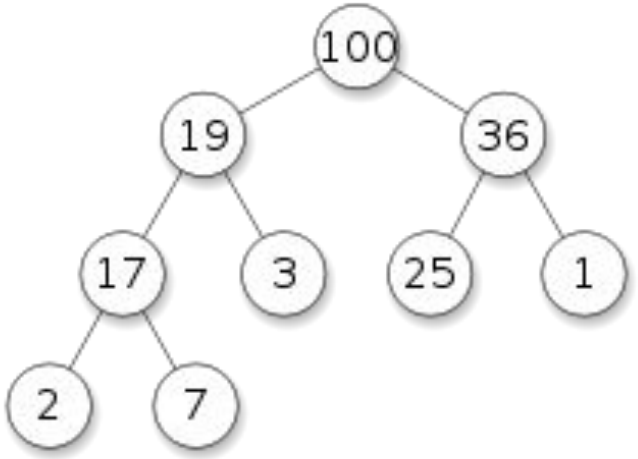
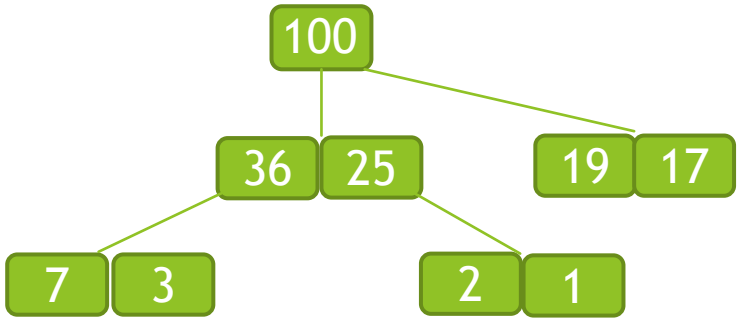
Вступление

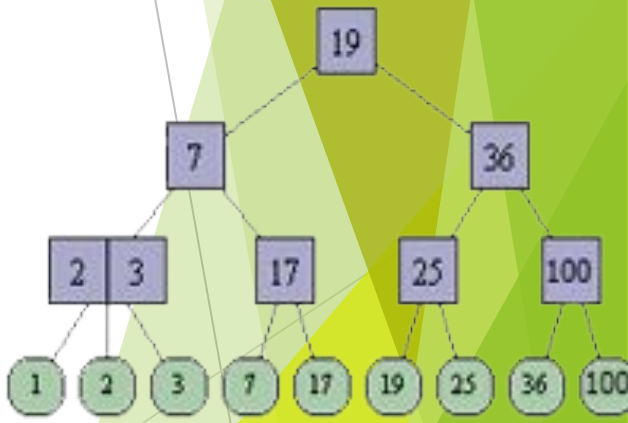
2-3 куча это массив 2-3 деревьев, обладающих свойствами куч(родитель больше(меньше) всех своих детей).
2-3 дерево это сбалансированное дерево, родительский узел которого может иметь как два, так и три сына.
2-3 кучи применяются для реализации очередей с приоритетом и являются оптимизацией Фибоначчиевых куч
Применяются для оптимизации алгоритмов на графах, работы с очередями,моделирования



Куча на примере бинарной

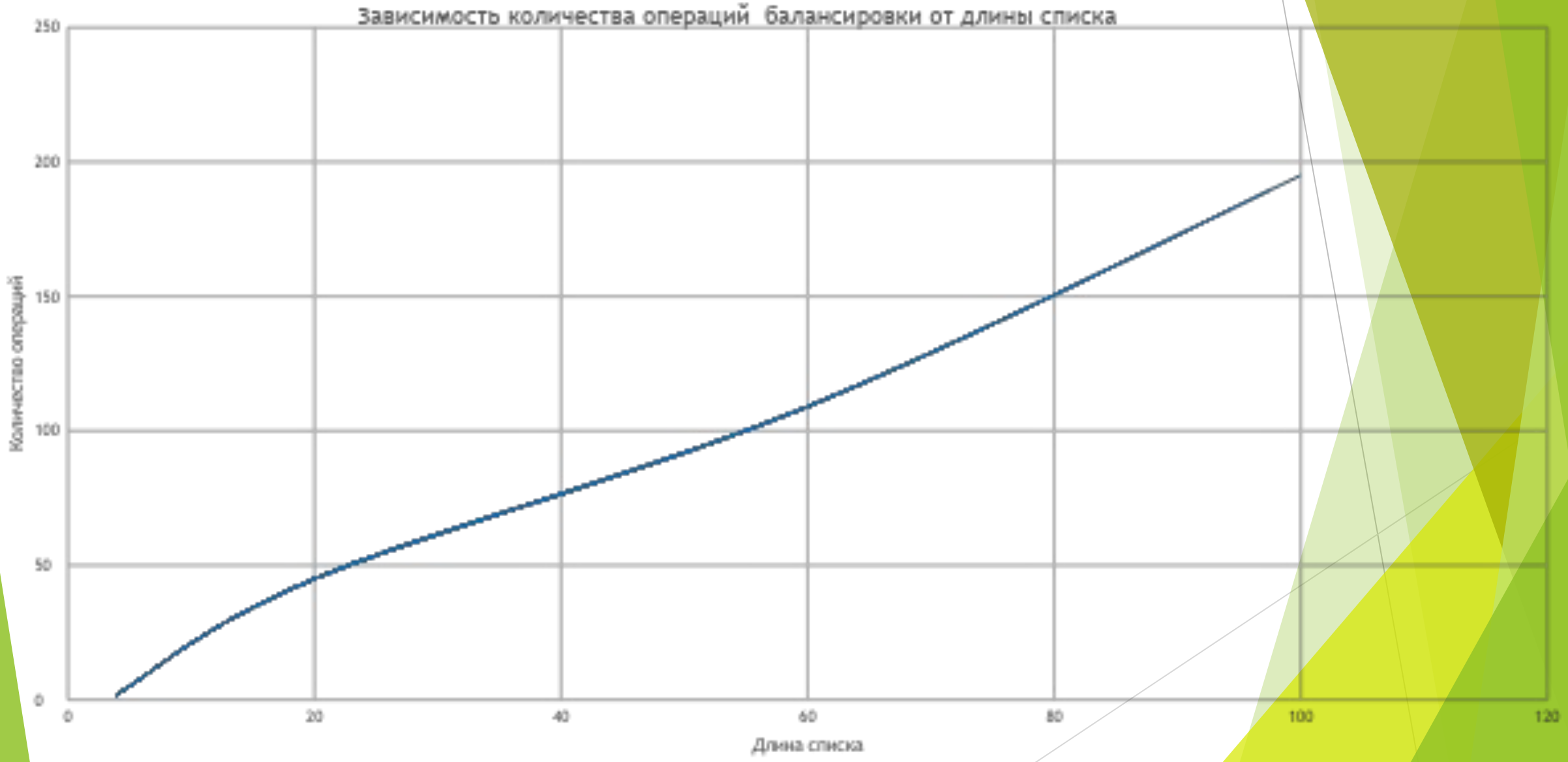


Одно из деревьев 2-3 кучи



2-3 дерево

Проблема Фибоначчиевых куч

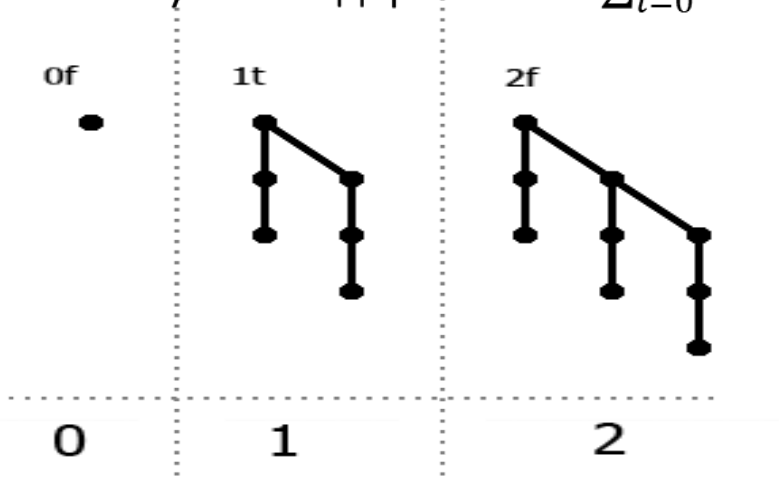


Структура 2-3 кучи

Степень дерева – высота корневого узла
Насыщенность дерева – возможность добавлять в дерево вершины без увеличения его степени
Деревья бывают насыщенные(t) и ненасыщенные(f)
В куче хранится массив деревьев по следующему принципу:

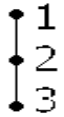
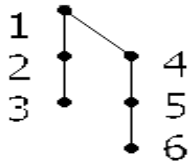
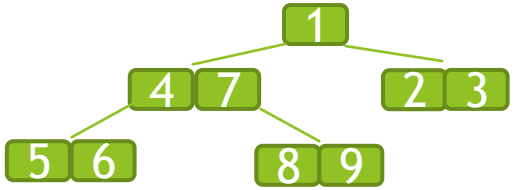
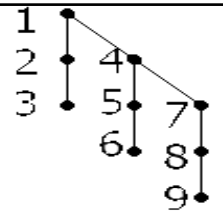
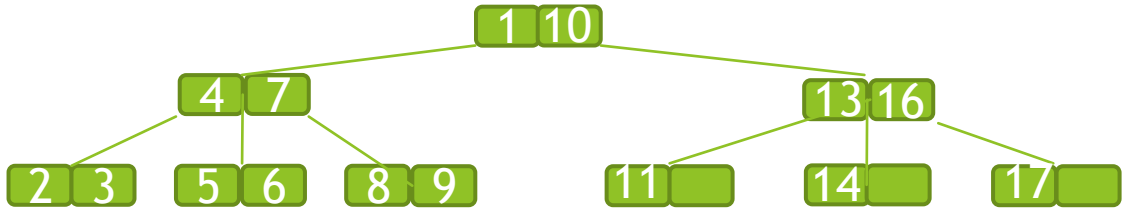
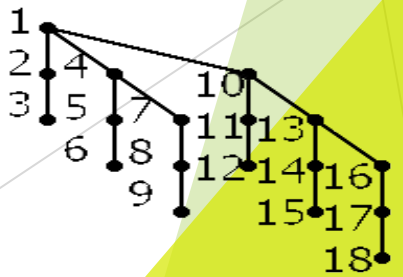
В i-ой ячейке дерева располагается только дерево степени i

Количество элементов в ненасыщенном дереве = 3^n
Количество элементов в насыщенном дереве = $2*3^n$
Максимальное количество элементов в куче из n деревьев = $\sum_{i=0}^{n} 2 * 3^i$



Куча из 16 элементов

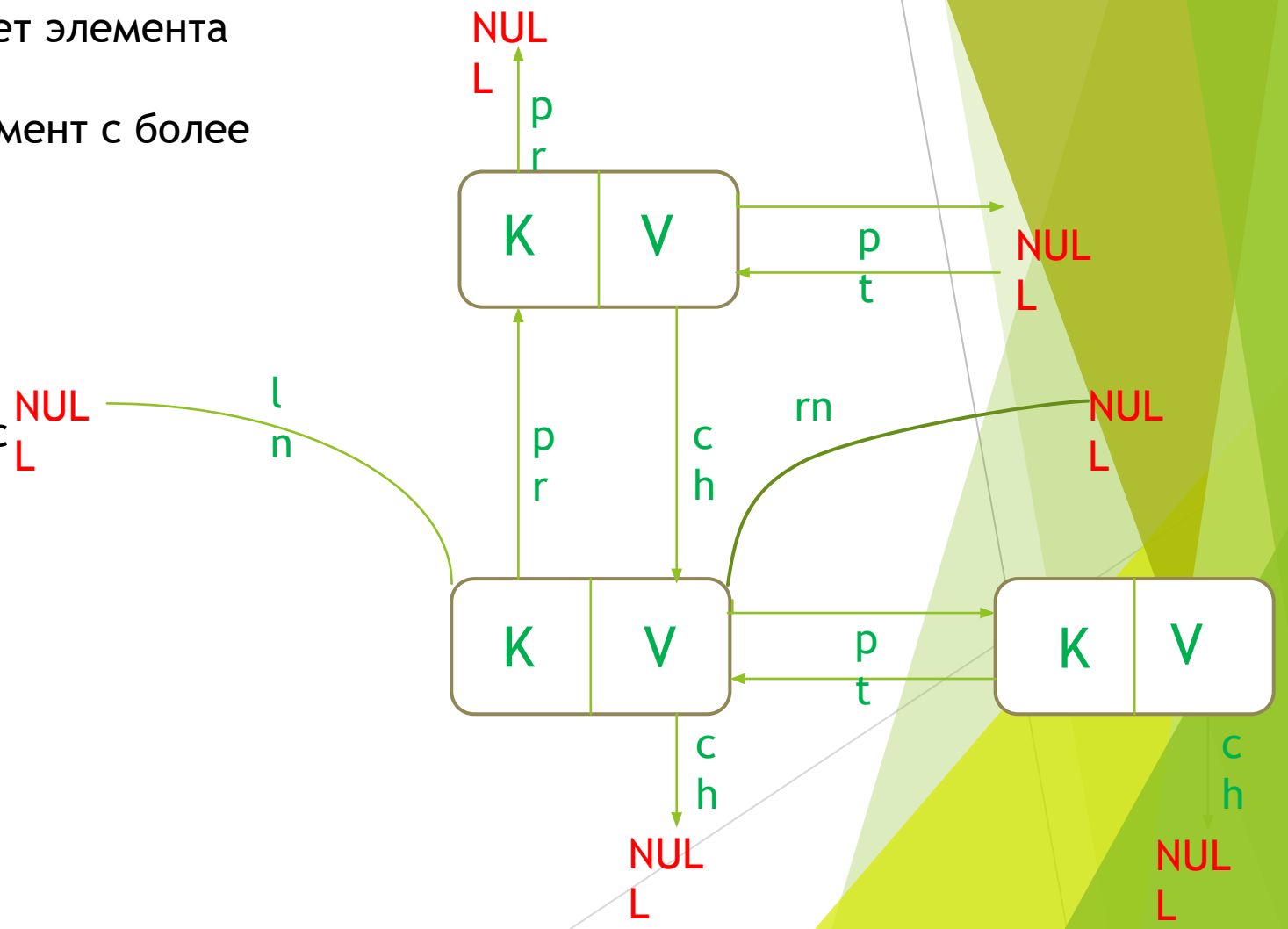
Примеры деревьев

Тип	Внешний вид 2-3 дерева	Общий внешний вид
0f		
0t		
1f		
1t		
2f		
2t		

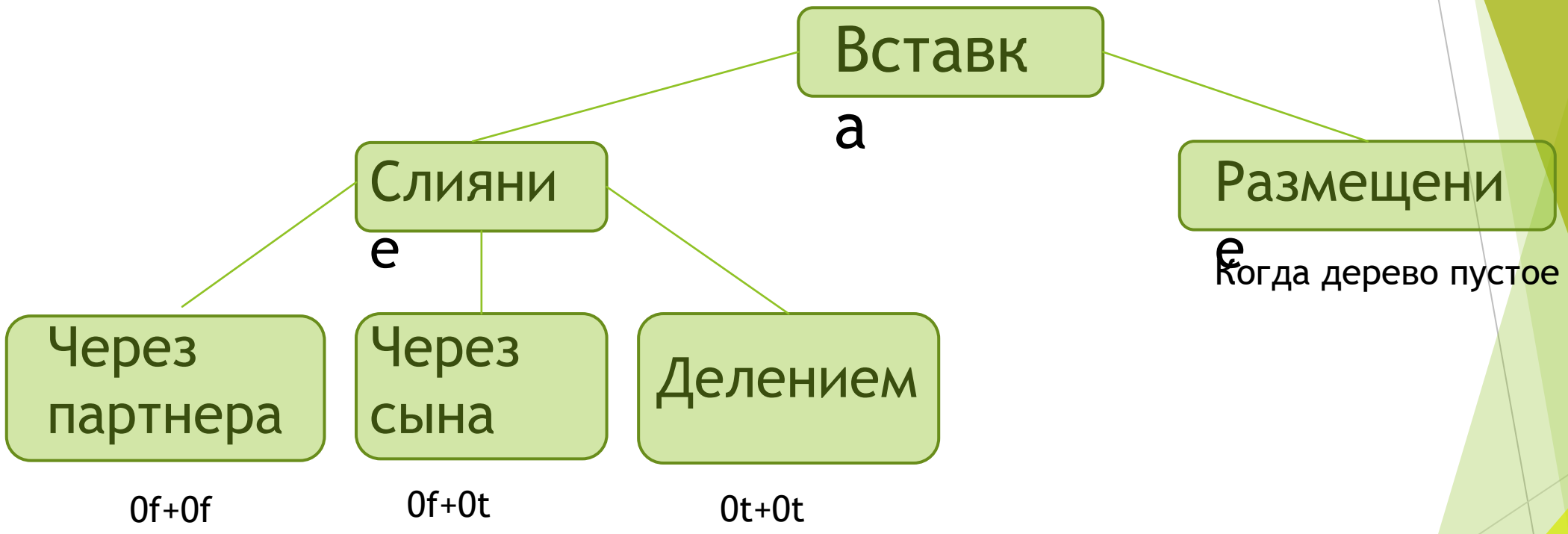
Общая схема элемента

Для большей конкретности рассмотрим 1f дерево:

K (key) – ключ, определяет приоритет элемента
V(value) – значение
pr(parent) – родительский узел, элемент с более высоким
приоритетом.
pt(partner) – партнерский узел
ln(left neighbor) – левый сосед
rn(right neighbor) – правый сосед
ch(child) – дочерний узел, элемент с более низким приоритетом

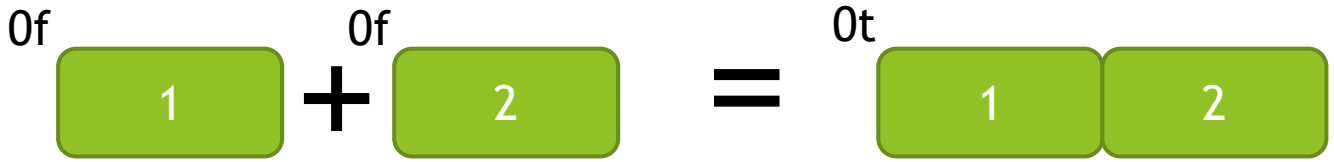


Вставка в кучу(O(1))

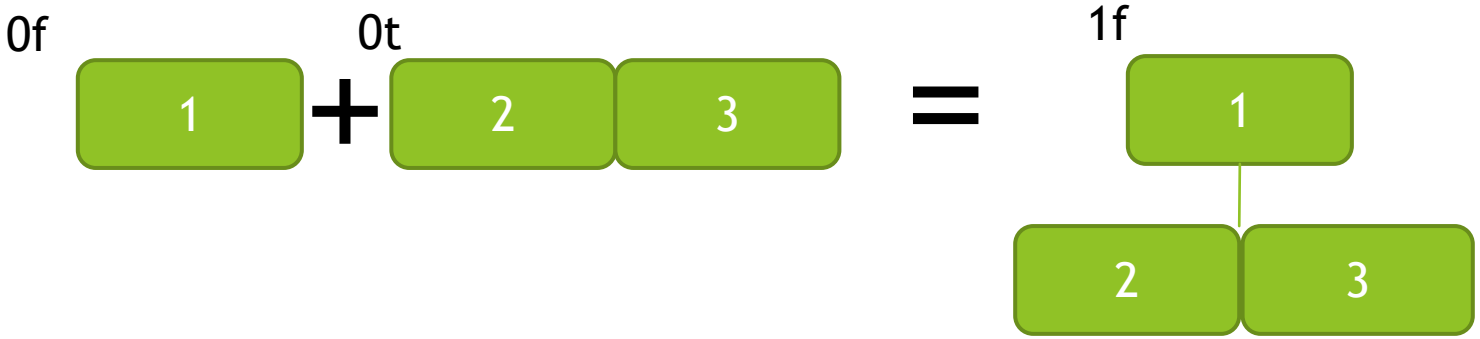


Пример вставки

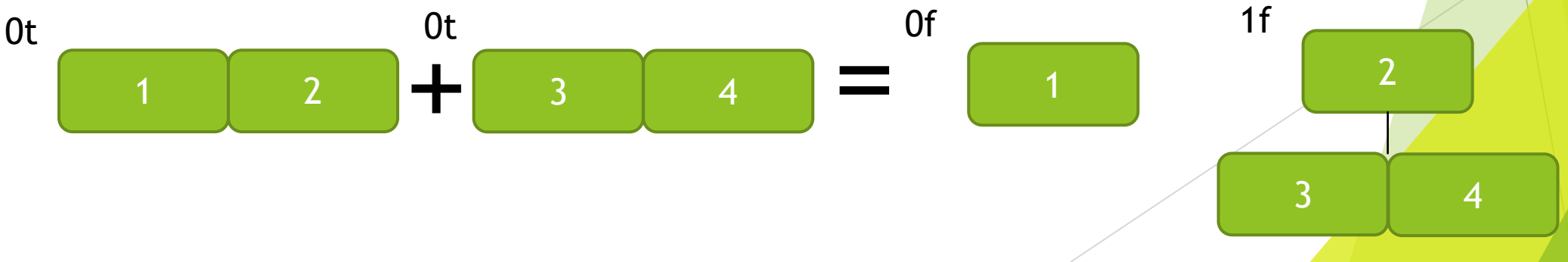
1) Через партнера nf + nf = nt



2) Через сына nf + nt = (n+1)f



3) Делением nt + nt = nf + (n+1)f



Извлечение из кучи минимума(O(log *N*))

Для извлечения из кучи минимума(это корневая вершина) сначала найдем нужное дерево, а затем разложим дерево на составляющие по правилу:

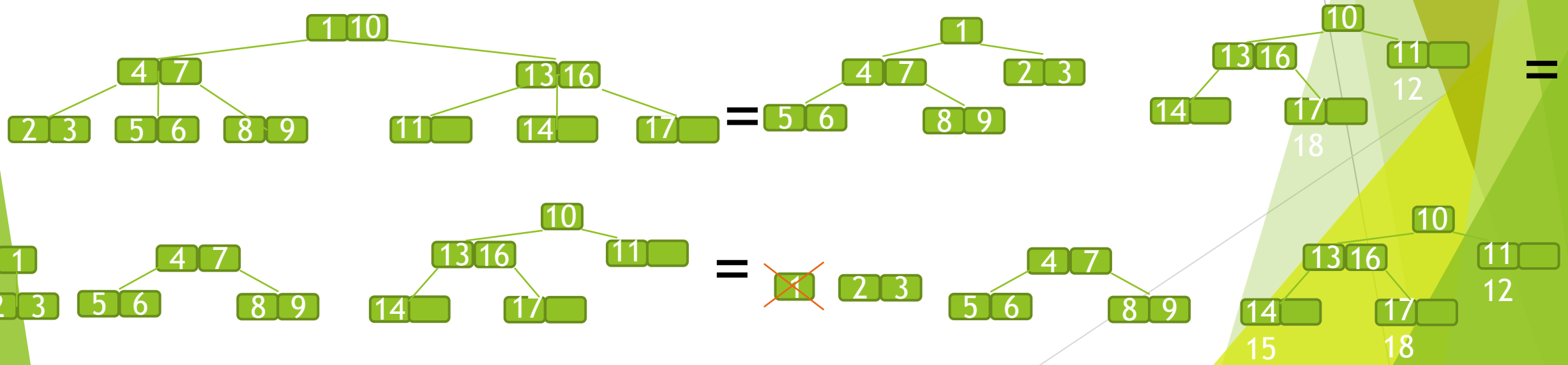
nf = (n-1)f + (n-1)t

nt = nf + nf

Раскладываем до тех пор пока не получим дерево из одной вершины. Далее вставляем части заново.

Пример:

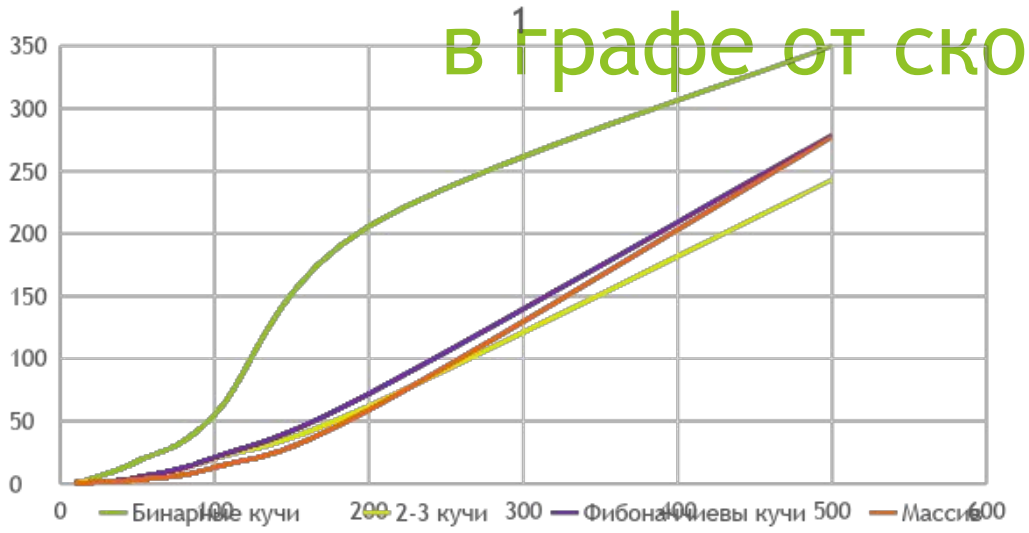
2t = 2f + 2f = 1f + 1t + 2f = 0f + 0t + 1t + 2f

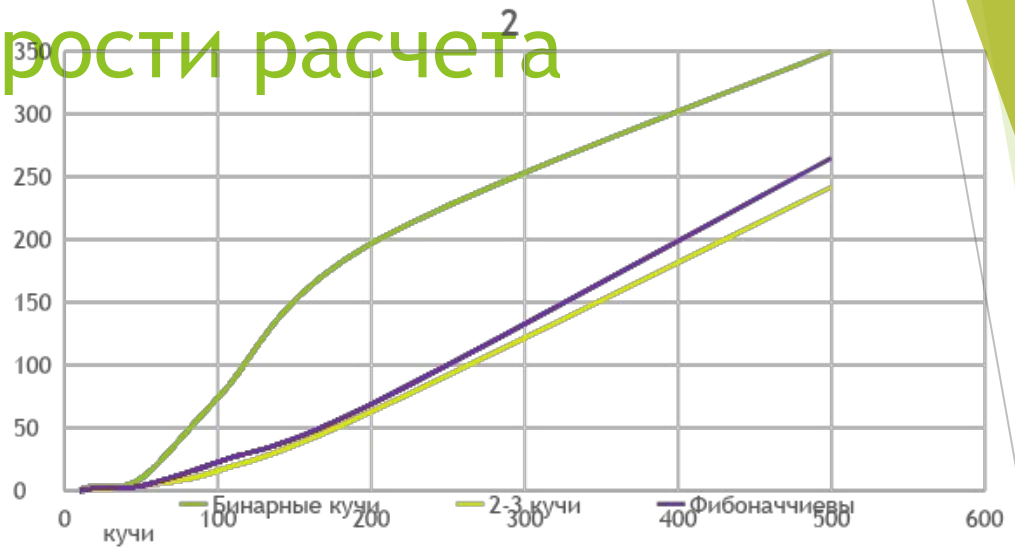


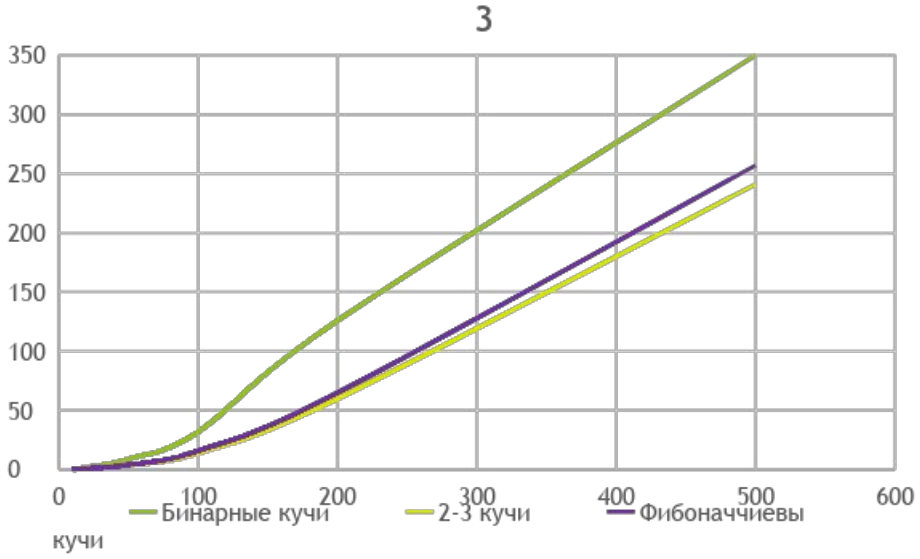
Сравнение асимптотик для различных куч

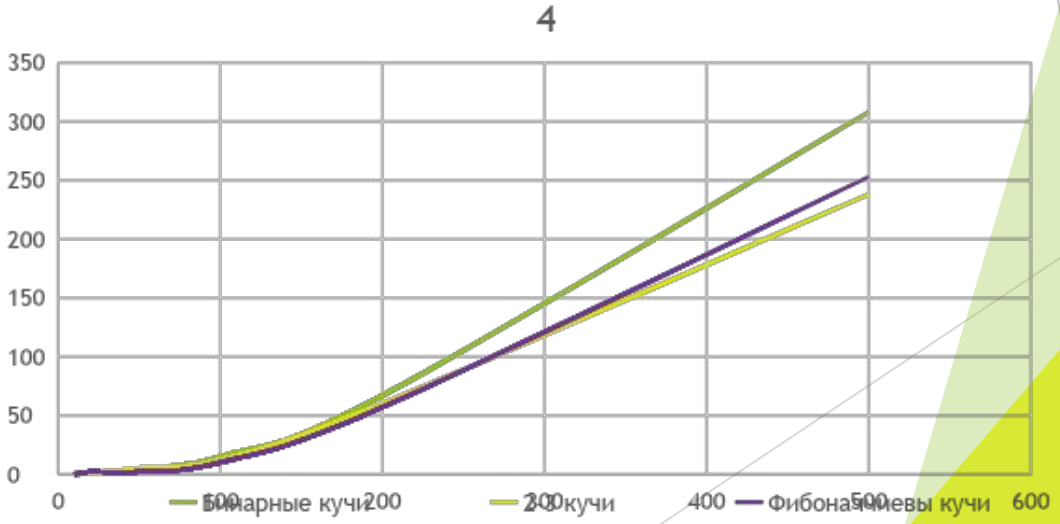
Операции	Двоичная куча	Биномиальная куча	Фибоначчиева куча	2-3 куча
Вставка	O(logN)	O(logN)	O(logN)	O(1)
Слияние	O(N)	O(logN)	O(1)	O(1)
Поиск минимума	O(1)	O(logN)	O(1)	O(1)
Извлечение минимума	O(logN)	O(logN)	O(logN)	O(logN)
Изменение ключа	O(logN)	O(logN)	O(1)	O(1)

Зависимости количества вершин в графе от скорости расчета









Литература

1.C.A. Crane. Linear lists and priority queues as balanced binary trees. — Computer Science Dept, Stanford Univ. (1972).
2.Tadao Takaoka. Theory of 2-3 Heaps. — Cocoon (1999).
3.Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. — М.: МЦНМО, 2001. — С. 376-409.