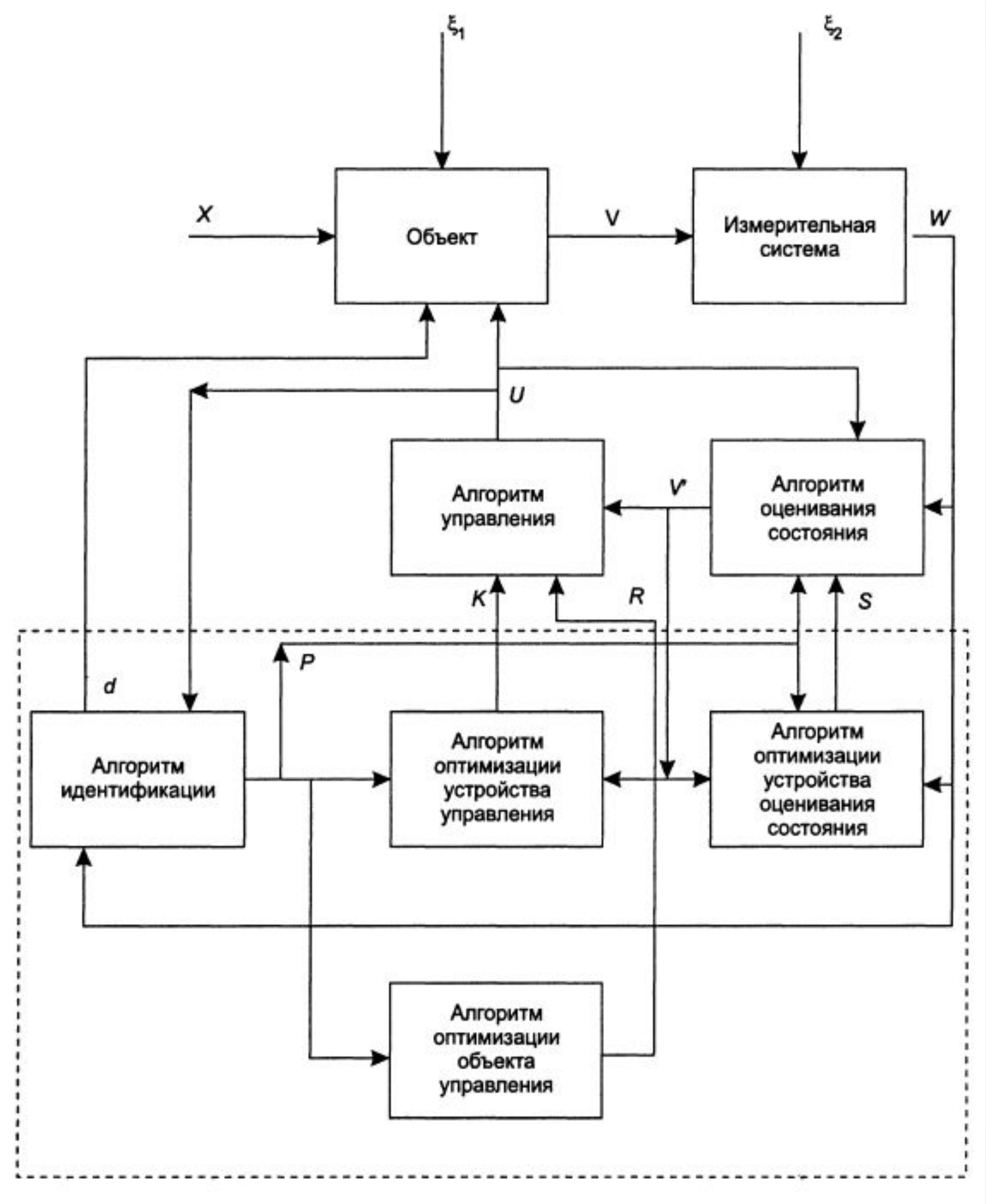
Система управления сложным объектом



Идентификация объектов управления

$$V = F(X, U)$$

$$F^{*}\ F\ \xi$$

$$F = \langle S, P \rangle$$

Идентификация в широком смысле

Идентификация в узком смысле, или задача *параметрической идентификации*

Задачи сглаживания

$$\dot{z} = f(t,z), z(t_0) = x, t_0 \le t \le T$$

$$z = (z_1, \ldots z_y)$$

$$y = (y_1, \ldots, y_s), y(t) = H(t)z(t)$$

$$H(t) \quad (s \times r)$$

$$z(t) \quad z(t,x) \quad t_j$$

$$J(x) = 0{,}5 \sum_{j=1}^{N} \psi \left\| H(t_j) z(t_j, x) - y(t_j) \right\|^2 \to \min_x$$

$$t_j \; y(t_j)$$

1.3. Примеры задач параметрической оптимизации в теории управления

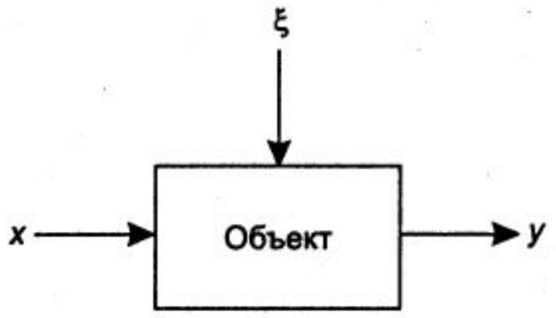


Рис. 1.8. Объект параметрической оптимизации

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$$
$$\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$$
$$y = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$$

оператор объекта оптимизации

$$y = \varphi(x, \xi)$$

Задача параметрической оптимизации

$$y_i(x, \xi) \to \min_x,\ i \in [1:k],\ x \in D \subset R^n$$

$$D = \{x \in R^n \mid g_i(x, \xi) \le 0, i \in [1:m], g_j(x, \xi) = 0,\ j \in [m+1:S]\}$$

$$\{y_1, \dots, y_k\}$$

$$g_i, i \in \{1:S\}$$

Допустимое множество D : три группы содержательно различных ограничений

Прямые или *аргументные* ограничения

$$a_i \le x_i \le b_i;\ a_i, b_i \in R^1 \quad (1.3)$$

$$a_i(x_j) \le x_i \le b_i(x_j);\ i \ne j \quad (1.4)$$

Функциональные ограничения

$$y_i \le t_i;\ t_i \in R^1; i \in [1:L] \quad (1.5)$$

Критериальные ограничения

$$y_l \le t_l;\ t_l \in R^1; l \in [1:K] \quad (1.6)$$

2.1. Канонические задачи

$$J(x) \to \min_{x}, x \in R^n \qquad (2.1)$$

2.2. Многокритериальные задачи

$$f_i(x) \to \min_x, x \in D; i \in [1:k] \qquad (2.2)$$

$$D = \{x \in R^n \mid g_i(x) \le 0, i \in [1:m]; g_i(x) = 0, i \in [m+1:S];$$
$$a_j \le x_j \le b_j;\ j \in [1:q]\}$$

$$\varphi(x) \quad f_i \quad f(x) = -\varphi(x) \quad p(x) \ge 0$$

$$\varphi(x) \quad p(x) \ge 0 \quad g(x) \le 0 \quad g(x) = -p(x)$$

$$x_1^*, \dots, x_n^*$$

Линейная свертка

$$J(x) \to \sum_{i=1}^{k} \alpha_i f_i(x) \to \min_{x \in D}, \alpha_i > 0, \quad \sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 1 \qquad (2.3)$$

$\alpha_i \quad f_i \quad J(x)$

$$\frac{\partial J}{\partial f_i} = \alpha_i, i \in [1:k]$$

Мультипликативные критерии

$$f_i > 0$$

$$J(x) = \prod_{i=1}^{k} f_i^{\alpha_i}(x) \to \min_{x \in D}$$

$$J,\ f_1, \ldots f_k$$

$$\ln J(x) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \ln f_i(x)$$

Минимаксные целевые функционалы

$$t_1, \ldots, t_k$$

$$f_i(x) \le t_i \qquad (2.5)$$

$$J(x) = \min_i \alpha_i (t_i - f_i(x)) \to \max_{x \in D} \qquad (2.6)$$

$$J(x) = \max_i \alpha_i (f_i(x) - t_i) \to \min_{x \in D} \qquad (2.7)$$

$$t_i = \min_{x \in D} f_i(x)$$

$$f_i(x) \to \min_{x \in D}$$

Лекция 2

Математические модели теории параметрической оптимизации

2.1. Канонические задачи

$$J(x) \to \min_{x},\, x \in R^n \qquad (2.1)$$

2.2. Многокритериальные задачи

$$f_i(x) \to \min_x, x \in D; i \in [1:k] \qquad (2.2)$$

$$D = \{x \in R^n \mid g_i(x) \le 0, i \in [1:m]; g_i(x) = 0, i \in [m+1:S];$$
$$a_j \le x_j \le b_j;\ j \in [1:q]\}$$

$\varphi(x) \quad f_i \quad f(x) = -\varphi(x) \quad p(x) \ge 0$

$\varphi(x) \quad p(x) \ge 0 \quad g(x) \le 0 \quad g(x) = -p(x)$

$x_1^*, \ldots, x_n^*$

Линейная свертка

$$J(x) \to \sum_{i=1}^{k} \alpha_i f_i(x) \to \min_{x \in D}, \alpha_i > 0, \quad \sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 1 \qquad (2.3)$$

$\alpha_i \quad f_i \quad J(x)$

$$\frac{\partial J}{\partial f_i} = \alpha_i, i \in [1:k]$$

Мультипликативные критерии

$$f_i > 0$$

$$J(x) = \prod_{i=1}^{k} f_i^{\alpha_i}(x) \to \min_{x \in D}$$

$$J,\ f_1, \ldots f_k$$

$$\ln J(x) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \ln f_i(x)$$

Минимаксные целевые функционалы

$$t_1,\ldots,t_k$$

$$f_i(x) \le t_i \qquad (2.5)$$

$$J(x) = \min_i \alpha_i (t_i - f_i(x)) \to \max_{x \in D} \qquad (2.6)$$

$$J(x) = \max_i \alpha_i (f_i(x) - t_i) \to \min_{x \in D} \qquad (2.7)$$

$$t_i = \min_{x \in D} f_i(x)$$

$$f_i(x) \to \min_{x \in D}$$