

Свойства пределов

Если существуют $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, то

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) / g(x) = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} \quad (\text{при } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0).$$

Замечательные пределы, эквивалентные функции

Первый замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$

Бесконечно малые в точке x_0 функции $f(x)$ и $g(x)$

называются эквивалентными, если $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1.$

Обозначают: $f(x) \sim g(x).$

При вычислении пределов функцию можно заменять на эквивалентную (если эта функция является множителем, а не слагаемым).

Примеры эквивалентных функций (в точке $x_0 = 0$)

$$\sin x : x$$

$$e^x - 1 : x$$

$$\operatorname{tg} x : x$$

$$a^x - 1 : x \times \ln a$$

$$1 - \cos x : \frac{x^2}{2}$$

$$\ln(1 + x) : x$$

$$\arcsin x : x$$

$$\log_a(1 + x) : \frac{x}{\ln a}$$

$$\operatorname{arctg} x : x$$

$$(1 + x)^k - 1 : k \times x$$

Второй замечательный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$$

Свойства пределов

Если существуют $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, то

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} \quad (\text{при } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0).$$

Свойства пределов

Если существуют $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, то

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} \quad (\text{при } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0).$$

Исследование функции

проводится по следующей схеме

1. Область определения функции $D(f)$.

Множество значений функции $E(f)$.

2. Четность, нечетность, периодичность

$f(x)$ – четная $\Leftrightarrow \forall x, (-x) \in D(f) \quad f(-x) = f(x)$

(график симметричен относительно оси Oy)

$f(x)$ – нечетная $\Leftrightarrow \forall x, (-x) \in D(f) \quad f(-x) = -f(x)$

(график симметричен относительно начала координат)

Если ни одно условие не выполняется, то

$f(x)$ – функция общего вида.

$f(x)$ – периодическая с периодом $T \Leftrightarrow$

$$\forall x, (x-T), (x+T) \in D(f) \quad f(x) = f(x-T) = f(x+T)$$

(определяется только для тригонометрических функций)

3. Точки пересечения графика с осями координат

Пересечение с Oy существует, если $x = 0 \in D(f)$, точка пересечения $(0, f(0))$

(график пересекает Oy не более чем в одной точке).

Пересечение с Ox определяется в результате решения уравнения: $f(x) = 0$.

Свойства пределов

Если существуют $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, то

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) / g(x) = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} \quad (\text{при } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0).$$

Свойства пределов

Если существуют $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, то

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) / g(x) = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} \text{ (при } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0 \text{)}.$$

Свойства пределов

Если существуют $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, то

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} \quad (\text{при } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0).$$

Свойства пределов

Если существуют $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, то

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} \quad (\text{при } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0).$$

Свойства пределов

Если существуют $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, то

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} \quad (\text{при } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0).$$