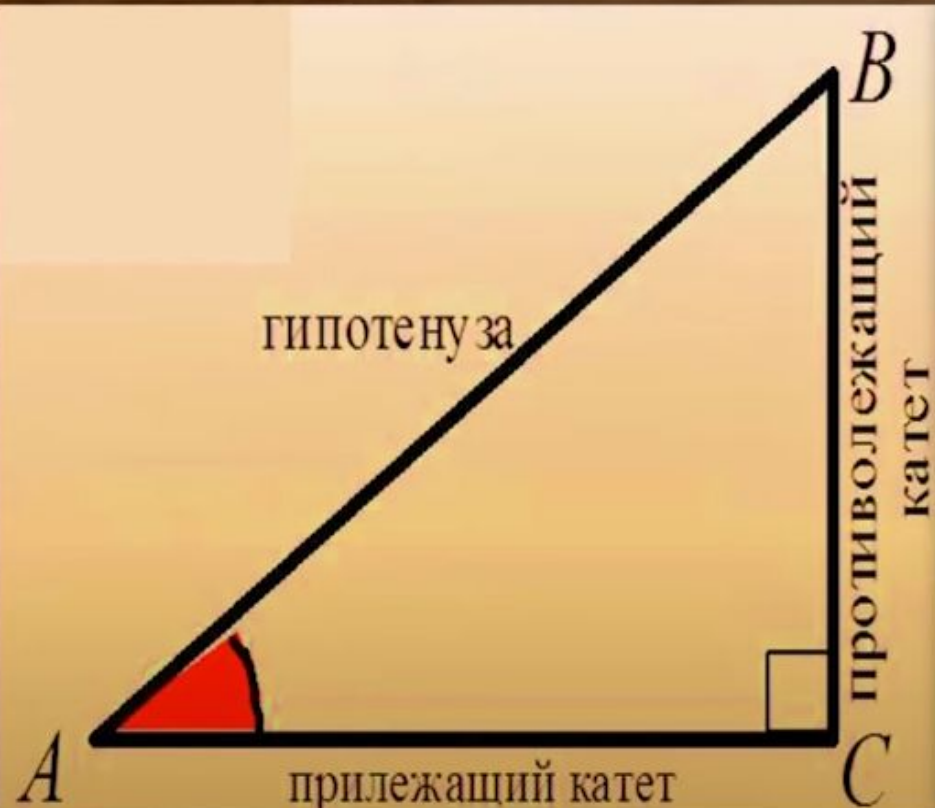


Определение синуса, косинуса,
тангенса и котангенса и их свойства

Тригонометрические функции угла A

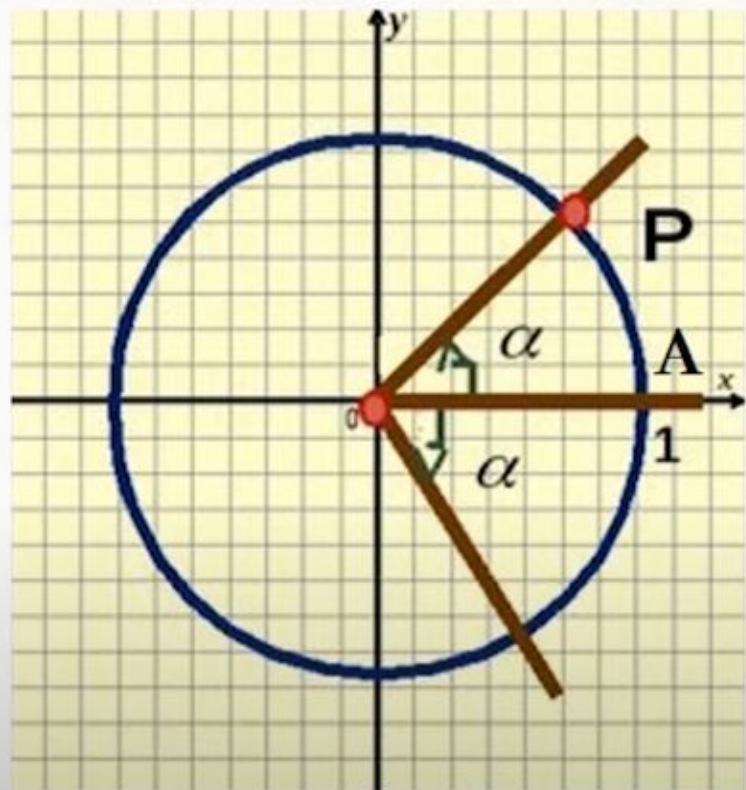


$$\sin A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{ctg} A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}} = \frac{AC}{BC}$$



$$\alpha > 0$$



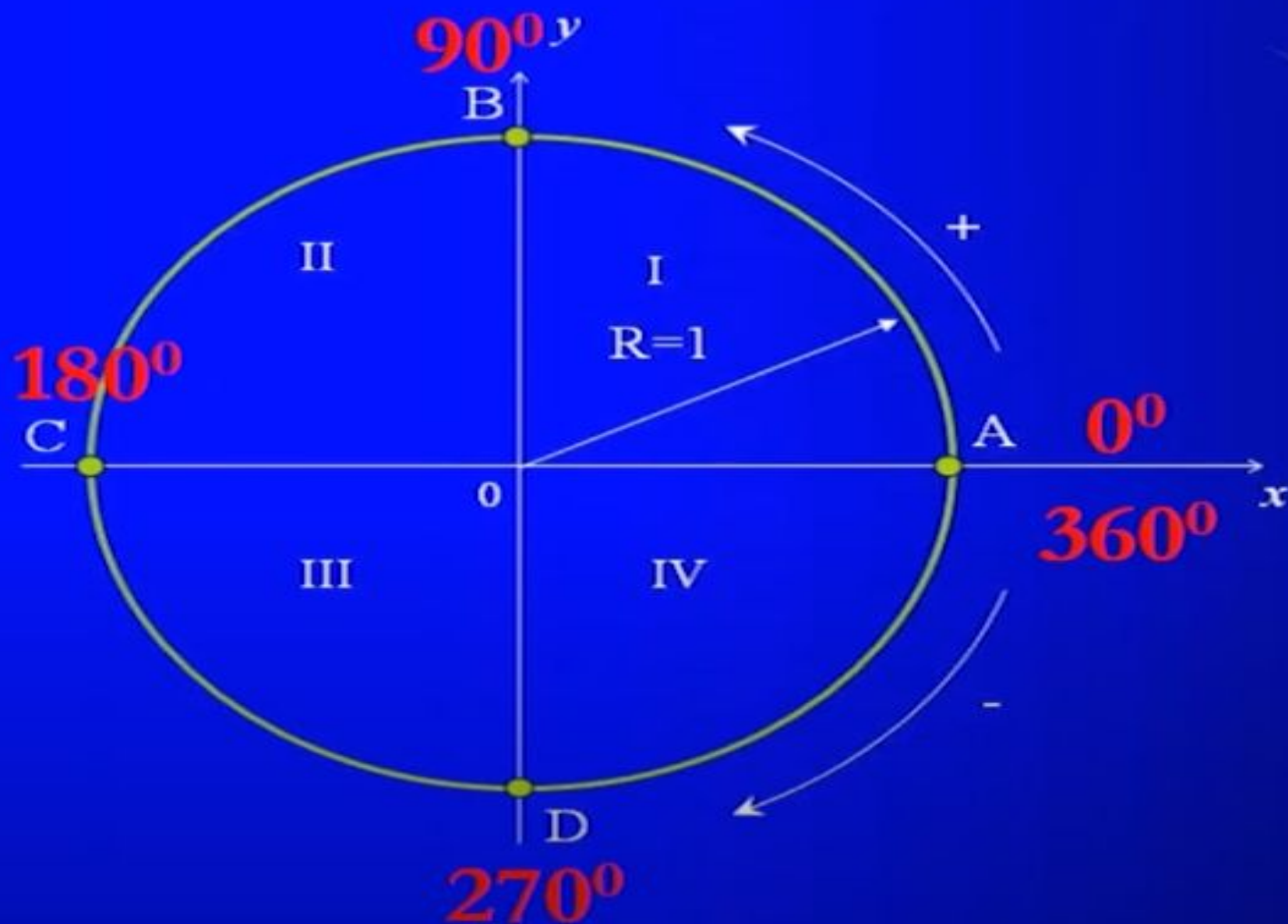
**Положительное
направление поворота:
против часовой стрелки.**

$$\alpha < 0$$



**Отрицательное
направление поворота:
по часовой стрелке.**

Тригонометрическая окружность



**Углом какой четверти является угол α ,
если:**

- 1) $\alpha = 283^\circ$;
- 2) $\alpha = 190^\circ$;
- 3) $\alpha = 100^\circ$;
- 4) $\alpha = -20^\circ$;
- 5) $\alpha = -110^\circ$;
- 6) $\alpha = 4200^\circ$.

Углом какой четверти является угол α ,
если:

1) $\alpha = 283^{\circ}$;

2) $\alpha = 190^{\circ}$;

3) $\alpha = 100^{\circ}$;

4) $\alpha = -20^{\circ}$;

5) $\alpha = -110^{\circ}$;

6) $\alpha = 4200^{\circ}$.

1) $\alpha \in 4$ четверти;

2) $\alpha \in 3$ четверти;

3) $\alpha \in 2$ четверти;

4) $\alpha \in 4$ четверти;

5) $\alpha \in 3$ четверти;

6) $\alpha \in ?$ четверти.

$4200:360 = 11(\text{ост. } 240), \alpha = 240^{\circ} \in 3$ четверти.

№ 700

Определите, устно какой² четверти
является угол α , если:

а) $\alpha = 179^\circ$

б) $\alpha = -150^\circ$

г) $\alpha = 800^\circ$

в) $\alpha = 325^\circ$

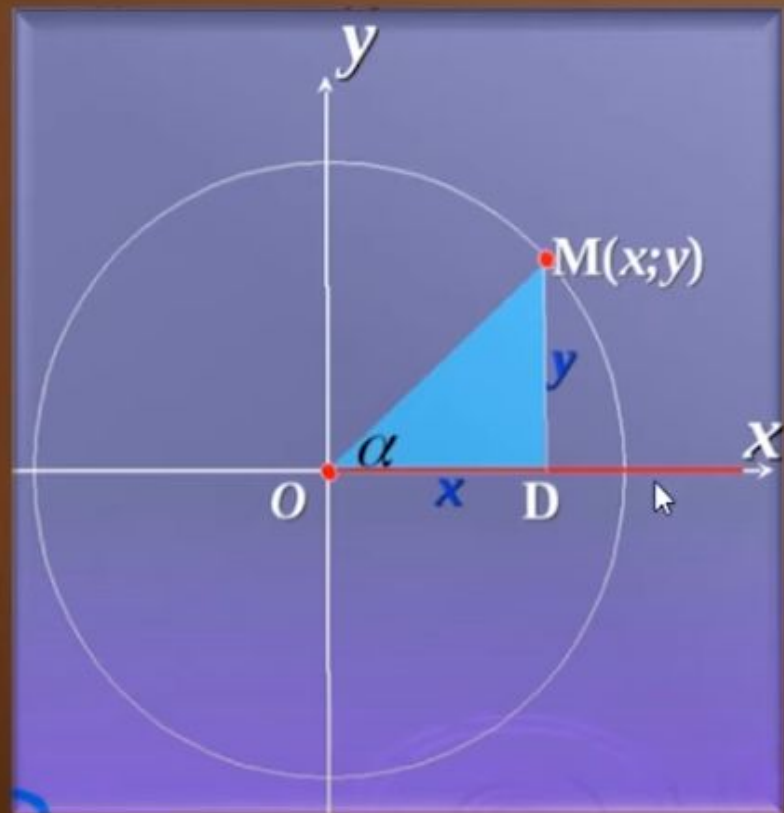
з) $\alpha = -10^\circ$

е) $\alpha = 10000^\circ$

$$10000 : 360 = 27 \text{ (ост. } 280),$$

$$d = 280 \in 4 \text{ чема.}$$

Синус, косинус, тангенс, котангенс угла.



$\triangle OMD$ - прямоугольный

$$\sin \alpha = \frac{MD}{OM}$$

$$MD = y$$

$$OM = 1$$



$$\sin \alpha = y$$

Синус угла – ордината y точки M

$$\cos \alpha = \frac{OD}{OM}$$

$$OD = x$$

$$OM = 1$$



$$\cos \alpha = x$$

Косинус угла – абсцисса x точки M

$$tg \alpha = \frac{MD}{OD}$$

$$tg = \frac{y}{x}$$

$$tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$ctg \alpha = \frac{OD}{DM}$$

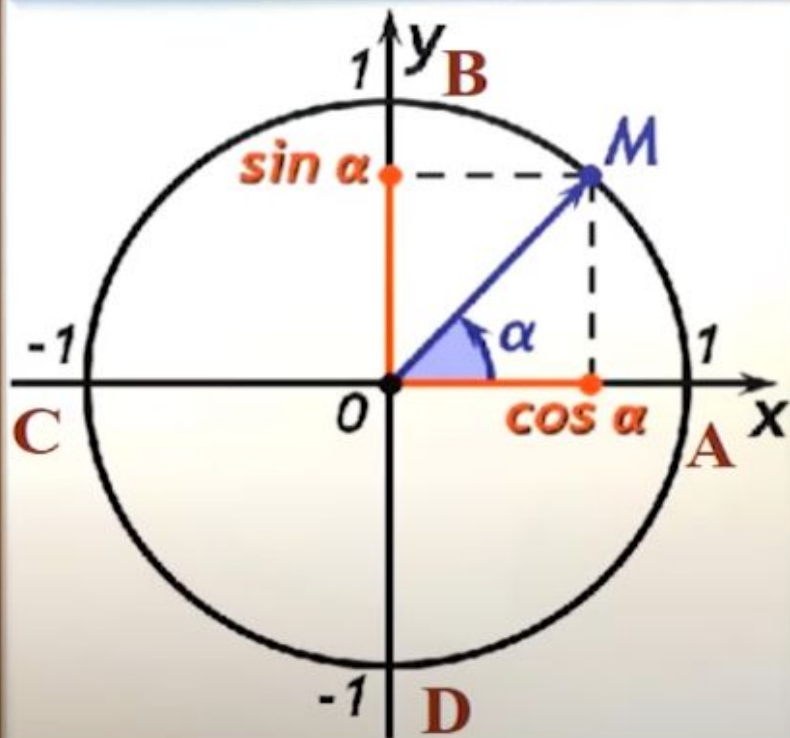
$$ctg \alpha = \frac{x}{y}$$

$$ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

ЭНЦИКЛОПЕДИЯ БИЛИМ ИЛИМ

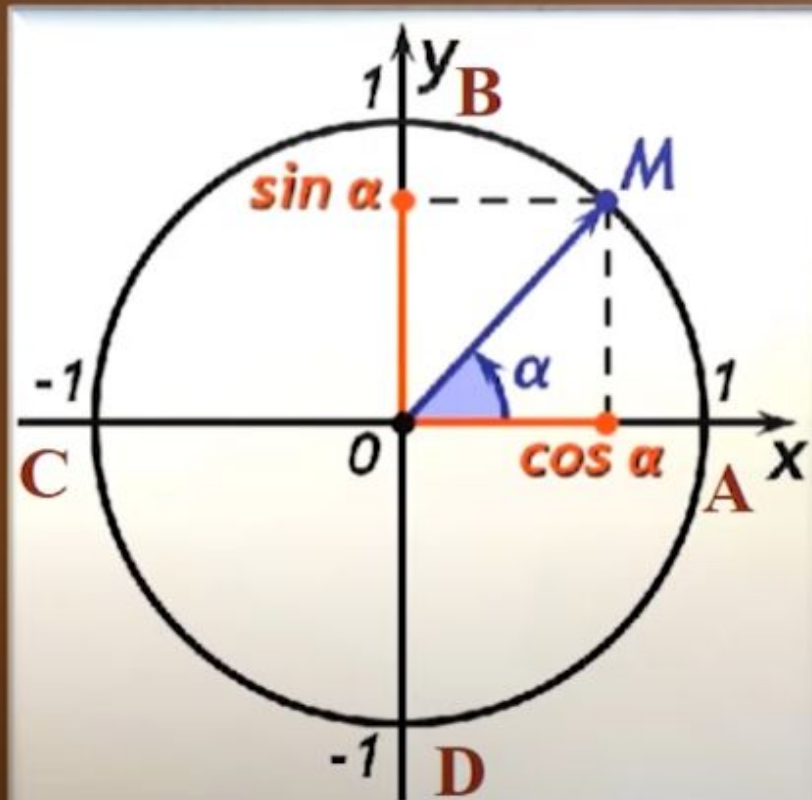
Синус, косинус, тангенс, котангенс некоторых углов.

БИЛИМ ИЛИМ



Угол в градусах	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\operatorname{tg} \alpha$					
$\operatorname{ctg} \alpha$					

Синус, косинус, тангенс, котангенс некоторых углов.



Угол в градусах	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	не сущ.	0	не сущ.	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	не сущ.	0	не сущ.	0	не сущ.

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	—	0	—

α	0	30°	45°	60°	90°	180°	270°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не опр.	0	не опр.

$$2 \cos 60^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 1 + 1,5 = 2,5$$

705. Найдите значение выражения:

а) $2 \cos 60^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ$;

г) $3 \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$;

б) $5 \sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ$;

д) $4 \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sin 60^\circ$;

в) $2 \sin 30^\circ + 6 \cos 60^\circ - 4 \operatorname{tg} 45^\circ$;

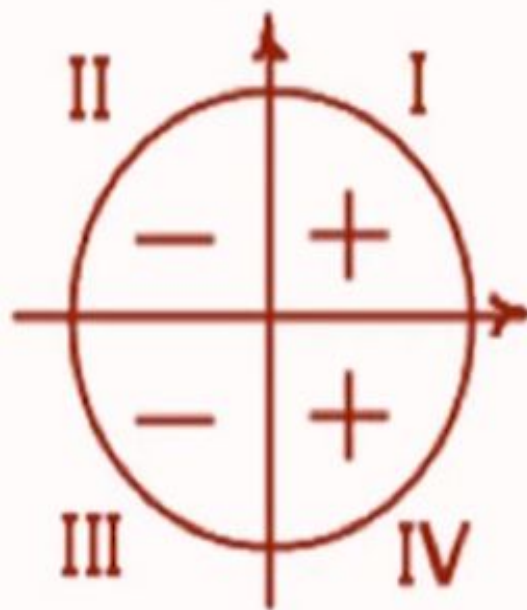
е) $12 \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ$

Знаки тригонометрических функций

$\sin a$



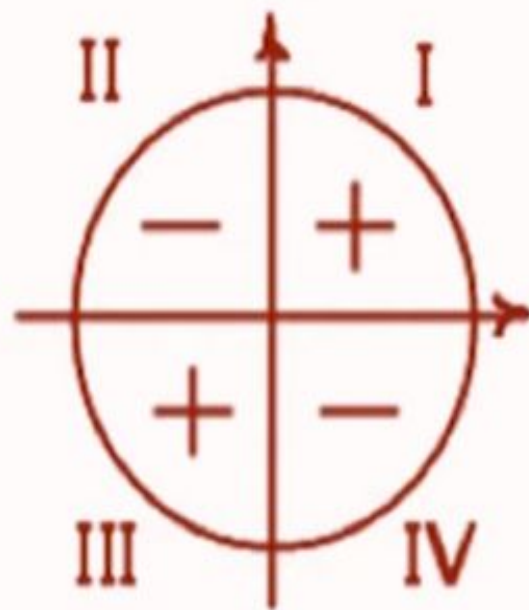
$\cos a$

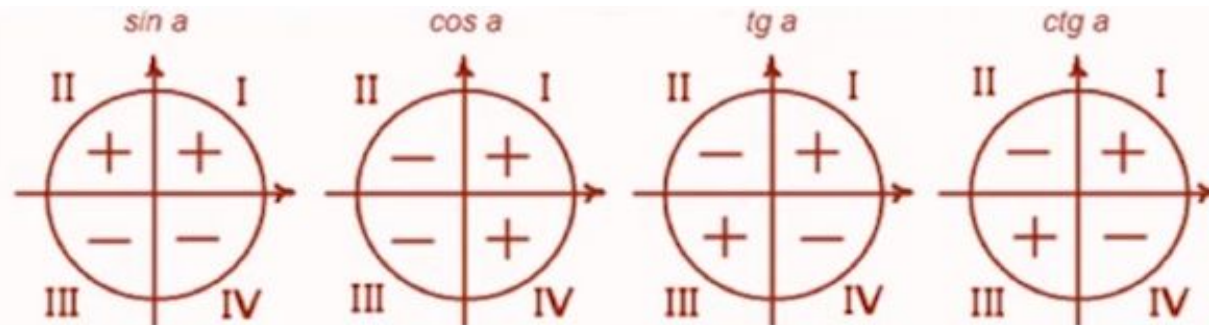


$\operatorname{tg} a$



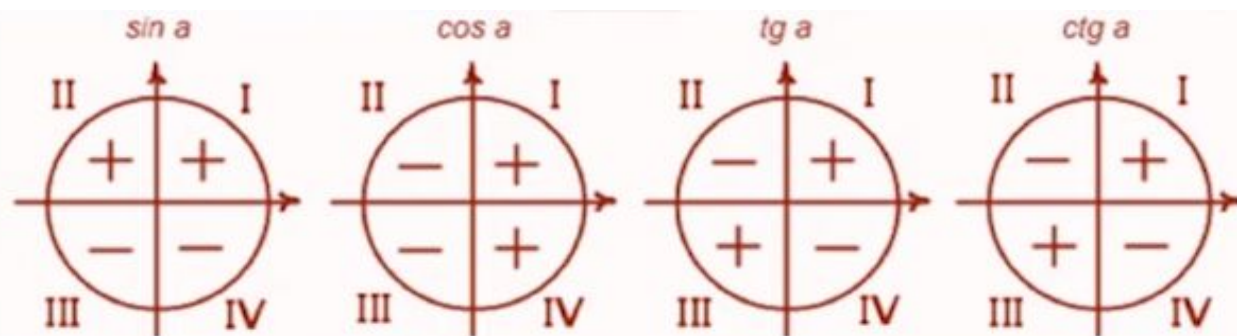
$\operatorname{ctg} a$





Какой знак имеет:

- 1) $\sin 179^\circ$;
- 2) $\cos 280^\circ$;
- 3) $\operatorname{tg} 175^\circ$;
- 4) $\operatorname{ctg} 359^\circ$;
- 5) $\cos 410^\circ$;
- 6) $\operatorname{tg} 500^\circ$;
- 7) $\sin(-175^\circ)$;
- 8) $\cos(-116^\circ)$



Какой знак имеет:

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $\sin 179^\circ$; | 1) $+$, $\alpha \in 2$ четверти; |
| 2) $\cos 280^\circ$; | 2) $+$, $\alpha \in 4$ четверти; |
| 3) $\operatorname{tg} 175^\circ$; | 3) $-$, $\alpha \in 2$ четверти; |
| 4) $\operatorname{ctg} 359^\circ$; | 4) $-$, $\alpha \in 4$ четверти; |
| 5) $\cos 410^\circ$; | 5) $+$, $\alpha \in 1$ четверти; |
| 6) $\operatorname{tg} 500^\circ$; | 6) $-$, $\alpha \in 2$ четверти; |
| 7) $\sin(-175^\circ)$; | 7) $-$, $\alpha \in 3$ четверти; |
| 8) $\cos(-116^\circ)$ | 8) $-$, $\alpha \in 3$ четверти. |

№ 724

Угол α второй четверти является
угол α , если:

a) $\sin \alpha > 0$ и $\cos \alpha > 0$

б) $\sin \alpha < 0$ и $\cos \alpha > 0$

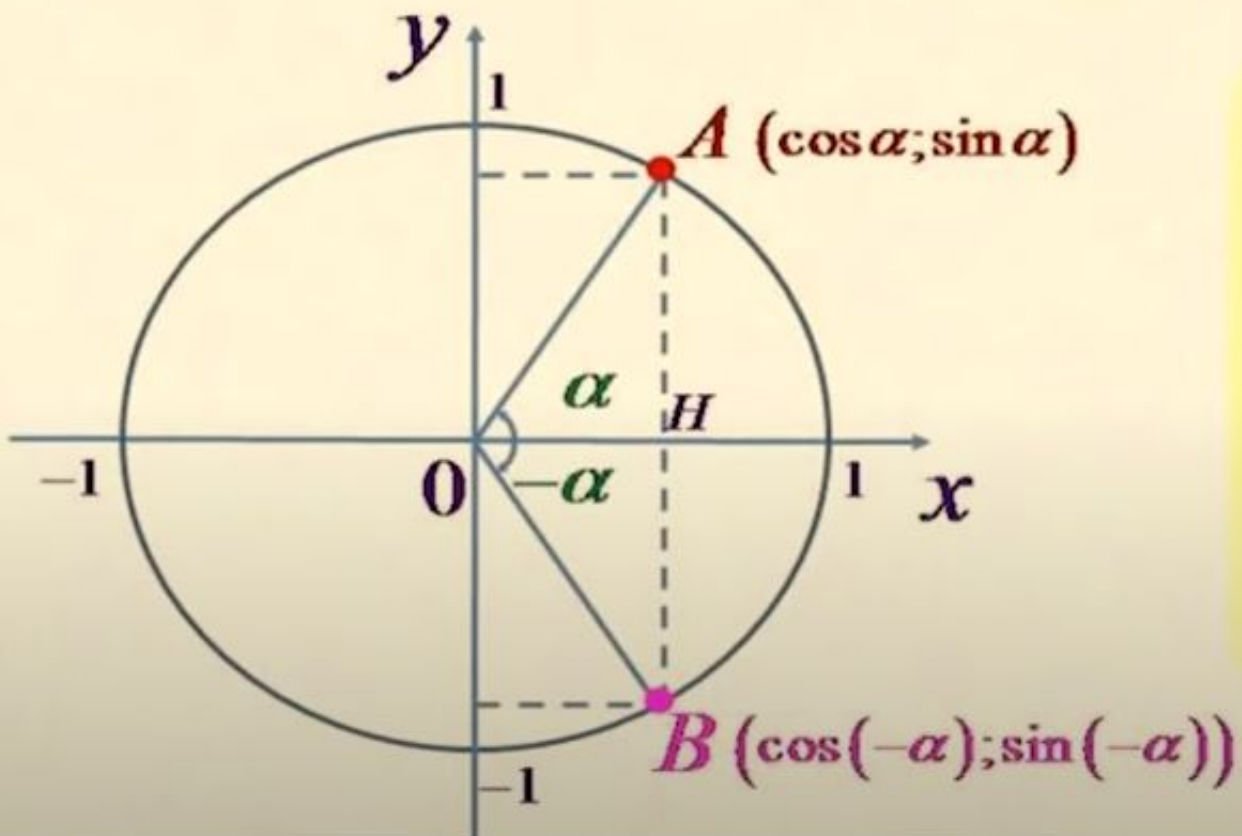
в) $\sin \alpha < 0$ и $\cos \alpha < 0$

г) $\sin \alpha > 0$ и $\operatorname{tg} \alpha > 0$

д) $\operatorname{tg} \alpha < 0$ и $\cos \alpha > 0$

Формулы, выражающие зависимость между тригонометрическими функциями противоположных углов

Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и $-\alpha$.



$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

№ 727

Найдите значение выражения:

a) $\sin(-30^\circ)$ б) $\operatorname{tg}(-45^\circ)$ г) $\cos(-90^\circ)$

д) $\cos(-60^\circ)$ з) $\operatorname{ctg}(-30^\circ)$ е) $\sin(-45^\circ)$

N 727

$$a) \sin(-30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$b) \cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

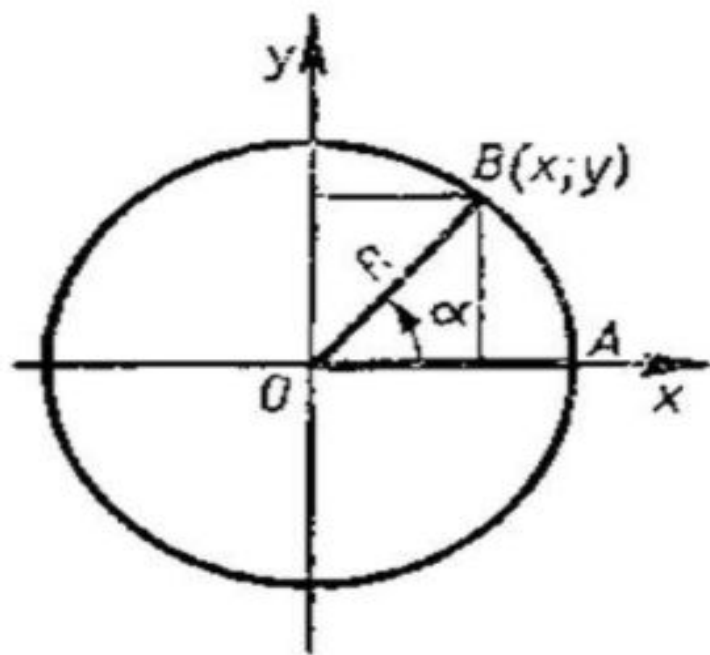
$$c) \operatorname{tg}(-45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$$

$$d) \operatorname{ctg}(-30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3}$$

$$e) \cos(-90^\circ) = \cos 90^\circ = 0$$

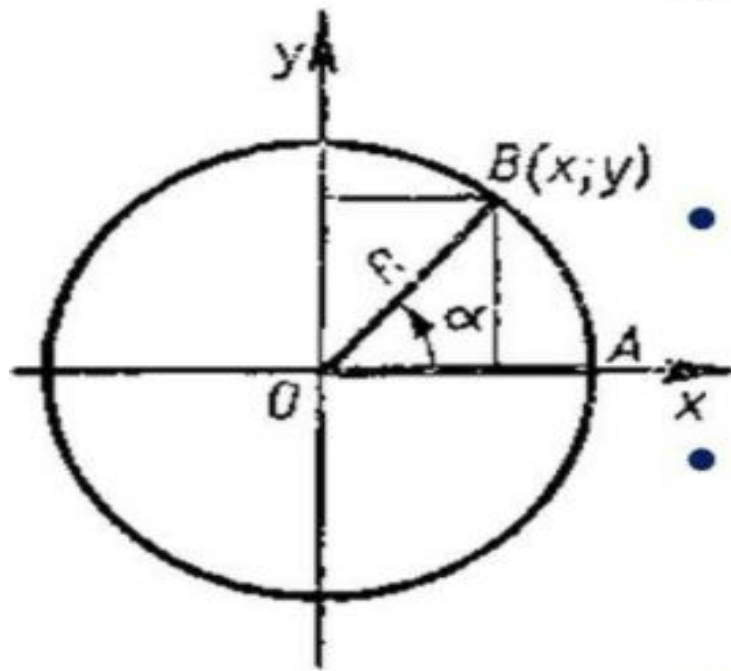
$$f) \sin(-45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

3. Изменение угла



- При изменении угла на полное число оборотов значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса не изменяются.

3. Изменение угла



- $\sin (n \cdot 360^0 + \alpha) = \sin (\alpha)$

- $\cos (n \cdot 360^0 + \alpha) = \cos (\alpha)$

- $\text{tg} (n \cdot 360^0 + \alpha) = \text{tg} (\alpha)$

- $\text{ctg} (n \cdot 360^0 + \alpha) = \text{ctg} (\alpha)$

Примеры

Найди значение:

$$\cos(765^\circ) =$$

$$\cos(2 \cdot 360^\circ + 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

N 730

$$a) \sin 390^\circ =$$

$$b) \cos 420^\circ =$$

$$c) \operatorname{tg} 540^\circ =$$

$$2) \operatorname{ctg} 450^\circ =$$

N 730

$$a) \sin 390^\circ = \sin (360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

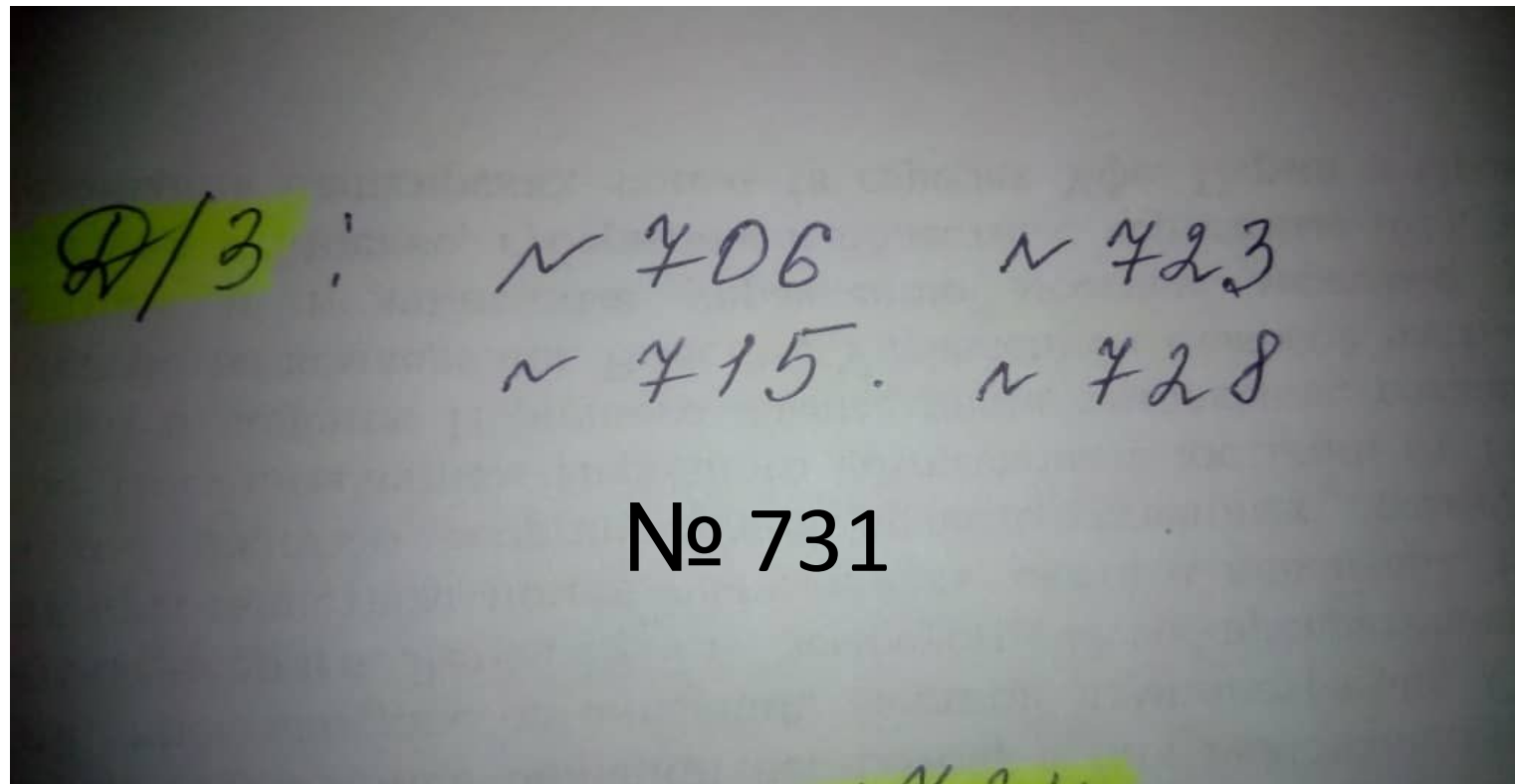
$$b) \cos 420^\circ = \cos (360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$c) \operatorname{tg} 540^\circ = \operatorname{tg} (360^\circ + 180^\circ) = \operatorname{tg} 180^\circ = 0$$

$$2) \operatorname{ctg} 450^\circ = \operatorname{ctg} (360^\circ + 90^\circ) = \operatorname{ctg} 90^\circ = 0$$

1. Выучить значения тригонометрических функций некоторых углов

2.



- найдите приближенное значение $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\alpha = 50^\circ$, 175° , -100° .
- 705** Найдите значение выражения:
 а) $2 \cos 60^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ$; г) $3 \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$;
 б) $5 \sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ$; д) $4 \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sin 60^\circ$;
 в) $2 \sin 30^\circ + 6 \cos 60^\circ - 4 \operatorname{tg} 45^\circ$; е) $12 \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ$.
- 706** Вычислите:
 а) $2 \sin 60^\circ \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ$; в) $7 \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ$;
 б) $2 \sin 45^\circ - 4 \cos 30^\circ$; г) $6 \operatorname{ctg} 60^\circ - 2 \sin 60^\circ$.
- 707** Укажите несколько значений α , при которых:
 а) $\sin \alpha = 1$; б) $\cos \alpha = -1$; в) $\sin \alpha = 0$; г) $\operatorname{tg} \alpha = 0$.
- 708** Укажите несколько значений β , при которых:
 а) $\sin \beta = -1$; б) $\cos \beta = 1$; в) $\cos \beta = 0$; г) $\operatorname{ctg} \beta = 0$.
- 709** Каковы наибольшее и наименьшее значения выражения:
 а) $1 + \sin \alpha$; б) $2 - \cos \alpha$?
- 710** Укажите наибольшее и наименьшее значения выражения:
 а) $1 - \sin \alpha$; б) $2 + \cos \alpha$.
- 711** Укажите несколько углов α , при которых не имеет смысла выражение: а) $\operatorname{tg} \alpha$; б) $\operatorname{ctg} \alpha$.
- 712** Может ли $\sin \alpha$ принимать значение, равное:

- а) $\sqrt{2}$; б) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; в) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$; г) $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$?
- 713** Найдите значение выражения:
 а) $2 \cos 0^\circ - 4 \sin 90^\circ + 5 \operatorname{tg} 180^\circ$;
 б) $2 \operatorname{ctg} 90^\circ - 3 \cos 270^\circ + 5 \sin 0^\circ$;
 в) $\operatorname{tg} 360^\circ - \frac{3}{4} \sin 270^\circ - \frac{1}{4} \cos 180^\circ$.
- 714** Вычислите:
 а) $\sin 0^\circ + 2 \cos 60^\circ$; в) $4 \sin 90^\circ - 3 \cos 180^\circ$;
 б) $\operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ$; г) $3 \operatorname{ctg} 90^\circ - 3 \sin 270^\circ$.
- 715** Найдите значение выражения $\sin \alpha + \cos \alpha$, если:
 а) $\alpha = 0^\circ$; б) $\alpha = 45^\circ$; в) $\alpha = 90^\circ$; г) $\alpha = 180^\circ$.
- 716** Найдите значение выражения $\cos 2\alpha + \cos 3\alpha$, если:
 а) $\alpha = 15^\circ$; б) $\alpha = 30^\circ$; в) $\alpha = 90^\circ$.
- 717** Найдите значение выражения:
 а) $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha$ при $\alpha = 30^\circ$;
 б) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{3}$ при $\alpha = 90^\circ$.

- а) $\cos 280^\circ$; д) $\cos 410^\circ$; з) $\cos(-116^\circ)$;
 б) $\operatorname{tg} 175^\circ$; е) $\operatorname{tg} 500^\circ$; и) $\operatorname{tg}(-210^\circ)$?
- 723** Выясните, какой знак имеет:
 а) $\cos 315^\circ$; в) $\operatorname{tg} 145^\circ$; д) $\cos(-25^\circ)$;
 б) $\sin 109^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 288^\circ$; е) $\operatorname{tg}(-10^\circ)$.
- 724** Углом какой четверти является угол α , если:
 а) $\sin \alpha > 0$ и $\cos \alpha > 0$; г) $\sin \alpha > 0$ и $\operatorname{tg} \alpha > 0$;
 б) $\sin \alpha < 0$ и $\cos \alpha > 0$; д) $\operatorname{tg} \alpha < 0$ и $\cos \alpha > 0$;
 в) $\sin \alpha < 0$ и $\cos \alpha < 0$; е) $\operatorname{ctg} \alpha > 0$ и $\sin \alpha < 0$?
- 725** Определите знак выражения:
 а) $\sin 100^\circ \cdot \cos 300^\circ$; в) $\cos 320^\circ \cdot \operatorname{ctg} 17^\circ$;
 б) $\sin 190^\circ \cdot \operatorname{tg} 200^\circ$; г) $\operatorname{tg} 170^\circ \cdot \cos 400^\circ$.
- 726** В каких четвертях имеют одинаковые знаки:
 а) $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$; б) $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$; в) $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$?
- 727** Найдите значение выражения:
 а) $\sin(-30^\circ)$; в) $\operatorname{tg}(-45^\circ)$; д) $\cos(-90^\circ)$;
 б) $\cos(-60^\circ)$; г) $\operatorname{ctg}(-30^\circ)$; е) $\sin(-45^\circ)$.
- 728** Найдите:
 а) $\sin(-60^\circ)$; в) $\sin(-90^\circ)$;
 б) $\cos(-180^\circ)$; г) $\operatorname{ctg}(-45^\circ)$.
- 729** Найдите значение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла α (если они существуют) при:
 а) $\alpha = 750^\circ$; б) $\alpha = 810^\circ$; в) $\alpha = 1260^\circ$.
- 730** Найдите: а) $\sin 390^\circ$; б) $\cos 420^\circ$; в) $\operatorname{tg} 540^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 450^\circ$.

- 731** Найдите значение выражения:
 а) $\sin 405^\circ$; б) $\cos 720^\circ$; в) $\operatorname{tg} 390^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 630^\circ$.
- 732** Вычислите:
 а) $\sin(-720^\circ)$; в) $\cos(-780^\circ)$;
 б) $\cos(-405^\circ)$; г) $\operatorname{ctg}(-1110^\circ)$.
- 733** Найдите:
 а) $\operatorname{tg}(-900^\circ)$; б) $\operatorname{ctg}(-780^\circ)$; в) $\sin(-1125^\circ)$.
- Упражнения для повторения**
- 734** Найдите значение выражения
 $\frac{x^2 - y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{x^2 y^2}{x + y}$ при $x = -0,12$ и $y = 0,5$.
- 735** Решите неравенство:
 а) $x^2 - x - 56 < 0$; в) $4x^2 \leq 1$;
 б) $3x^2 - 29x - 10 > 0$; г) $\frac{1}{4} - x + x^2 > 0$.