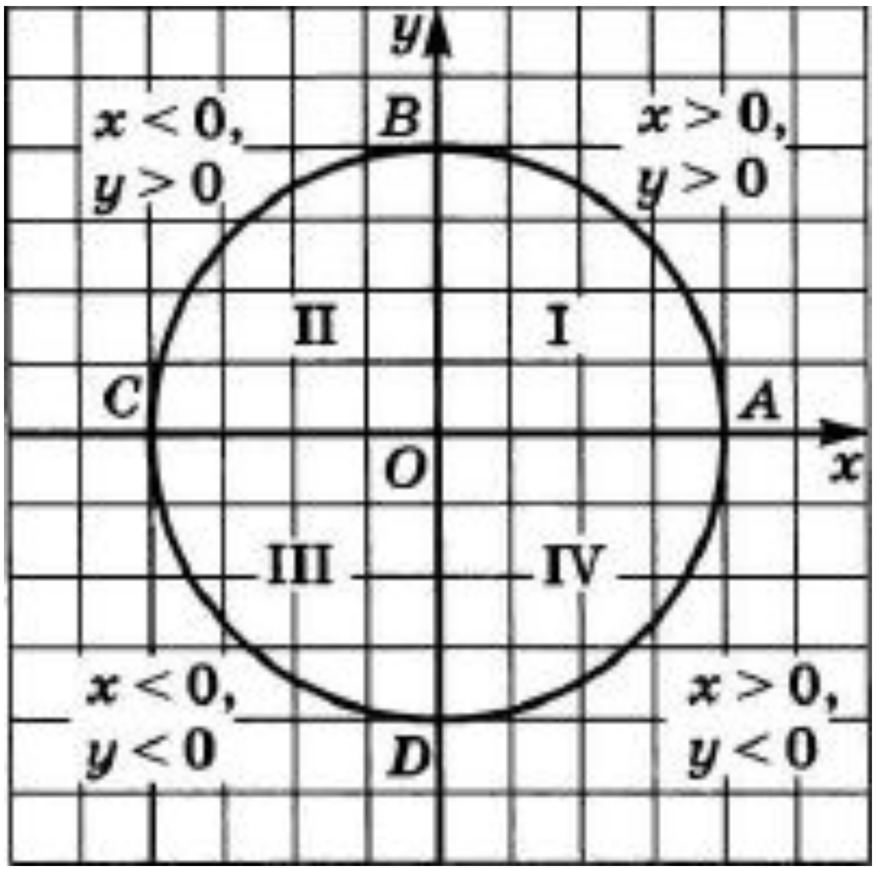
ЧИСЛОВАЯ ОКРУЖНОСТЬ НА КООРДИНАТНОЙ ПЛОСКОСТИ



Числовая окружность на координатной плоскости.

ЧТО БУДЕМ ИЗУЧАТЬ:

Определение.

Важные координаты числовой окружности.

Как искать координату числовой окружности?

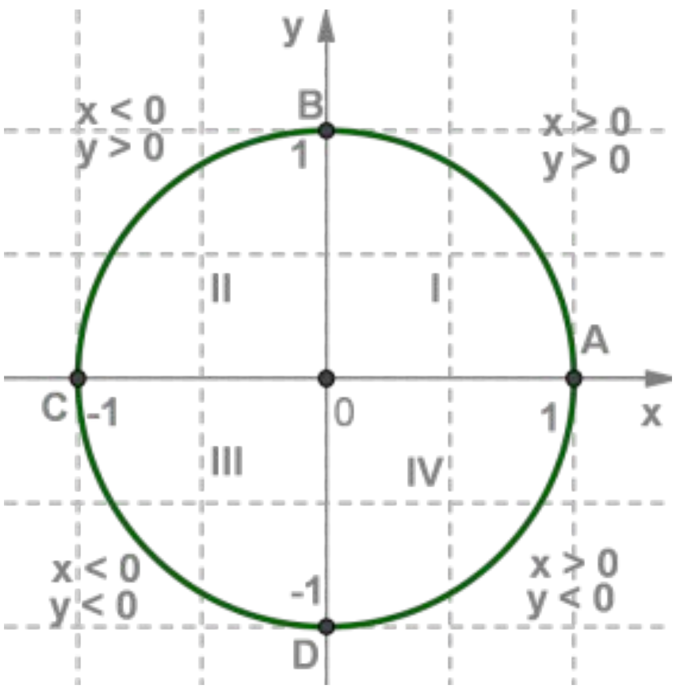
Таблица основных координат числовой окружности.

Примеры задач.

Числовая окружность на координатной плоскости.

Определение.

Расположим числовую окружность в координатной плоскости так, чтобы центр окружности совместился с началом координат, а её радиус принимаем за единичный отрезок. Начальная точка числовой окружности А совмещена с точкой (1;0).



Каждая точка числовой окружности имеет в координатной плоскости свои координаты x и y, причем:

1) **x > 0, y > 0 в первой четверти;**
2) **x < 0, y > 0 во второй четверти;**
3) **x < 0, y < 0 в третьей четверти;**
4) **x > 0, y < 0 в четвертой четверти**.

Для любой точки M(x; y) числовой окружности выполняются неравенства -1 < x < 1; -1 < y < 1.

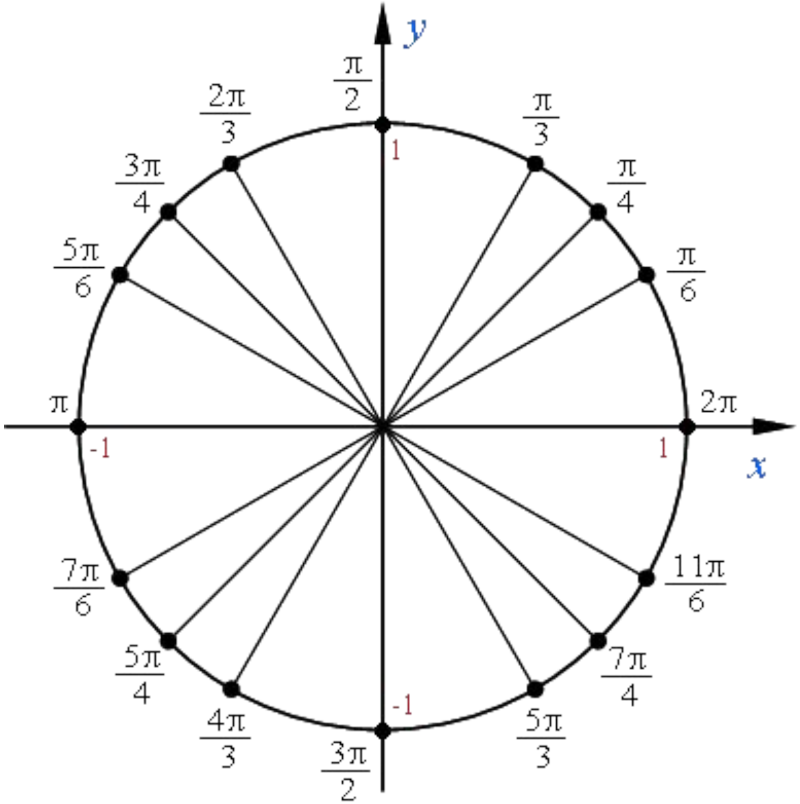
Запомните!

уравнение числовой окружности:

$$x^2 + y^2 = 1$$

Числовая окружность на координатной плоскости.

Нам важно научиться находить координаты точек числовой окружности представленных на рисунке ниже:



Числовая окружность на координатной плоскости.

Найдем координату точки *π/4*:

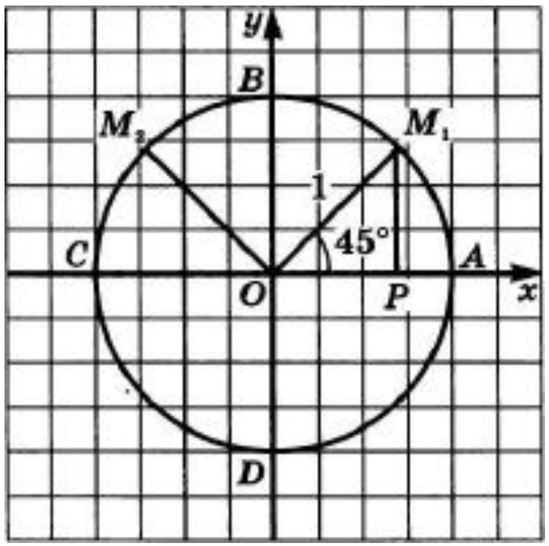
Точка *M(π/4) — середина первой четверти. Опустим из точки M перпендикуляр MP на прямую OA и рассмотрим треугольник OMP.Так как дуга AM составляет половину дуги AB, то ∡MOP=45°*

Значит, треугольник OMP - равнобедренный прямоугольный треугольник и OP=MP, т.е. у точки M абсцисса и ордината равны: x = y

Так как координ x;y) удовлетворяют уравнению числовой окружнос нахождения нужно решить систему уравне

$$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x=y \end{cases}$$

Решив данную систему получаем: $y=x=\frac{\sqrt{2}}{2}$



Получили, что координаты точки M, соответствующей числу π/4 будут $M\left(\frac{\pi}{4}\right)=M\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Аналогичным образом рассчитываются координаты точек представленных на предыдущем слайде.

Числовая окружность на координатной плоскости.

Координаты точек числовой окружности.

Точка окружности.										
	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
Абсцисса x	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
Ордината y	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0

Числовая окружность на координатной плоскости.

Координаты точек числовой окружности.

Точка окружности.								
	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
Абсцисса x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Ордината y	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$

Числовая окружность на координатной плоскости.

Пример

Найти координату точки числовой окружности: P($45\pi/4$)

Решение:

Т.к. числам t и t+2π•k (k-целое число) соответствует одна и тоже точка числовой окружности то:

$$45\pi/4 = (10 + 5/4) \cdot \pi = 10\pi + 5\pi/4 = 5\pi/4 + 2\pi \cdot 5$$

Значит, числу 45π/4 соответствует та же точка числовой окружности, что и числу 5π/4. Посмотрев значение точки 5π/4 в таблице получаем:

$$P\left(\frac{45\pi}{4}\right) = P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

Числовая окружность на координатной плоскости.

Пример

Найти координату точки числовой окружности: Р(-37*π/3*)

Решение:

Т.к. числам t и t+2π•k (k-целое число) соответствует одна и тоже точка числовой окружности то:

$$-37\pi/3 = -(12 + 1/3) \cdot \pi = -12\pi - \pi/3 = -\pi/3 + 2\pi \cdot (-6)$$

Значит, числу -37π/3 соответствует та же точка числовой окружности, что и числу –π/3, а числу –π/3 соответствует та же точка что и 5π/3. Посмотрев значение точки 5π/3 в таблице получаем:

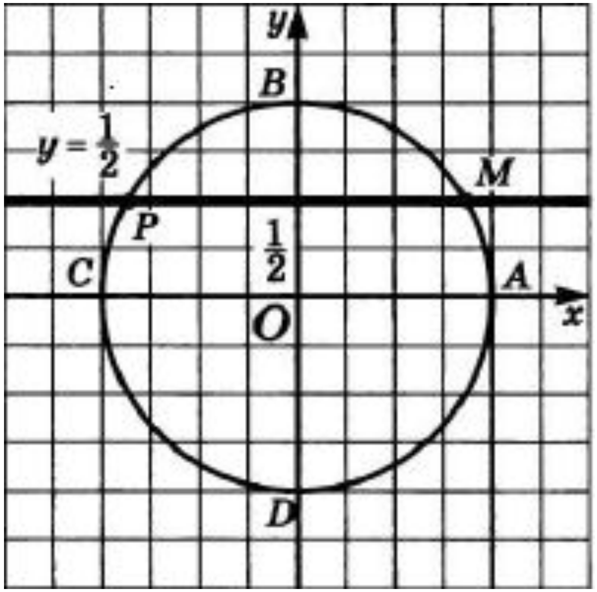
$$P\left(-\frac{37\pi}{3}\right) = P\left(\frac{1}{2};\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Числовая окружность на координатной плоскости.

Пример

Найти на числовой окружности точки с ординатой y = 1/2 и записать, каким числам t они соответствуют.

Прямая y = 1/2 пересекает числовую окружность в точках M и P. Точка M соответствует числу π/6 (из данных таблицы) значит, и любому числу вида π/6 +2π •k . Точка P соответствует числу 5π/6, а значит, и любому числу вида 5π/6 +2 π •k



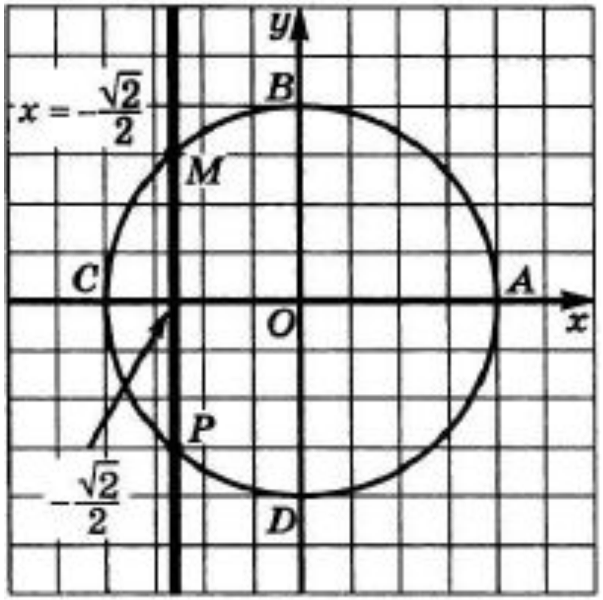
Получили, как часто говорят в таких случаях, две серии значений: π/6 +2 π •k и 5π/6 +2 π •k

Ответ : t= π/6 +2 π •k и t= 5π/6 +2 π •k

Числовая окружность на координатной плоскости.

Пример

Найти на числовой окружности точки с абсциссой x≥ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ и записать, каким числам t они соответствуют.



Прямая x $-\frac{\sqrt{2}}{2}$/2 пересекает числовую окружность в точках M и P. Неравенству x ≥ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ соответствуют точки дуги PM.

Точка M соответствует числу 3 π/4 (из данных таблицы) значит, и любому числу вида -3 π/4 +2π•k .

Точка P соответствует числу -3π/4, а значит, и любому числу вида –

-3π/4 +2 π •k

Тогда получим -3π/4 +2 π •k ≤t≤3π/4 +2 π •k

Ответ : -3π/4 +2 π •k ≤t≤3π/4 +2 π •k

Числовая окружность на координатной плоскости.

Задачи для самостоятельного решения.

1) Найти координату точки числовой окружности: Р($61\pi/6$)?

2) Найти координату точки числовой окружности: Р($-52\pi/3$)

3) Найти на числовой окружности точки с ординатой $y = -1/2$ и записать, каким числам t они соответствуют.

4) Найти на числовой окружности точки с ординатой $y \geq -1/2$ и записать, каким числам t они соответствуют.

5)Найти на числовой окружности точки с абсциссой $x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

и записать, каким числам t они соответствуют.