тонким вязкоупругим клеевым слоем толщиной менее 20% от общей толщины, разработанные для звукопоглощения.

*Плакированные листы* – ламинаты, состоящие только из металлических листов, различных по природе и толщине, с очень тонким клеевым слоем или скрепленных диффузией.

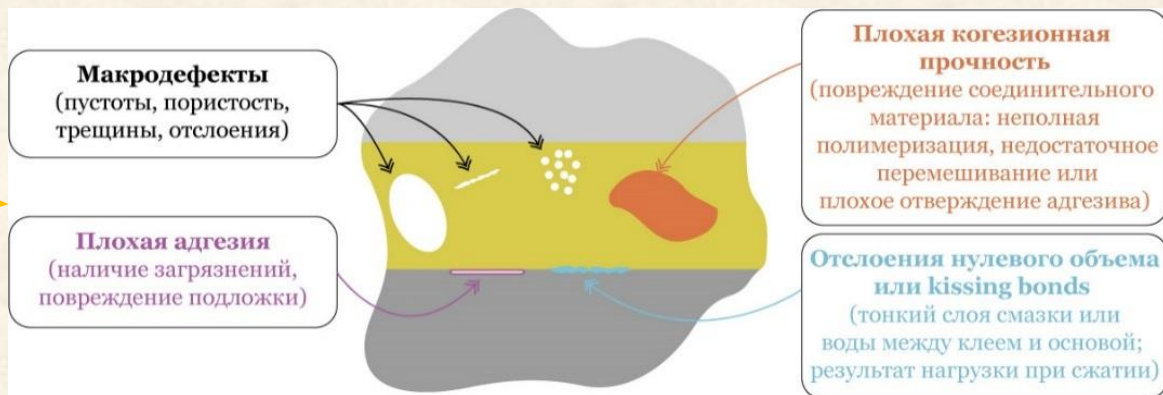


# Типы повреждений



B. Wang, Sh. Zhong,  
T.-L. Lee, K. S. Fancey, J. Mi  
AIME (2020)

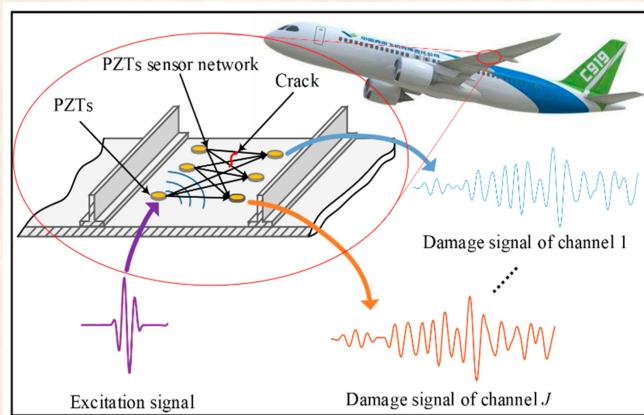
P. Cawley, R.D. Adams  
Mater. Sci. Technol. (1989)



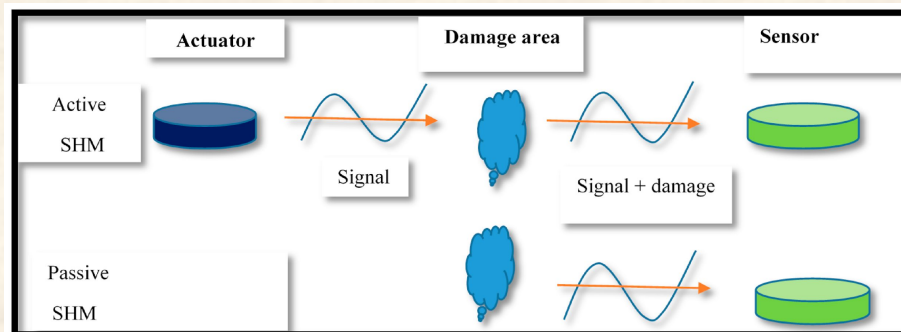
# Системы мониторинга



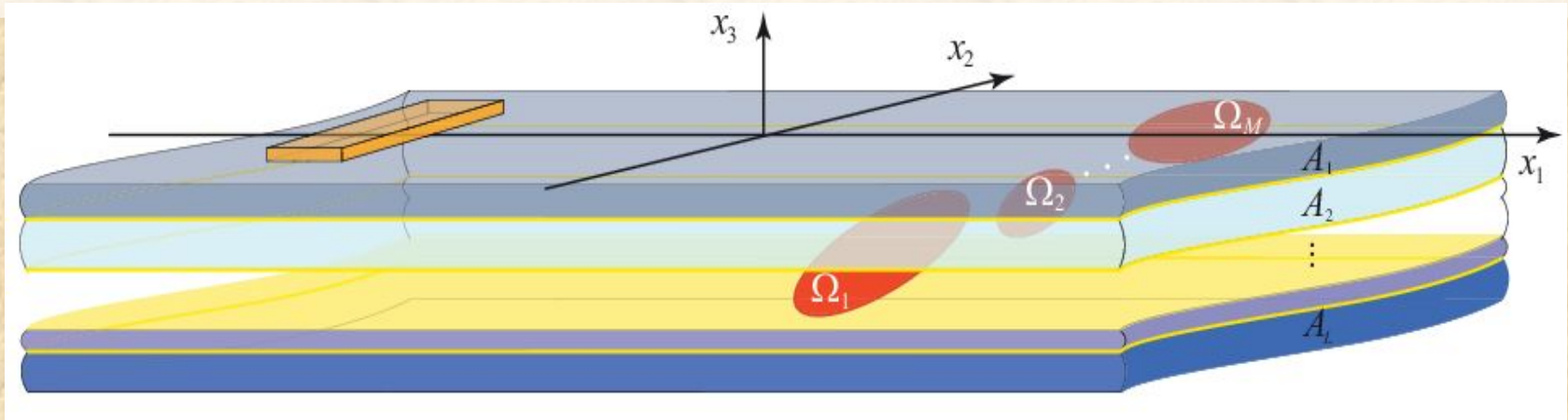
**Project GW4SHM – Guided Waves for Structural Health Monitoring.** (2020)



**Инспекция коллекторов на газокomppressorных станциях в Монтане и Северной Дакоте в США**



# Моделирование слоистых композитов



$$(\lambda_m + \mu_m)\nabla\nabla\mathbf{u}_m - \mu_j\nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}_m) + \omega^2\rho_m\mathbf{u}_m = 0$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}|_{x_3=0} &= \mathbf{q}, & \mathbf{q}(x_1, x_2) &\equiv 0, (x_1, x_2) \notin \Omega \\ \boldsymbol{\tau}|_{x_3=-H} &= 0 \end{aligned}$$

$$[\mathbf{u}]_m = 0, [\boldsymbol{\tau}]_m = 0$$

Граничные условия идеального контакта

$$\boldsymbol{\tau}_m = \boldsymbol{\tau}_{m+1} = \boldsymbol{\kappa}[\mathbf{u}]_m$$

Граничные условия пружинного типа для ослабленного интерфейса

# Дисперсионные кривые

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2, x_1) \mathbf{Q}(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)} d\alpha_1 d\alpha_2$$

$$U(\alpha_1, \alpha_2, x_3) = \sum_{n=1}^N t^{(n)} \mathbf{m}_n e^{\lambda_n x_3}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{f}, \quad \mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{Q})$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1^+ & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ \mathbf{C}_1^- & -\mathbf{C}_2^+ & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{C}_2^- & -\mathbf{C}_3^+ & \cdot & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \cdot & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \mathbf{C}_{L-1}^- & -\mathbf{C}_L^+ \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & \mathbf{S}_L^- \end{pmatrix}$$

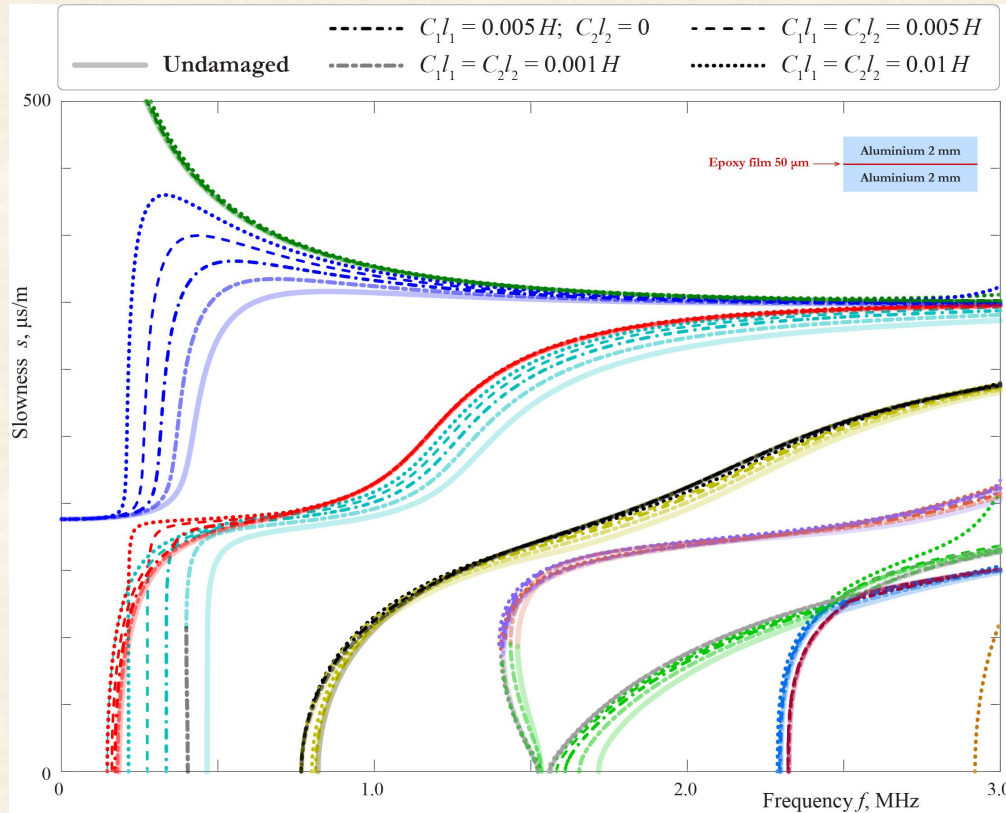
$$\det(\mathbf{A}(\pm\zeta_k)) = 0$$

дисперсионное уравнение

$$\pm\zeta_k$$

волновые числа нормальных мод

# Дисперсионные кривые



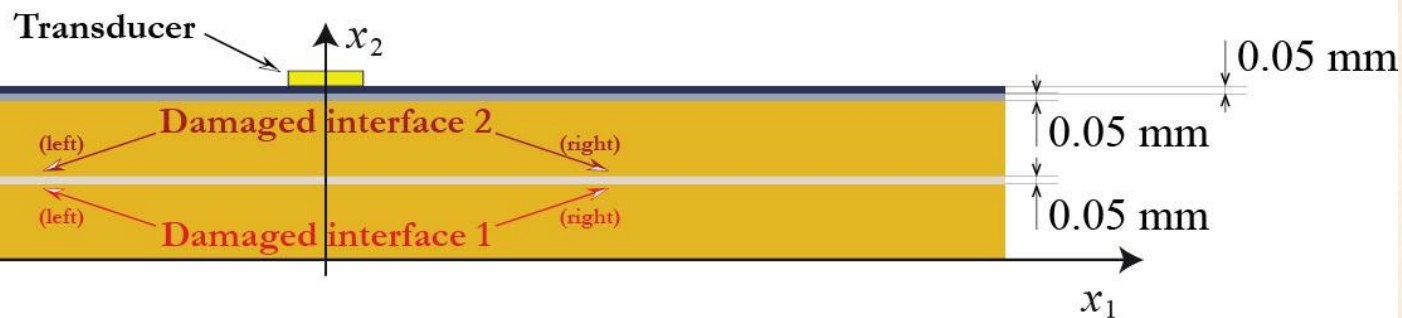
$C_i \in [0, 1]$  –  
поврежденность  
интерфейса  
(плотность  
распределения  
микродефектов)

$l_i$  – характерный размер  
микро-дефекта

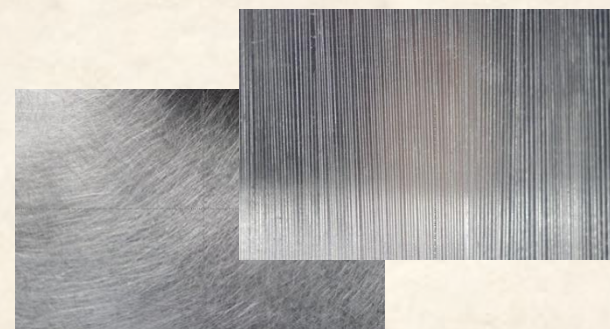
Расчетные значения медленностей волн Лэмба в трехслойном ламинате  
(Алюминий 2 мм/Эпоксидная пленка 50 мкм / Алюминий 2 мм)  
для различных значений коэффициентов жесткости.

# Экспериментальная верификация

Metal Plate
  Retro-reflective layer
  Adhesive
  Epoxy film



Лаборатория в Университете им. Хельмута Шмидта (г. Гамбург, ФРГ).



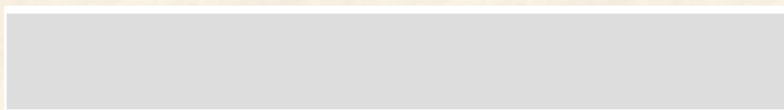
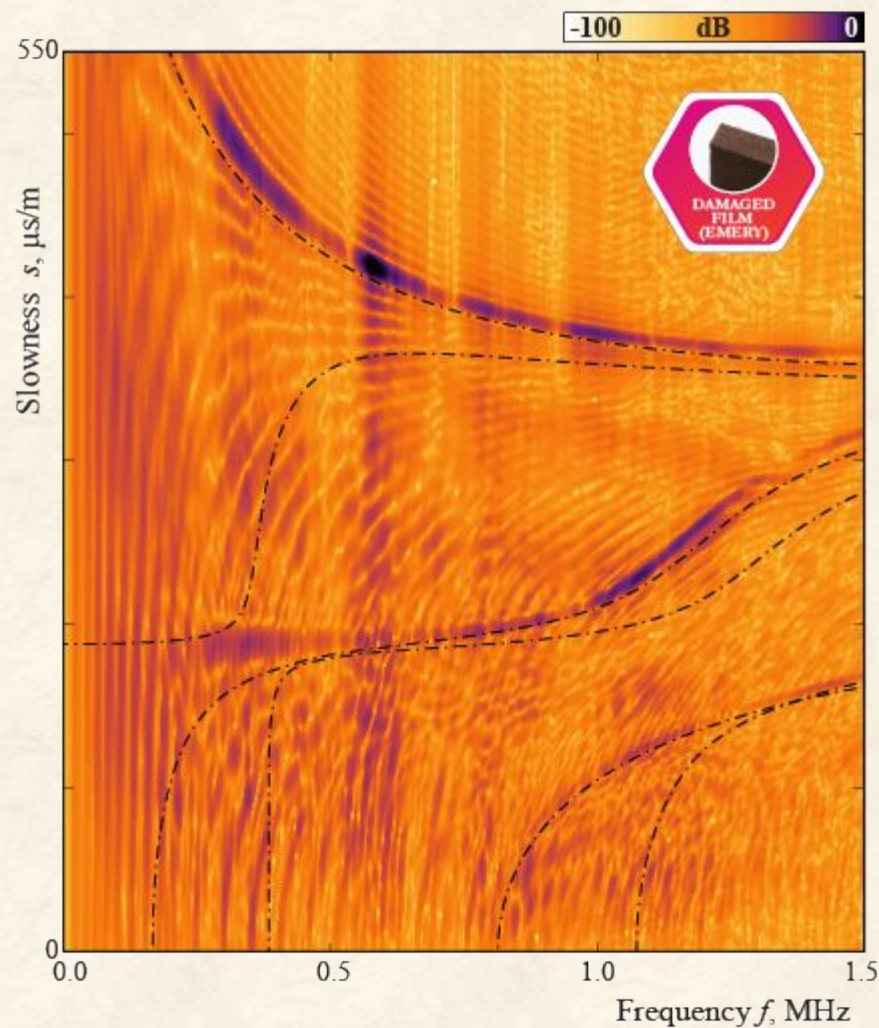
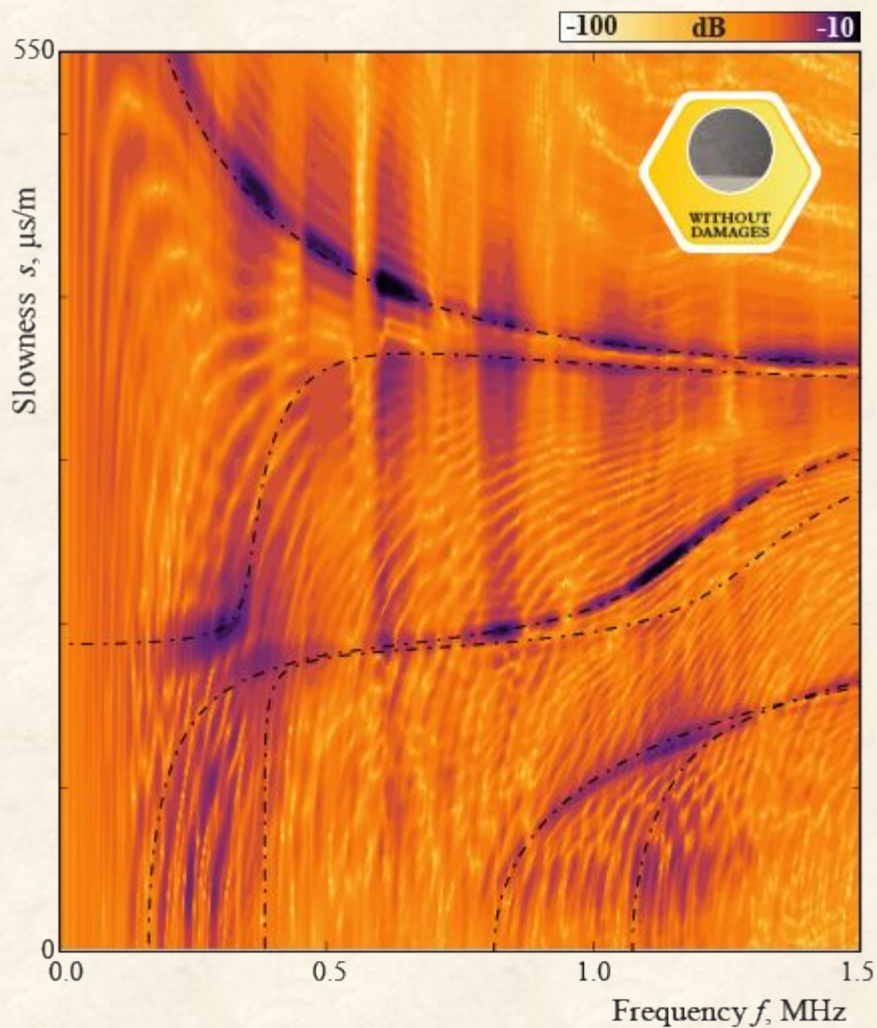
Авторы выражают благодарность профессору Р. Ламмерингу за помощь в проведении экспериментальных работ.



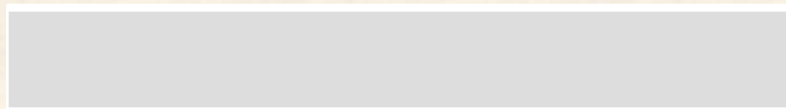
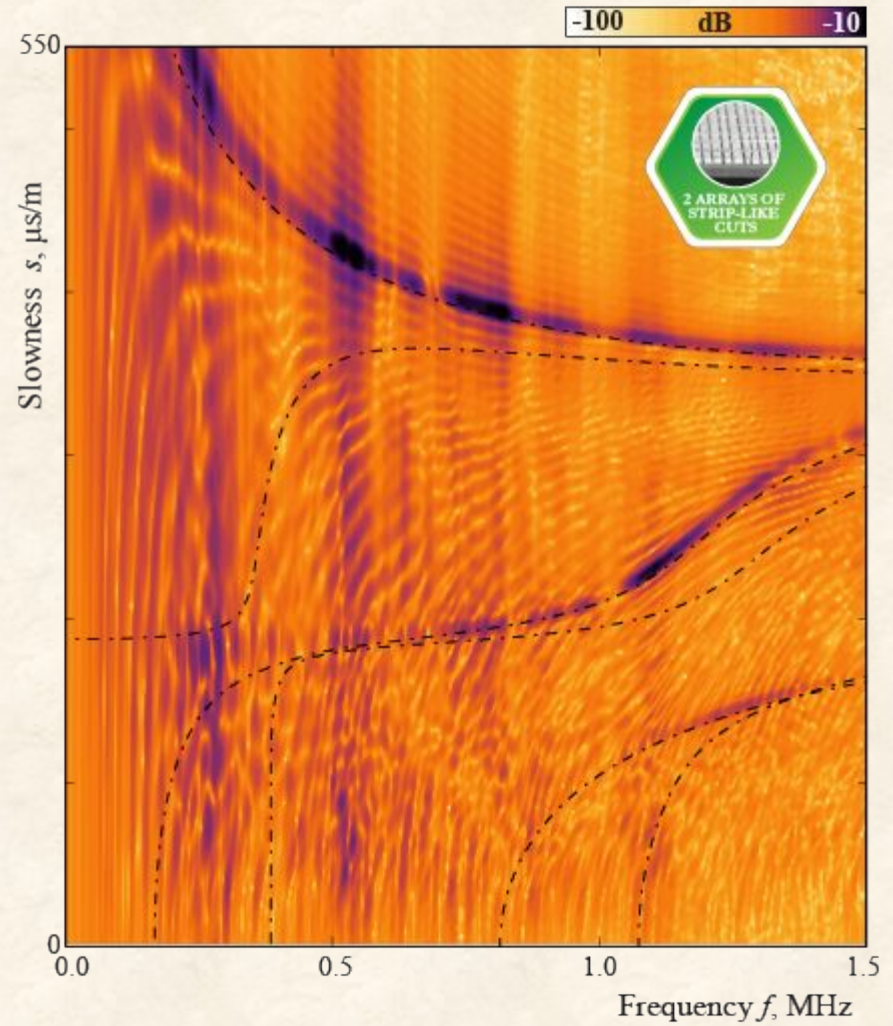
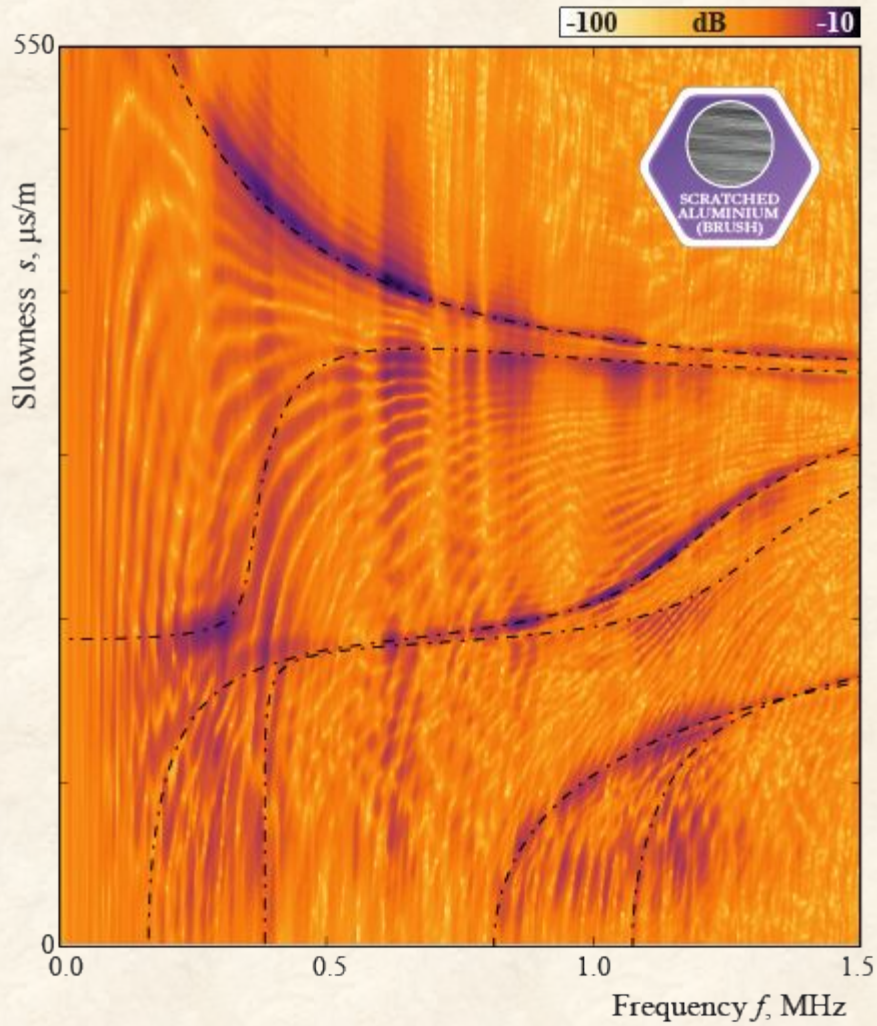
# Экспериментальная верификация



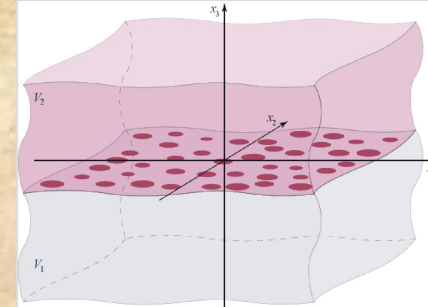
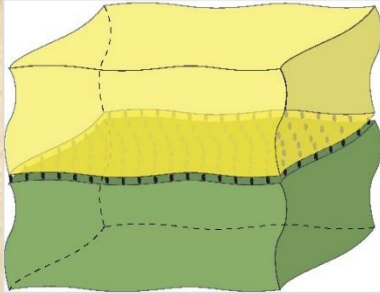
# Экспериментальная верификация



# Экспериментальная верификация



# Определение поврежденности интерфейса



$$T_s(\kappa_s) = \frac{2c_{1s}k_{1s} \cdot \kappa_s}{(c_{1s}k_{1s} + c_{2s}k_{2s}) \cdot \kappa_s + ic_{1s}k_{1s}c_{2s}k_{2s}}$$

$$\tilde{T}_s = T_s \left( 1 - \frac{1}{2} C(\mathbf{p}_s \cdot \overline{\Delta \mathbf{u}_s}) \right)$$

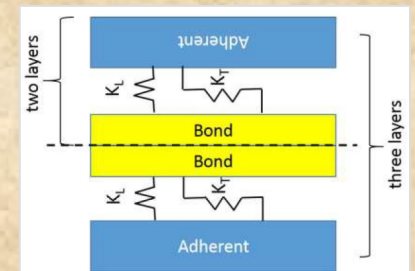
$$\kappa_s = \frac{f_s}{C(\mathbf{p}_s \cdot \overline{\Delta \mathbf{u}_s})}, \quad f_s(E_i, \nu_i, \omega)$$

 $\kappa_N$ 

нормальная жесткость

 $\kappa_T$ 

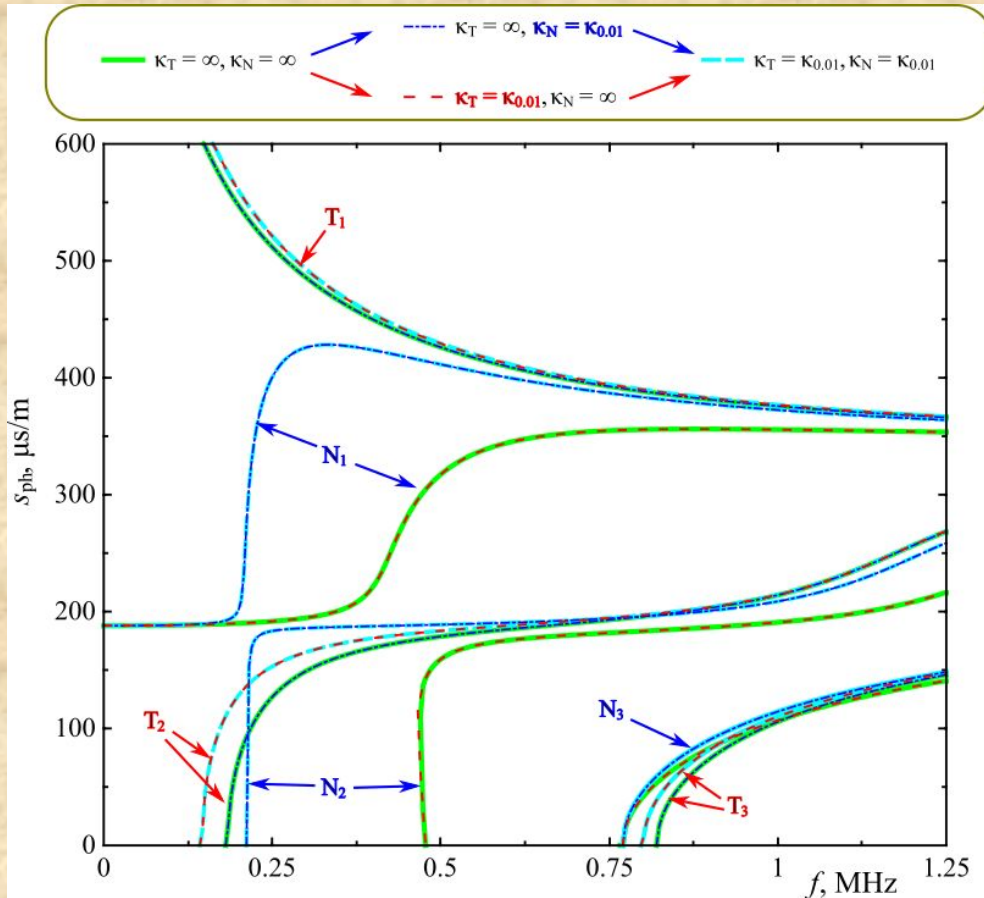
тангенциальная жесткость



M.V. Golub, O.V. Doroshenko, A.E. Boström, Int. J. Solids Struct. (2016)

M.V. Golub, O.V. Doroshenko, Int. J. Solids Struct. (2019)

# Определение поврежденности интерфейса

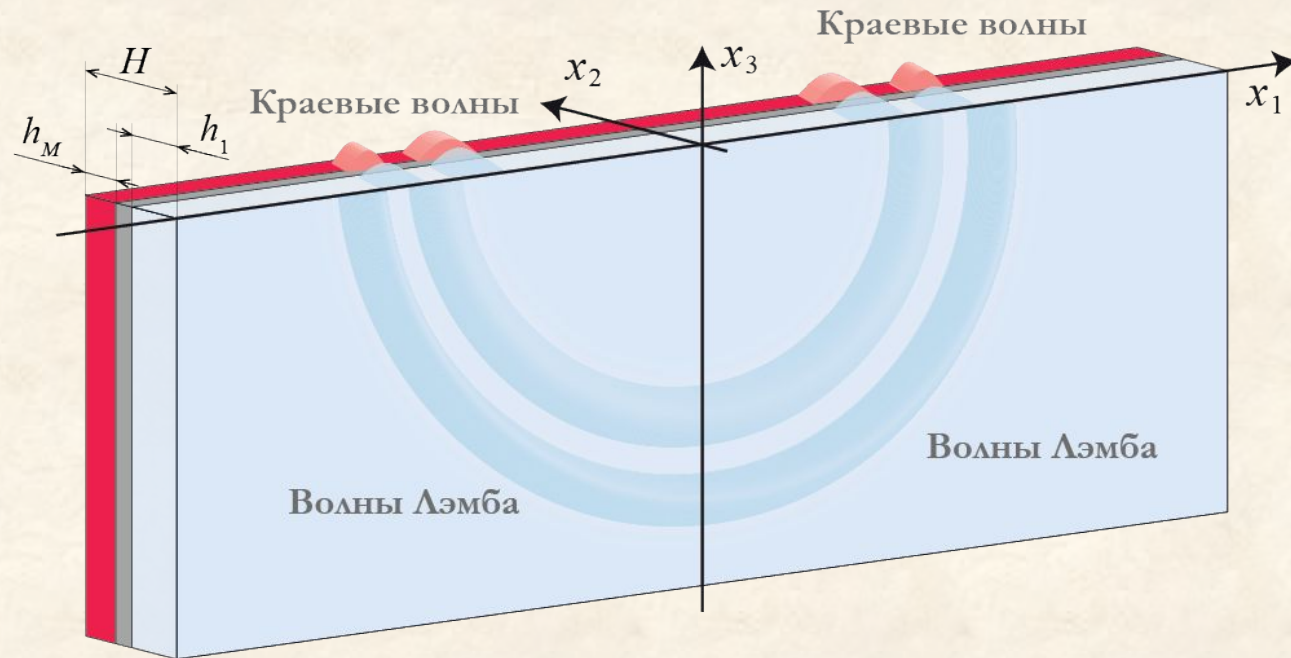
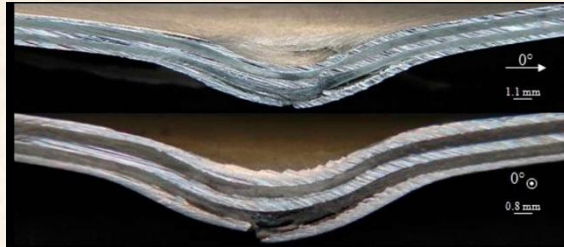
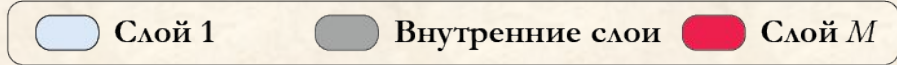


Моды типа  $T_k$  чувствительны к изменению тангенциальной жесткости

Моды типа  $N_k$  чувствительны к изменению нормальной жесткости

Двуслойная модель, клеевая прослойка моделируется граничными условиями пружинного типа

# Краевые волны



Wilde M.V., Golub M.V., Eremin A.A.  
Ultrasonics (2019)

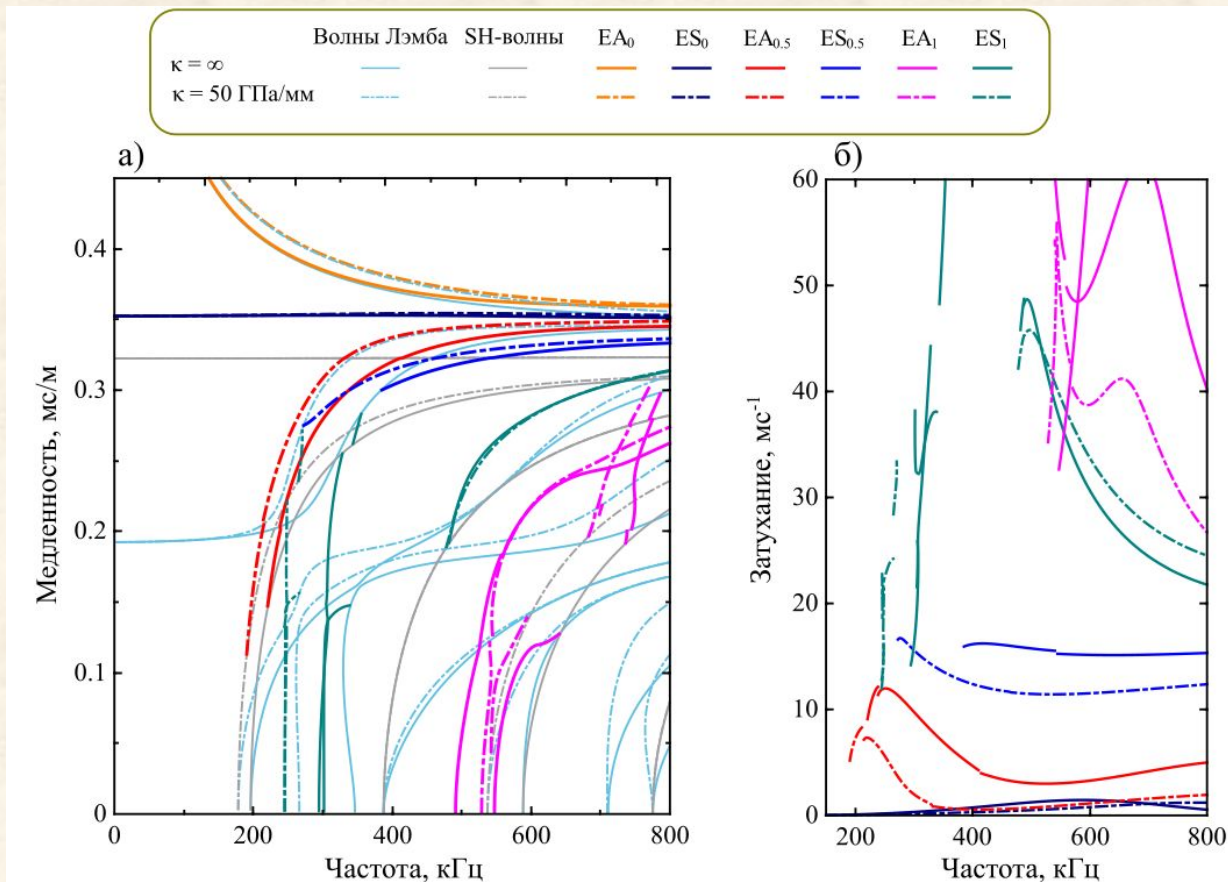
Wilde M.V., Golub M.V., Eremin A.A.  
J. Sound Vib. (2019)

$$\mathbf{u}(x_2, x_3, \omega, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) e^{-i(\omega t - \xi x_1)} dx_1 d\alpha$$

$$\mathbf{U}(x_2, x_3, \omega, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \mathbf{U}_n(x_2) e^{-i\xi_n x_3} + \sum_{n=0}^{\infty} C_n^H \mathbf{U}_n^H(x_2) e^{-i\xi_n^H x_3}$$

# Краевые волны

Медленности краевых волн в полубесконечной двухслойной пластине из стекла и стали с идеальным и ослабленным контактом (ГУ ПТ)



Полюса  $\omega_m(k)$   
соответствуют  
модам краевых волн

$\text{Im}\omega_m(k)$   
затухание  
краевых волн

$ES_0, EA_0$

фундаментальные моды

$ES_n, EA_n$

моды высших порядков

$ES_{0,5}, EA_{0,5}$

дополнительные моды между  $E_0$  и  $E_1$

M.V. Golub, M.V. Wilde,  
A.A. Eremin, O.V. Doroshenko  
Lecture Notes in Civil  
Engineering (2021)

# Заключение

В работе был рассмотрен (теоретически и экспериментально) неидеальный контакт между слоями композита.

Показано, что бегущие волны, распространяющиеся в ламинате с поврежденным интерфейсом, изменяют свои дисперсионные свойства.

Преимущества метода:

- эффективные граничные условия пружинного типа могут быть успешно применены для описания распространения волны через границу раздела сред.
- моделирование, основанное на пружинной модели, предсказывает те же изменения дисперсионных свойств, которые были получены на основе экспериментальных данных.
- краевые волны высокого порядка позволяют выявить ослабление адгезии в окрестности краев пластины, где применение волн Лэмба затруднено.



# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Авторы выражают благодарность Минобрнауки России  
за финансовую поддержку



Авторы выражают благодарность профессорам Е.В. Глушкову и Н.В. Глушковой (Кубанский государственный университет) и профессору Р. Ламмерингу (Университет Гельмута-Шмидта, Гамбург).



HELMUT SCHMIDT  
UNIVERSITÄT

Universität der Bundeswehr Hamburg