

Задачи

Задача 1. Построить матрицу поворота на угол φ вокруг точки $A(a, b)$ на плоскости

Задача 3. Построить матрицу поворота на угол α вокруг прямой L в 3D-пространстве проходящей через точку $A = (a, b, c)$ и имеющей направляющий вектор (l, m, n) с модулем, равным единице.

4. ЗАДАЧА О СЛОЖЕНИИ ПОВОРОТОВ

Теорема 2 позволяет быстро решить достаточно трудную геометрическую задачу. А именно, пусть в пространстве \mathbb{R}^3 последовательно совершаются два поворота: сначала относительно оси ℓ_1 на угол φ_1 , а затем — вокруг оси ℓ_2 на угол φ_2 . В результате получим новый поворот. Спрашивается, как найти его ось и угол?

Пусть v_k — направляющий вектор оси ℓ_k , $k = 1, 2$. При первом повороте произвольный вектор $w \in \mathbb{R}^3$ перейдет в $w_1 = q_1 w q_1^{-1}$, где $q_1 = \cos(\varphi_1/2) + v_1 \sin(\varphi_1/2)$. При втором повороте w_1 перейдет в

$$w_2 = q_2 w_1 q_2^{-1} = q_2 (q_1 w q_1^{-1}) q_2^{-1} = (q_2 q_1) w (q_2 q_1)^{-1}.$$

Вычислив произведение $q_2 q_1$ и представив его в виде

$$q_2 q_1 = \cos \psi + v \cdot \sin \psi, \quad \|v\| = 1,$$

заключаем, что результирующий поворот есть поворот вокруг оси v на угол 2ψ .

Задача 8. Пусть первый поворот совершается вокруг оси x на угол $\pi/2$, а второй — вокруг оси y на тот же угол. Найдите результирующий поворот.