

Нахождение площади прямоугольного треугольника методом Монте-Карло

Постановка задачи (этап 1)

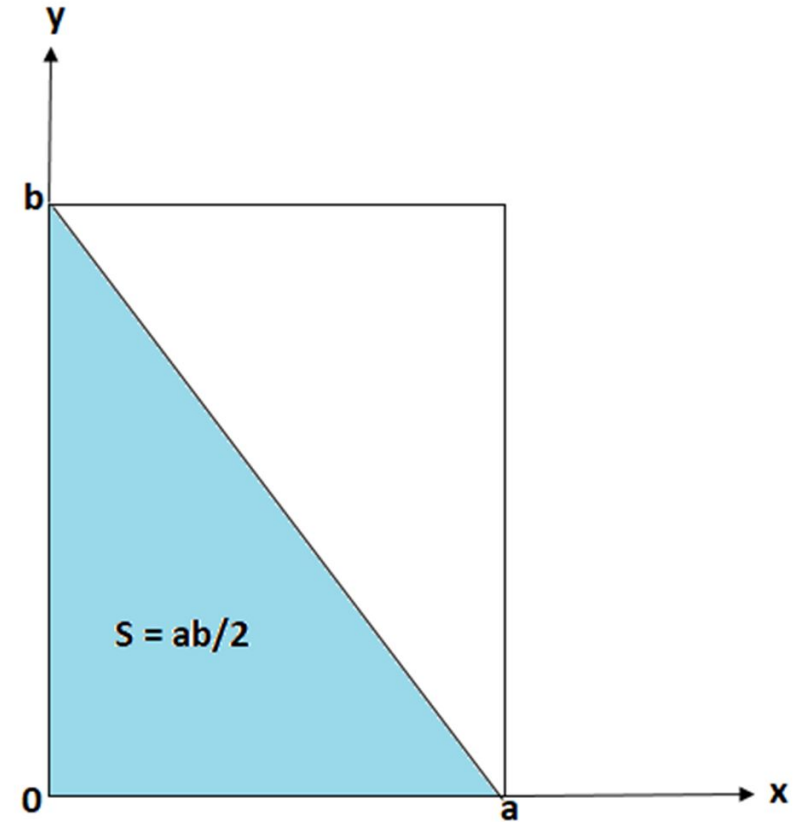
Задача. Методом Монте-Карло вычислить площадь прямоугольного треугольника со сторонами a , b .

Выбор плана создания модели (этап 2)

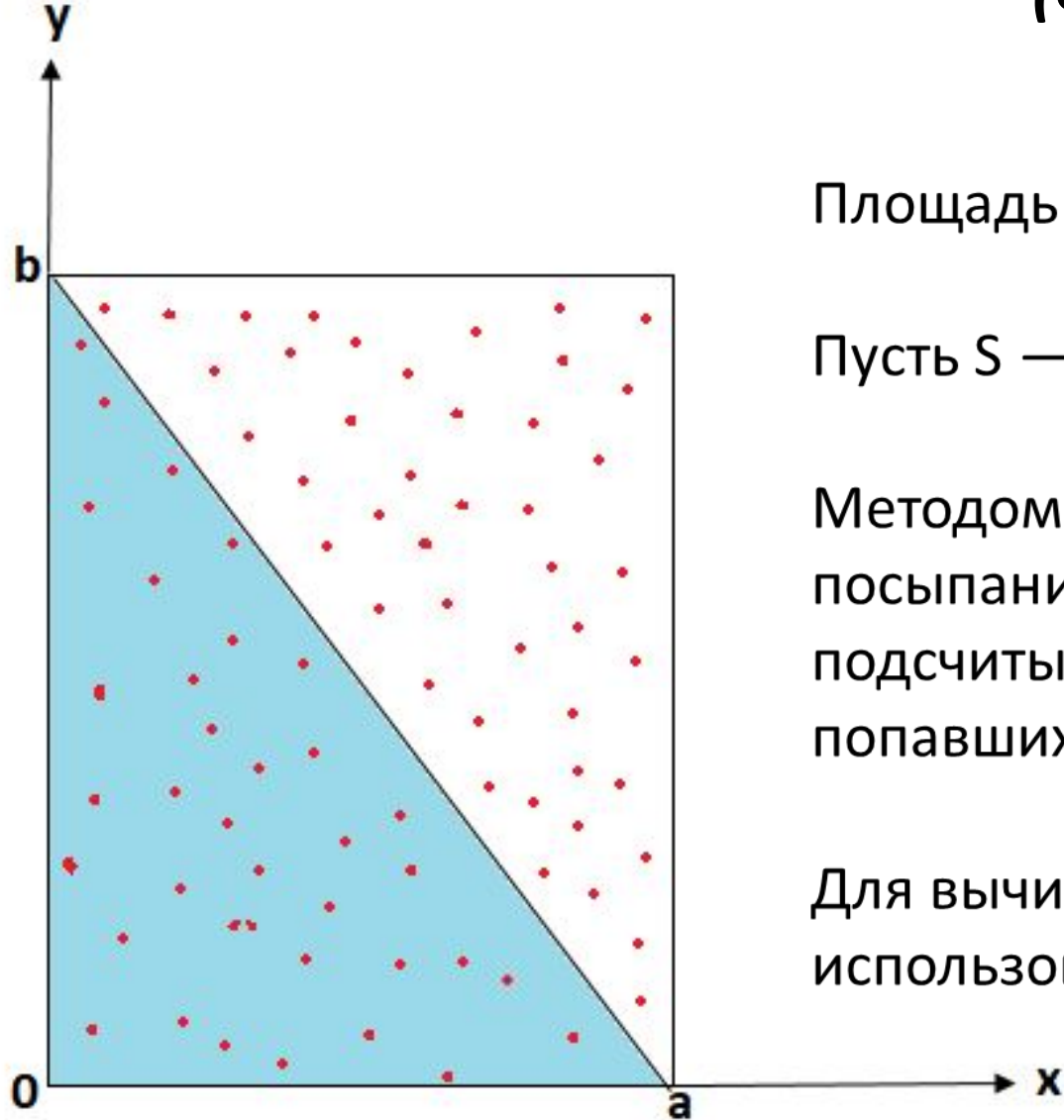
Геометрический метод Монте-Карло позволяет вычислять площади плоских фигур.

Изберем следующий план создания модели:

- 3а) создание документальной математической модели;
- 3б) создание документальной расчетной модели;
- 3в) создание компьютерной расчетной модели.



Создание документальной математической модели (этап 3а)



Площадь базового квадрата $S_0 = a \cdot b$.

Пусть S — искомая площадь треугольника.

Методом Монте-Карло необходимо имитировать процесс посыпания базового квадрата точками-песчинками, подсчитывая общее число n точек и число k точек, попавших в треугольник.

Для вычисления площади треугольника будем использовать основную формулу метода Монте-Карло

$$S = \frac{k}{n} S_0.$$

Создание документальной расчетной модели (этап 3б)

В программе на языке Pascal следует организовать цикл for с числом повторений n и в нем генерировать случайные координаты x и y точек на базовом прямоугольнике.

Для подсчета числа точек, попавших на треугольник, в цикле следует использовать оператор if с условием попадания точки в круг $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$ и при выполнении этого условия оператором $k:=k+1$ организовать накопление значений переменной k, как счетчика. После цикла необходимо организовать вывод результата на экран.

Для генерации координат точек воспользуемся функцией random(). Функция генерирует случайные действительные числа от 0 до 1, а координаты точек-песчинок на базовом прямоугольнике должны принимать значения от $0 \leq x \leq a; 0 \leq y \leq b$.

Тогда координаты точек нужно вычислять, используя выражение $a*\text{random}()$, $b*\text{random}()$.

Создание компьютерной расчетной модели (этап 3в)

Уравнение прямой, проходящей через две точки (x_1, y_1) , (x_2, y_2) :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

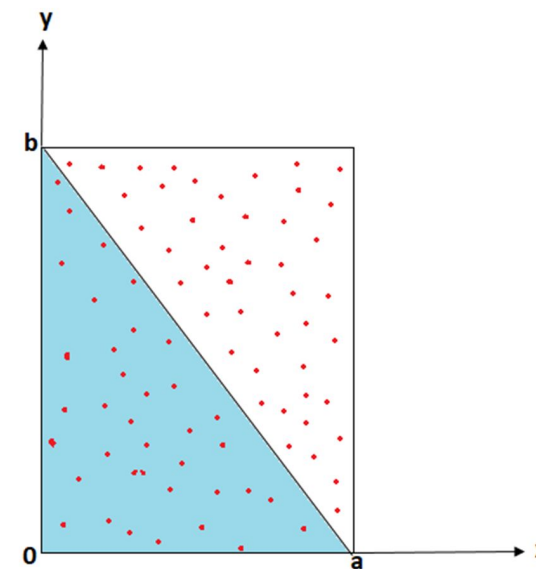
В нашем случае: точки $(0, b)$, $(a, 0)$.

$$y - b = \frac{0 - b}{a - 0} (x - 0);$$

$$y - b = \frac{-b}{a} \cdot x;$$

$$x = \frac{y - b}{-\frac{b}{a}}$$

Будем считать, что выбранная случайным образом точка попала внутрь треугольника, если: $x \leq (y - b) / (-b/a)$.



Проверка адекватности модели (этап 4)

Адекватность модели проверяется сравнением полученного значения числа с точным.

Каждый новый запуск программы меняет рассчитанное значение, так как каждый раз используется новый набор из 1000 точек-песчинок с другими случайными координатами.

•mmk.pas

```
var a,b,x,y,s,s0:real;
    i,n,k:integer;

begin
    n:=10000000;
    k:=0;
    a:=6;
    b:=5;
    s0:=a*b;
    for i:=1 to n do
    begin
        x:=a*random();
        y:=b*random();
        if x<=(y-b)/(-b/a) then k:=k+1;
    end;
    s:=s0*k/n;
    writeln('Площадь треугольника - ',s);
    writeln('Точно площадь треугольника - ',a*b/2);
end.
```

Окно вывода

Площадь треугольника - 14.99898
Точно площадь треугольника - 15

•mmk.pas*

```
var a,b,x,y,s,s0:real;
    i,n,k:integer;

begin
    n:=10000000;
    k:=0;
    a:=10;
    b:=12;
    s0:=a*b;
    for i:=1 to n do
    begin
        x:=a*random();
        y:=b*random();
        if x<=(y-b)/(-b/a) then k:=k+1;
    end;
    s:=s0*k/n;
    writeln('Площадь треугольника - ',s);
    writeln('Точно площадь треугольника - ',a*b/2);
end.
```

Окно вывода

Площадь треугольника - 59.995872
Точно площадь треугольника - 60

•mmk.pas*

```
var a,b,x,y,s,s0:real;
    i,n,k:integer;

begin
    n:=10000000;
    k:=0;
    a:=21;
    b:=17;
    s0:=a*b;
    for i:=1 to n do
    begin
        x:=a*random();
        y:=b*random();
        if x<=(y-b)/(-b/a) then k:=k+1;
    end;
    s:=s0*k/n;
    writeln('Площадь треугольника - ',s);
    writeln('Точно площадь треугольника - ',a*b/2);
end.
```

<

Окно вывода

Площадь треугольника - 178.4632647
Точно площадь треугольника - 178.5

•mmk.pas*

```
var a,b,x,y,s,s0:real;
    i,n,k:integer;

begin
    n:=10000000;
    k:=0;
    a:=11;
    b:=7;
    s0:=a*b;
    for i:=1 to n do
    begin
        x:=a*random();
        y:=b*random();
        if x<=(y-b)/(-b/a) then k:=k+1;
    end;
    s:=s0*k/n;
    writeln('Площадь треугольника - ',s);
    writeln('Точно площадь треугольника - ',a*b/2);
end.
```

<

Окно вывода

Площадь треугольника - 38.5076692
Точно площадь треугольника - 38.5

***Считаем гипотезу доказанной.
Пока она не опровергнута!***

Формула:

$$S = \frac{k}{n} S_0$$

работает!

***Конечно, для чистоты эксперимента
вычисление надо повторять несколько
раз и брать среднее арифметическое.***

***Следовательно, нужно добавлять
внешний цикл.***