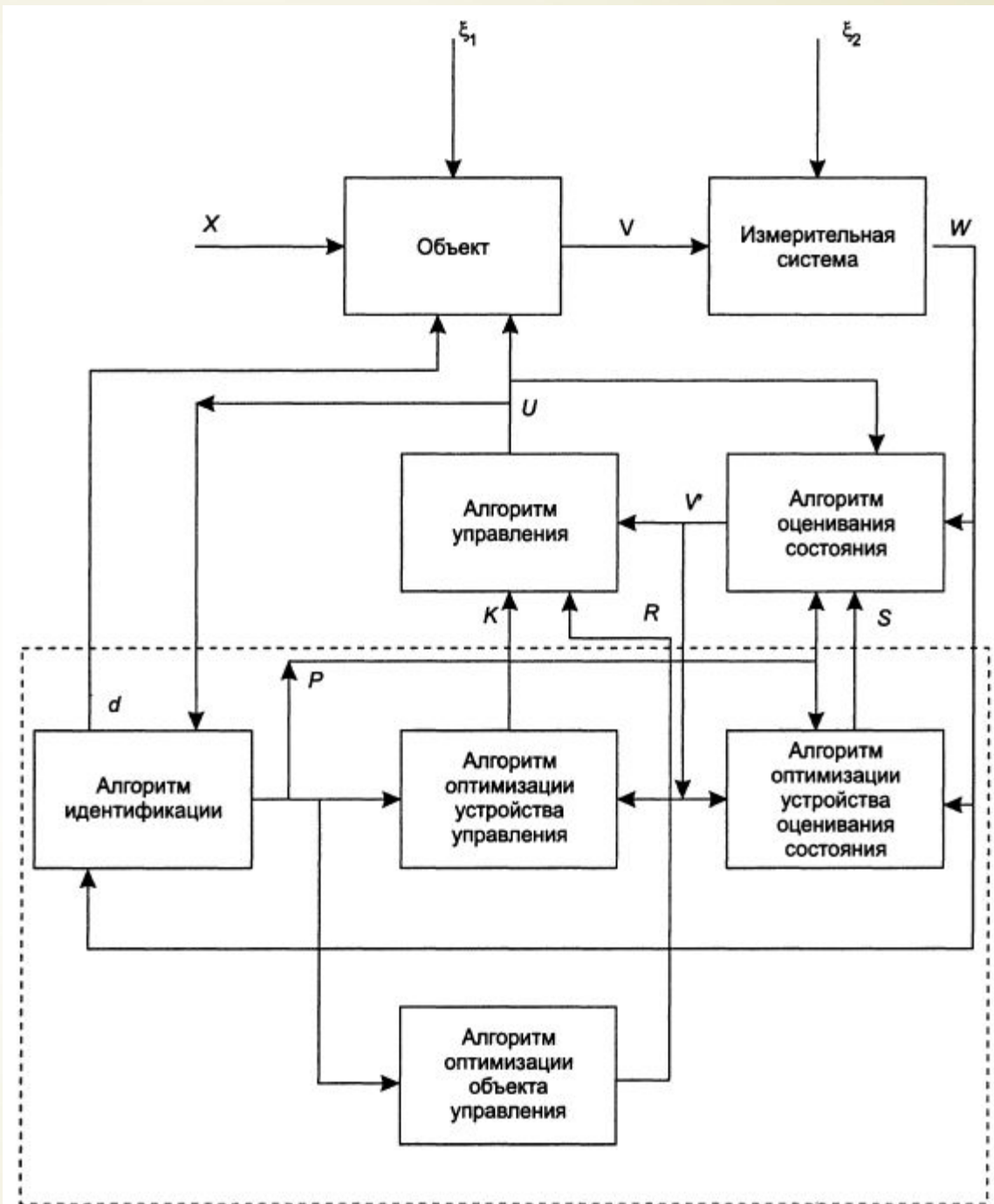


# Система управления сложным объектом



# Идентификация объектов управления

$$V = F(X, U)$$

$$F^* F \xi$$

$$F = \langle S, P \rangle$$

*Идентификация в широком смысле*

*Идентификация в узком смысле, или задача параметрической идентификации*

## Задачи сглаживания

$$\dot{z} = f(t, z), z(t_0) = x, t_0 \leq t \leq T$$

$$z = (z_1, \dots, z_y)$$

$$y = (y_1, \dots, y_s), y(t) = H(t)z(t)$$

$$H(t) \quad (s \times r)$$

$$z(t) \quad z(t, x) \quad t_j$$

$$J(x) = 0,5 \sum_{j=1}^N \psi \left\| H(t_j)z(t_j, x) - y(t_j) \right\|^2 \rightarrow \min_x$$

$$t_j \quad y(t_j)$$

### 1.3. Примеры задач параметрической оптимизации в теории управления

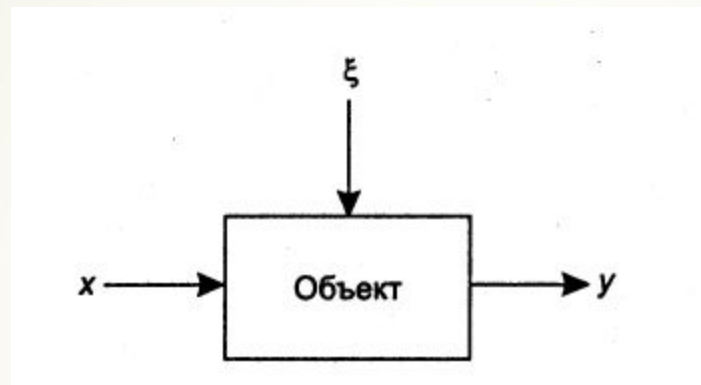


Рис. 1.8. Объект параметрической оптимизации

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$$

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$$

*оператор объекта оптимизации*

$$y = \varphi(x, \xi)$$

Задача параметрической оптимизации

$$y_i(x, \xi) \rightarrow \min_x, i \in [1:k], x \in D \subset R^n$$

$$D = \{x \in R^n \mid g_i(x, \xi) \leq 0, i \in [1:m], g_j(x, \xi) = 0, j \in [m+1:S]\}$$

$$\{y_1, \dots, y_k\}$$

$$g_i, i \in \{1:S\}$$

Допустимое множество D : три группы содержательно различных ограничений

*Прямые или аргументные ограничения*

$$a_i \leq x_i \leq b_i; a_i, b_i \in R^1 \quad (1.3)$$

$$a_i(x_j) \leq x_i \leq b_i(x_j); i \neq j \quad (1.4)$$

*Функциональные ограничения*

$$y_i \leq t_i; t_i \in R^1; i \in [1:L] \quad (1.5)$$

*Критериальные ограничения*

$$y_l \leq t_l; t_l \in R^1; l \in [1:K] \quad (1.6)$$

## 2.1. Канонические задачи

$$J(x) \rightarrow \min_x, x \in R^n \quad (2.1)$$

## 2.2. Многокритериальные задачи

$$f_i(x) \rightarrow \min_x, x \in D; i \in [1:k] \quad (2.2)$$

$$D = \{x \in R^n \mid g_i(x) \leq 0, i \in [1:m]; g_i(x) = 0, i \in [m+1:S]; \\ a_j \leq x_j \leq b_j; j \in [1:q]\}$$

$$\varphi(x) \quad f_i \quad f(x) = -\varphi(x) \quad p(x) \geq 0$$

$$\varphi(x) \quad p(x) \geq 0 \quad g(x) \leq 0 \quad g(x) = -p(x)$$

$$x_1^*, \dots, x_n^*$$



## Линейная свертка

$$J(x) \rightarrow \sum_{i=1}^k \alpha_i f_i(x) \rightarrow \min_{x \in D}, \alpha_i > 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \quad (2.3)$$

$$\alpha_i \quad f_i \quad J(x)$$

$$\frac{\partial J}{\partial f_i} = \alpha_i, i \in [1:k]$$

## Мультипликативные критерии

$$f_i > 0$$

$$J(x) = \prod_{i=1}^k f_i^{\alpha_i}(x) \rightarrow \min_{x \in D}$$

$$J, f_1, \dots, f_k$$

$$\ln J(x) = \sum_{i=1}^k \alpha_i \ln f_i(x)$$

## Минимаксные целевые функционалы

$$t_1, \dots, t_k$$

$$f_i(x) \leq t_i \quad (2.5)$$

$$J(x) = \min_i \alpha_i (t_i - f_i(x)) \rightarrow \max_{x \in D} \quad (2.6)$$

$$J(x) = \max_i \alpha_i (f_i(x) - t_i) \rightarrow \min_{x \in D} \quad (2.7)$$

$$t_i = \min_{x \in D} f_i(x)$$

$$f_i(x) \rightarrow \min_{x \in D}$$



# Лекция 2

Математические модели теории  
параметрической оптимизации

## 2.1. Канонические задачи

$$J(x) \rightarrow \min_x, x \in R^n \quad (2.1)$$

## 2.2. Многокритериальные задачи

$$f_i(x) \rightarrow \min_x, x \in D; i \in [1:k] \quad (2.2)$$

$$D = \{x \in R^n \mid g_i(x) \leq 0, i \in [1:m]; g_i(x) = 0, i \in [m+1:S]; \\ a_j \leq x_j \leq b_j; j \in [1:q]\}$$

$$\varphi(x) \quad f_i \quad f(x) = -\varphi(x) \quad p(x) \geq 0$$

$$\varphi(x) \quad p(x) \geq 0 \quad g(x) \leq 0 \quad g(x) = -p(x)$$

$$x_1^*, \dots, x_n^*$$

## Линейная свертка

$$J(x) \rightarrow \sum_{i=1}^k \alpha_i f_i(x) \rightarrow \min_{x \in D}, \alpha_i > 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \quad (2.3)$$

$$\alpha_i \quad f_i \quad J(x)$$

$$\frac{\partial J}{\partial f_i} = \alpha_i, i \in [1:k]$$

## Мультипликативные критерии

$$f_i > 0$$

$$J(x) = \prod_{i=1}^k f_i^{\alpha_i}(x) \rightarrow \min_{x \in D}$$

$$J, f_1, \dots, f_k$$

$$\ln J(x) = \sum_{i=1}^k \alpha_i \ln f_i(x)$$



## Минимаксные целевые функционалы

$$t_1, \dots, t_k$$

$$f_i(x) \leq t_i \quad (2.5)$$

$$J(x) = \min_i \alpha_i (t_i - f_i(x)) \rightarrow \max_{x \in D} \quad (2.6)$$

$$J(x) = \max_i \alpha_i (f_i(x) - t_i) \rightarrow \min_{x \in D} \quad (2.7)$$

$$t_i = \min_{x \in D} f_i(x)$$

$$f_i(x) \rightarrow \min_{x \in D}$$