

Модель развития эпидемии

Предлагаемая модель очень упрощенная, но в какой-то степени отражающая реальный ход событий. Мы хотим построить графики зависимости от времени числа здоровых и заболевших людей в некоторой ограниченной области.

Переменные модели:
 $N_1(t)$ – число здоровых людей, не имеющих иммунитета против вируса,
 $N_2(t)$ – число больных людей,
 $N_3(t)$ – число выздоровевших людей, имеющих иммунитет.

Система балансных уравнений:

$$\dot{N}_1 = -pN_1N_2$$

p – коэффициент, характеризующий вероятность встречи заболевшего человека со здоровым с передачей вируса от больного к здоровому

$$\dot{N}_2 = pN_1N_2 - \gamma N_2$$

первое слагаемое – прирост больных, второе – убыль в результате выздоровления или смерти, коэффициент γ обратно пропорционален времени болезни

$$\dot{N}_3 = a\gamma N_2$$

часть больных выздоравливают, коэффициент a характеризует относительное количество выздоравливающих

Преобразование уравнений

Введем относительные переменные, то есть число людей в том или ином состоянии по отношению к общему числу людей в регионе.

$$x = N_1/N, \quad y = N_2/N, \quad z = N_3/N$$

Система дифференциальных уравнений приобретает вид:

$$\dot{x} = -kxy$$

$$\dot{y} = kxy - \gamma y$$

$$\dot{z} = \alpha \gamma y$$

Коэффициент $k=N\rho$ характеризует скорость распространения вируса. Из уравнений видно, что скорость распространения зависит не только от «активности» людей, но и от общего количества людей в регионе. Сравните данные по регионам России:

<https://info-coronavirus.ru/>

Полученная система уравнений нелинейная, так что исследовать её можно только численно. Решение зависит как от значений параметров, так и от начальных условий. В качестве начальных условий нужно взять:

$$x(0) = 1 - y_0, \quad y(0) = y_0, \quad z(0) = 0$$

где y_0 – то, что привезли из заграницы в начальный момент времени

Оценка параметров

Параметр γ_0 – некоторое небольшое число, например 0,0001

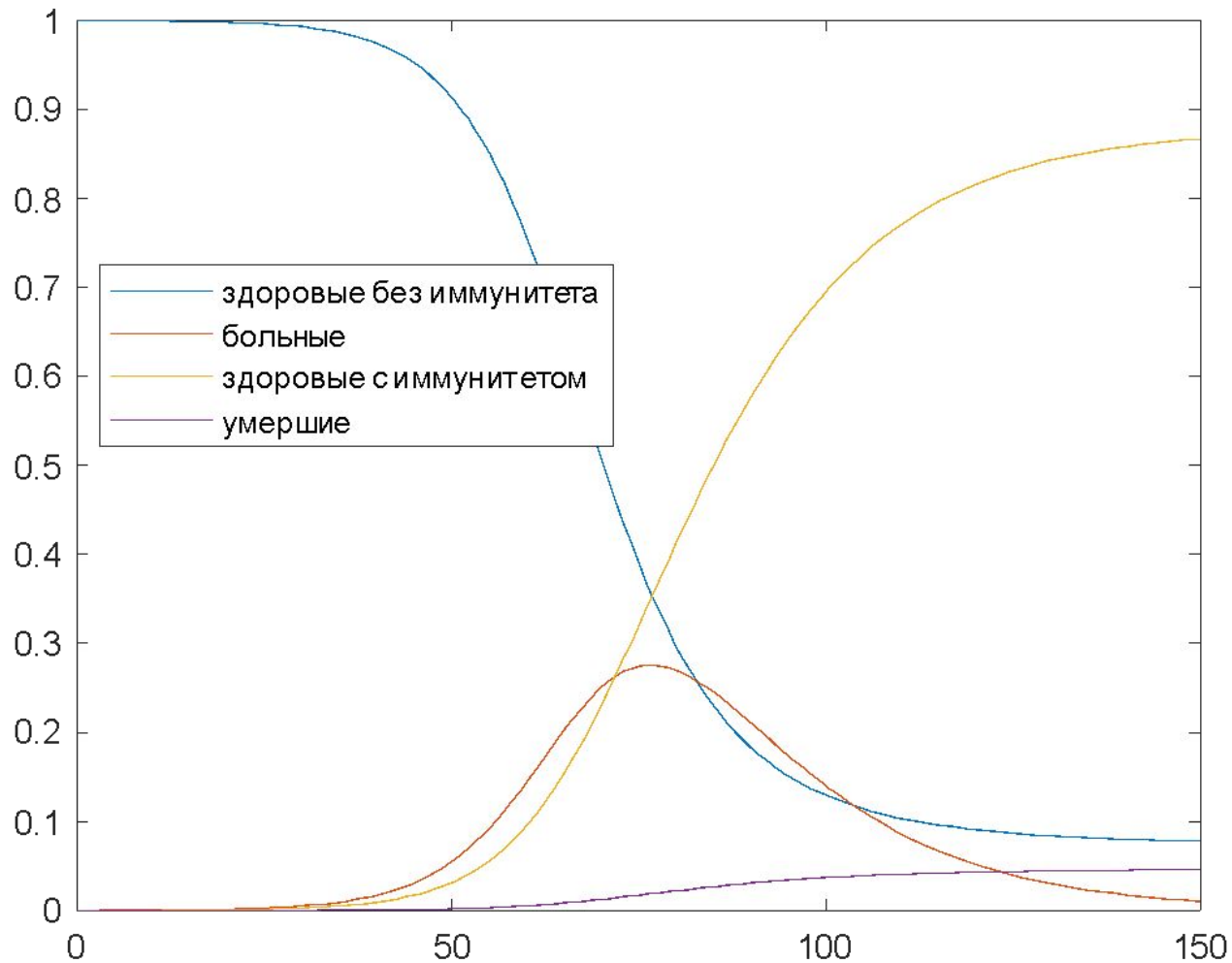
Параметр γ - величина обратная ко времени течения болезни. Будем время измерять в сутках, тогда $\gamma = 1/14$.

Параметр a – относительное число выздоровевших людей. Точных данных по коронавирусу нет, но в качестве оценки можно взять значение от 0,95 до 0,99.

Параметр k – самый неопределенный параметр. Разумность его может показать только численный эксперимент который Вам нужно провести. Результаты расчета при некотором (секретном) значении параметра приведены на следующем слайде.

При расчете потребуется ещё один параметр – время окончания расчета. Его также придется подобрать, исходя из того, что при большом значении времени переменные стремятся к некоторым пределам (графики на следующем слайде).

Возможные результаты, следующие из модели.



Задание

1. Запрограммировать решение системы дифференциальных уравнений, например, при помощи процедуры `ode45`
2. Исследовать зависимость эволюции эпидемии от параметра k , а именно: характерное время развитие эпидемии и относительное количество умерших людей в конечном состоянии (при большом значении времени расчета).
3. Попробовать построить графики зависимости вышеприведенных величин в зависимости от параметра k .