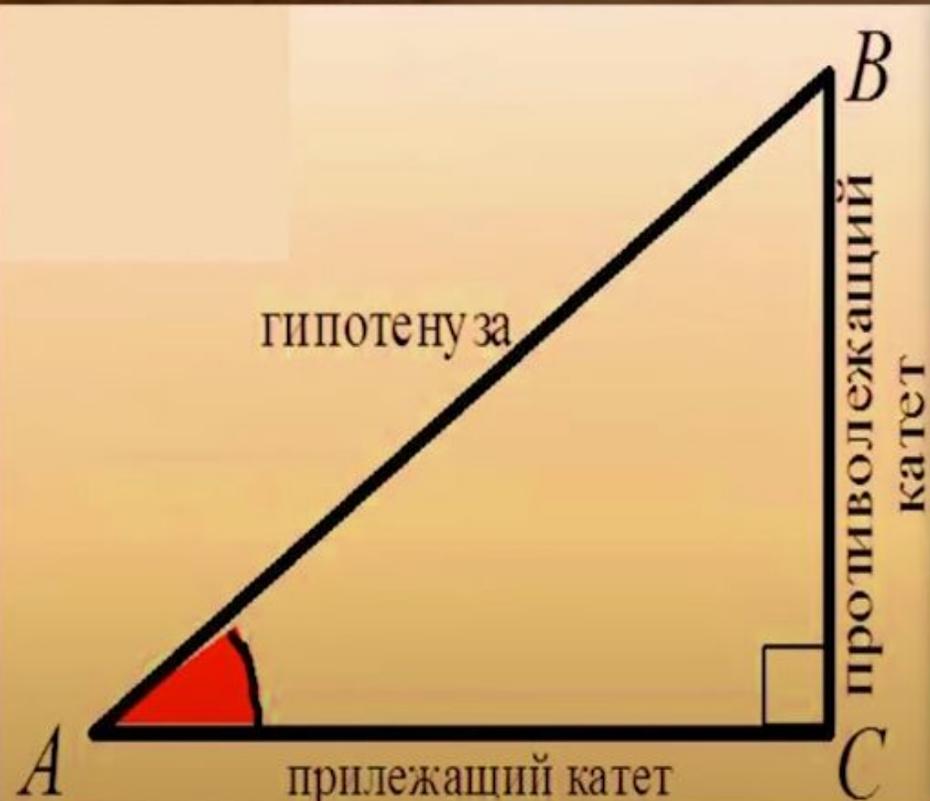


Определение синуса, косинуса,  
тангенса и котангенса и их свойства

# Тригонометрические функции угла A

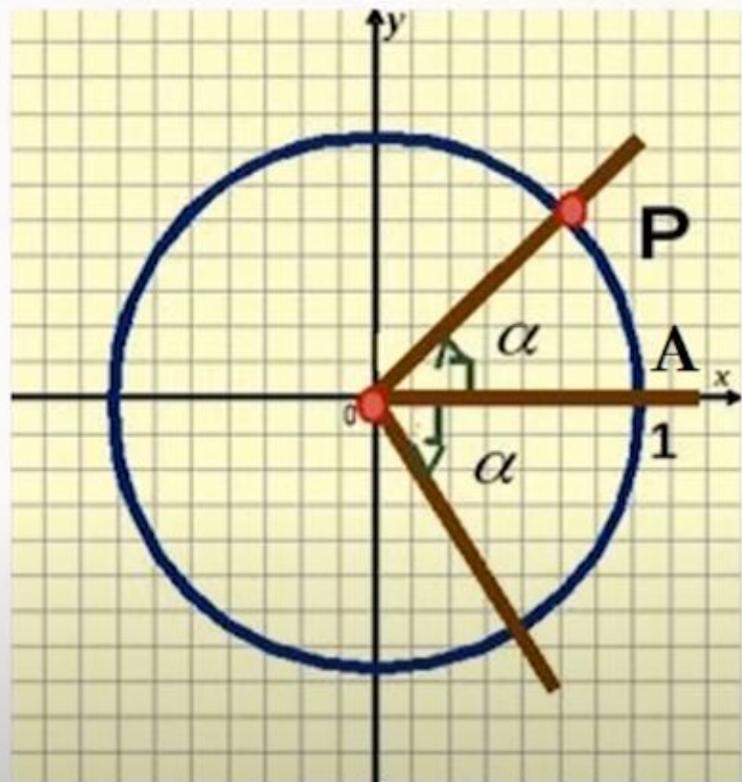


$$\sin A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{ctg} A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}} = \frac{AC}{BC}$$



$$\alpha > 0$$



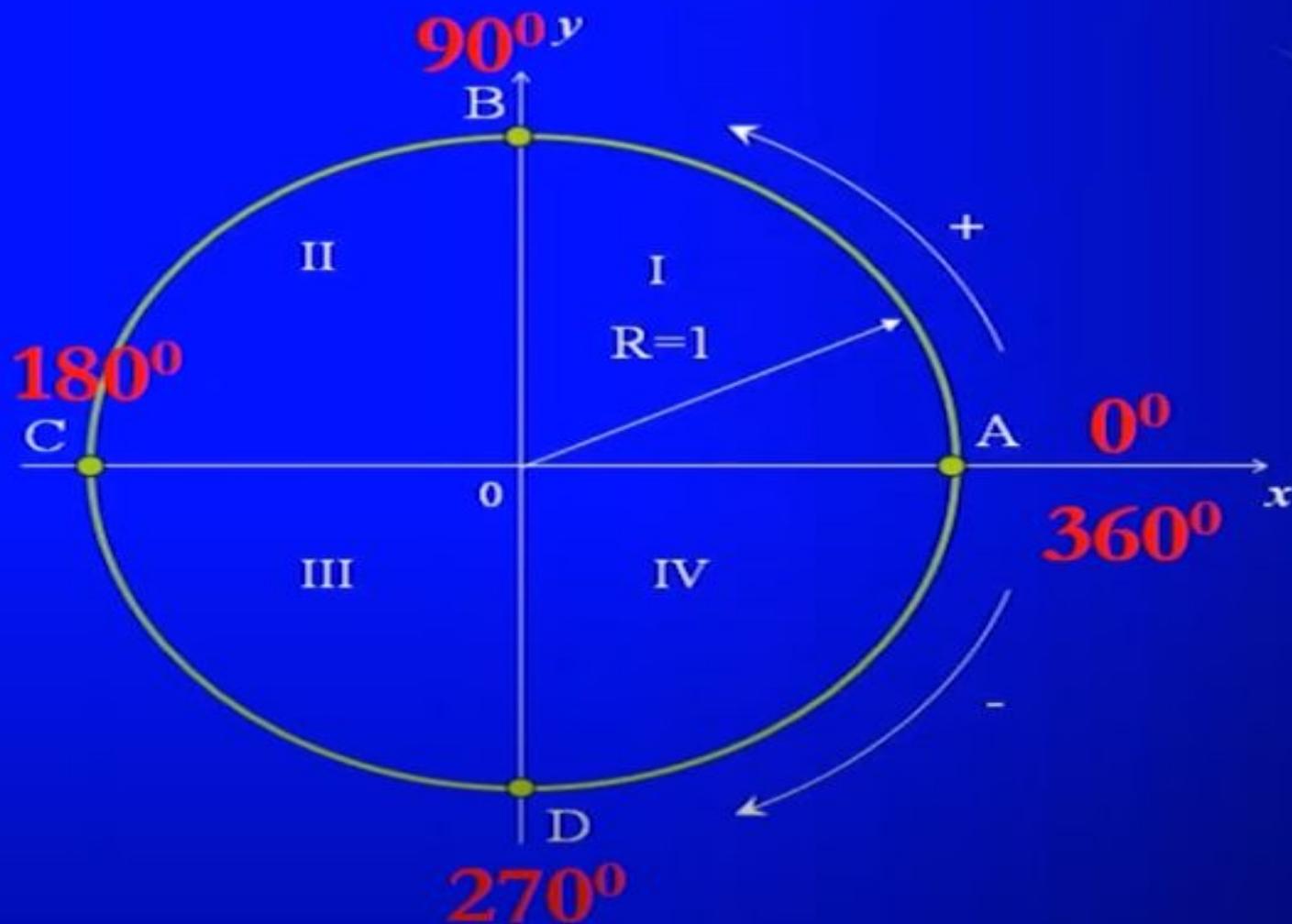
**Положительное  
направление поворота:  
против часовой стрелки.**

$$\alpha < 0$$



**Отрицательное  
направление поворота:  
по часовой стрелке.**

# Тригонометрическая окружность



**Углом какой четверти является угол  $\alpha$ ,  
если:**

- 1)  $\alpha = 283^\circ$ ;
- 2)  $\alpha = 190^\circ$ ;
- 3)  $\alpha = 100^\circ$ ;
- 4)  $\alpha = -20^\circ$ ;
- 5)  $\alpha = -110^\circ$ ;
- 6)  $\alpha = 4200^\circ$ .

Углом какой четверти является угол  $\alpha$ ,  
если:

1)  $\alpha = 283^{\circ}$ ;

2)  $\alpha = 190^{\circ}$ ;

3)  $\alpha = 100^{\circ}$ ;

4)  $\alpha = -20^{\circ}$ ;

5)  $\alpha = -110^{\circ}$ ;

6)  $\alpha = 4200^{\circ}$ .

1)  $\alpha \in 4$  четверти;

2)  $\alpha \in 3$  четверти;

3)  $\alpha \in 2$  четверти;

4)  $\alpha \in 4$  четверти;

5)  $\alpha \in 3$  четверти;

6)  $\alpha \in ?$  четверти.

$4200:360 = 11(\text{ост. } 240)$ ,  $\alpha = 240^{\circ} \in 3$  четверти.

№ 700

Определите, устно какой<sup>2</sup> четверти  
является угол  $\alpha$ , если:

а)  $\alpha = 179^\circ$

б)  $\alpha = -150^\circ$

г)  $\alpha = 800^\circ$

в)  $\alpha = 325^\circ$

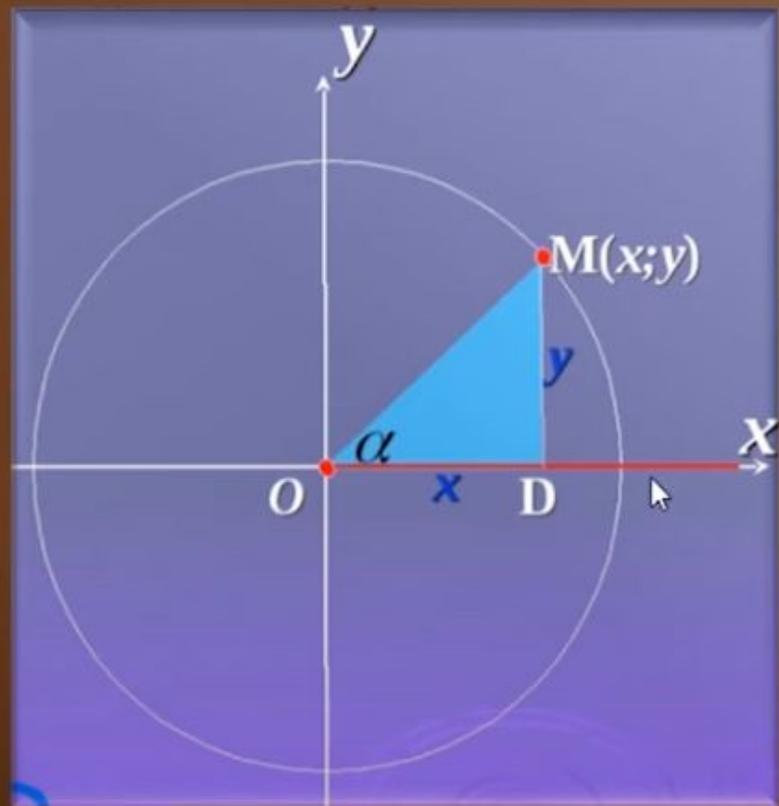
з)  $\alpha = -10^\circ$

е)  $\alpha = 10000^\circ$

$$10000 : 360 = 27 \text{ (ост. } 280),$$

$$d = 280 \in 4 \text{ чема.}$$

# Синус, косинус, тангенс, котангенс угла.



$\triangle OMD$  - прямоугольный

$$\sin \alpha = \frac{MD}{OM}$$

$$MD = y$$

$$OM = 1$$



$$\sin \alpha = y$$

**Синус угла** – ордината  $y$  точки  $M$

$$\cos \alpha = \frac{OD}{OM}$$

$$OD = x$$

$$OM = 1$$



$$\cos \alpha = x$$

**Косинус угла** – абсцисса  $x$  точки  $M$

$$tg \alpha = \frac{MD}{OD}$$

$$tg = \frac{y}{x}$$

$$tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$ctg \alpha = \frac{OD}{DM}$$

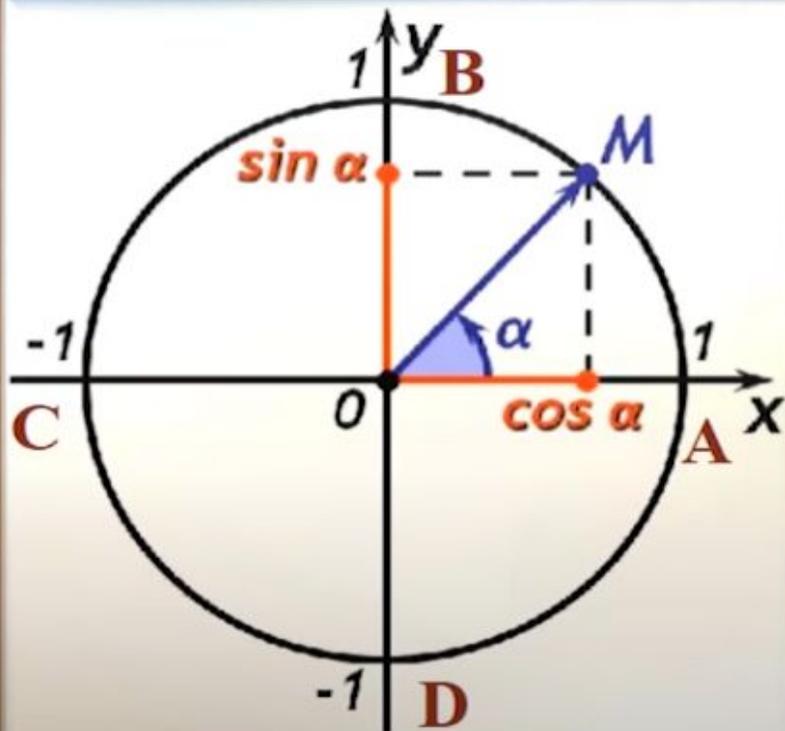
$$ctg \alpha = \frac{x}{y}$$

$$ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

# ЭНЦИКЛОПЕДИЯ БИЛИМ ИЛИМ

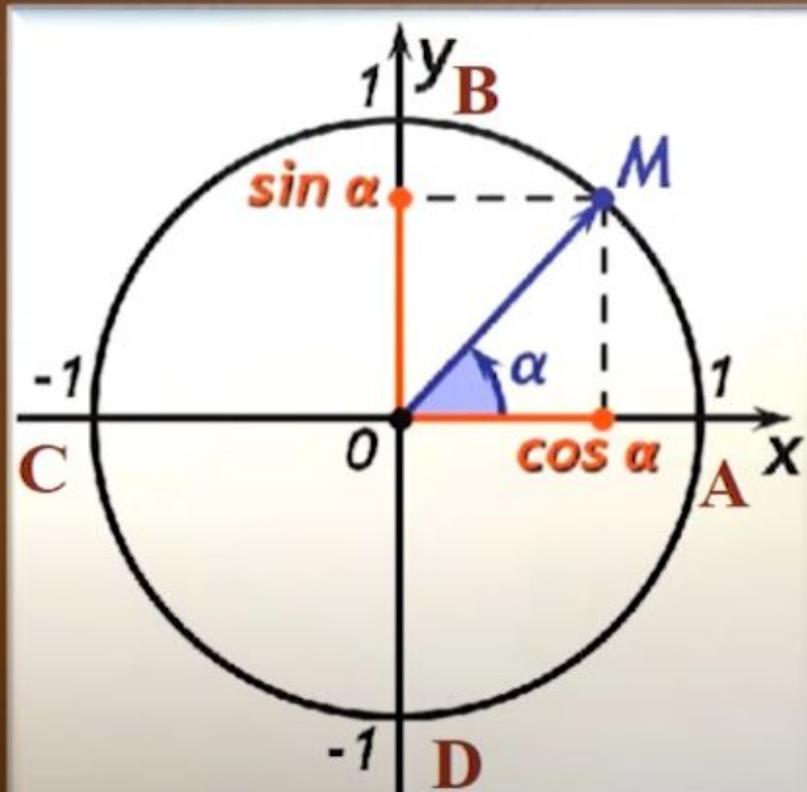
## Синус, косинус, тангенс, котангенс некоторых углов.

БИЛИМ ИЛИМ



Угол в градусах	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\operatorname{tg} \alpha$					
$\operatorname{ctg} \alpha$					

# Синус, косинус, тангенс, котангенс некоторых углов.



Угол в градусах	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	не сущ.	0	не сущ.	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	не сущ.	0	не сущ.	0	не сущ.

$\alpha$	$0^{\circ}$	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$60^{\circ}$	$90^{\circ}$	$180^{\circ}$	$270^{\circ}$	$360^{\circ}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	—	0	—

$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не опр.	0	не опр.

$$2 \cos 60^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 1 + 1,5 = 2,5$$

705. Найдите значение выражения:

а)  $2 \cos 60^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ$ ;

г)  $3 \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$ ;

б)  $5 \sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ$ ;

д)  $4 \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sin 60^\circ$ ;

в)  $2 \sin 30^\circ + 6 \cos 60^\circ - 4 \operatorname{tg} 45^\circ$ ;

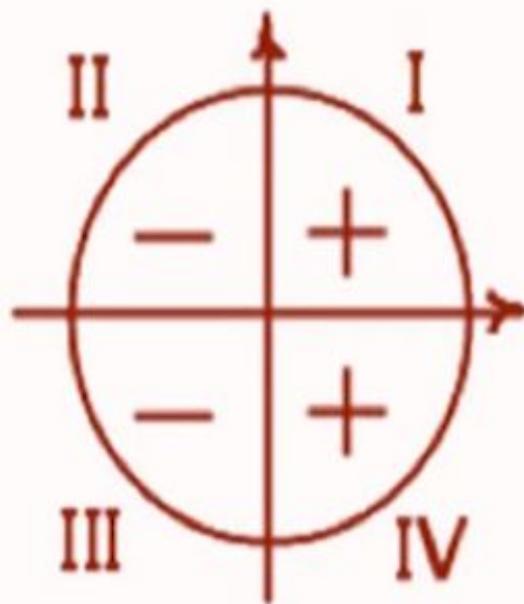
е)  $12 \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ$

# Знаки тригонометрических функций

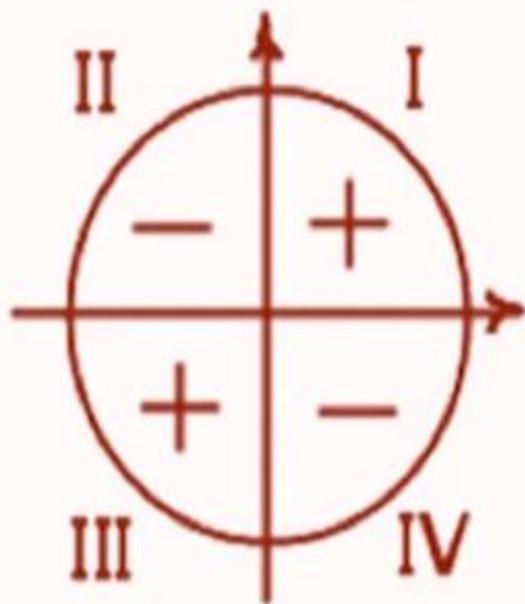
$\sin a$



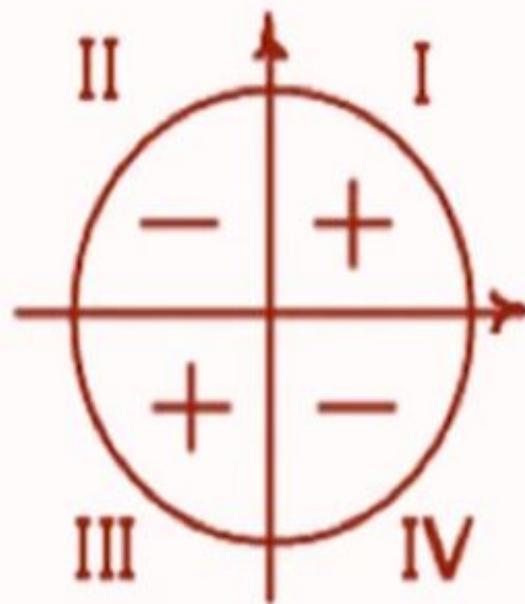
$\cos a$

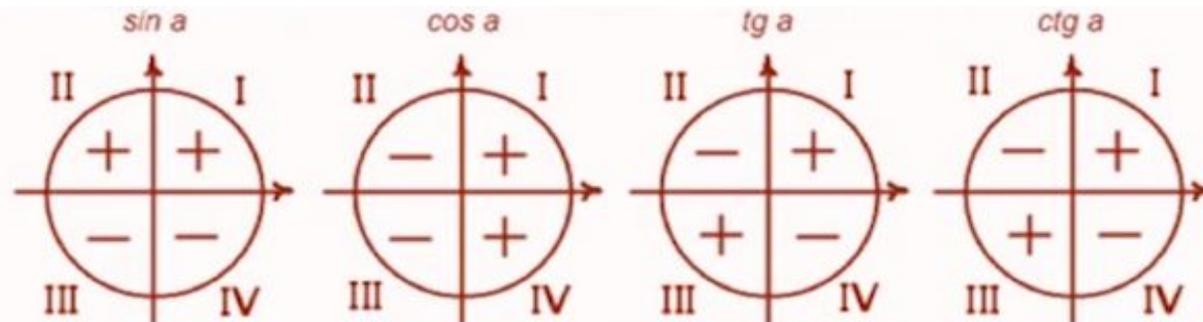


$\operatorname{tg} a$



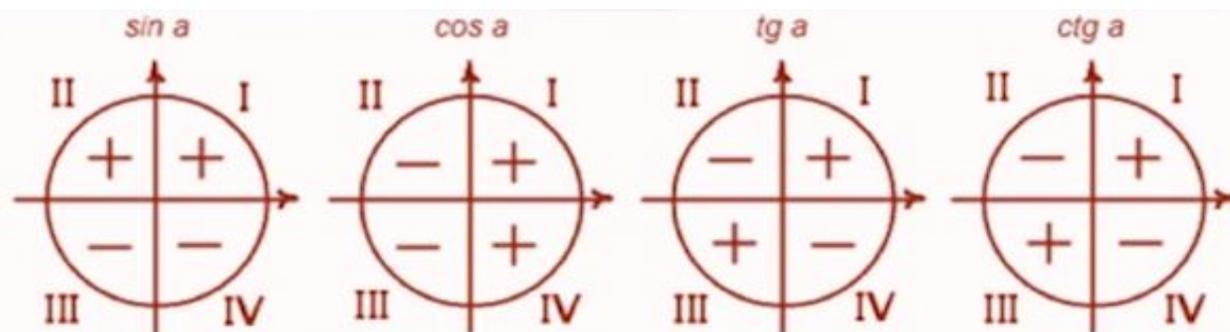
$\operatorname{ctg} a$





**Какой знак имеет:**

- 1)  $\sin 179^\circ$ ;
- 2)  $\cos 280^\circ$ ;
- 3)  $\operatorname{tg} 175^\circ$ ;
- 4)  $\operatorname{ctg} 359^\circ$ ;
- 5)  $\cos 410^\circ$ ;
- 6)  $\operatorname{tg} 500^\circ$ ;
- 7)  $\sin(-175^\circ)$ ;
- 8)  $\cos(-116^\circ)$



### Какой знак имеет:

- |                                     |                                   |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $\sin 179^\circ$ ;               | 1) $+$ , $\alpha \in 2$ четверти; |
| 2) $\cos 280^\circ$ ;               | 2) $+$ , $\alpha \in 4$ четверти; |
| 3) $\operatorname{tg} 175^\circ$ ;  | 3) $-$ , $\alpha \in 2$ четверти; |
| 4) $\operatorname{ctg} 359^\circ$ ; | 4) $-$ , $\alpha \in 4$ четверти; |
| 5) $\cos 410^\circ$ ;               | 5) $+$ , $\alpha \in 1$ четверти; |
| 6) $\operatorname{tg} 500^\circ$ ;  | 6) $-$ , $\alpha \in 2$ четверти; |
| 7) $\sin(-175^\circ)$ ;             | 7) $-$ , $\alpha \in 3$ четверти; |
| 8) $\cos(-116^\circ)$               | 8) $-$ , $\alpha \in 3$ четверти. |

№ 724

Угол  $\alpha$  второй четверти является  
угол  $\alpha$ , если:

a)  $\sin \alpha > 0$  и  $\cos \alpha > 0$

б)  $\sin \alpha < 0$  и  $\cos \alpha > 0$

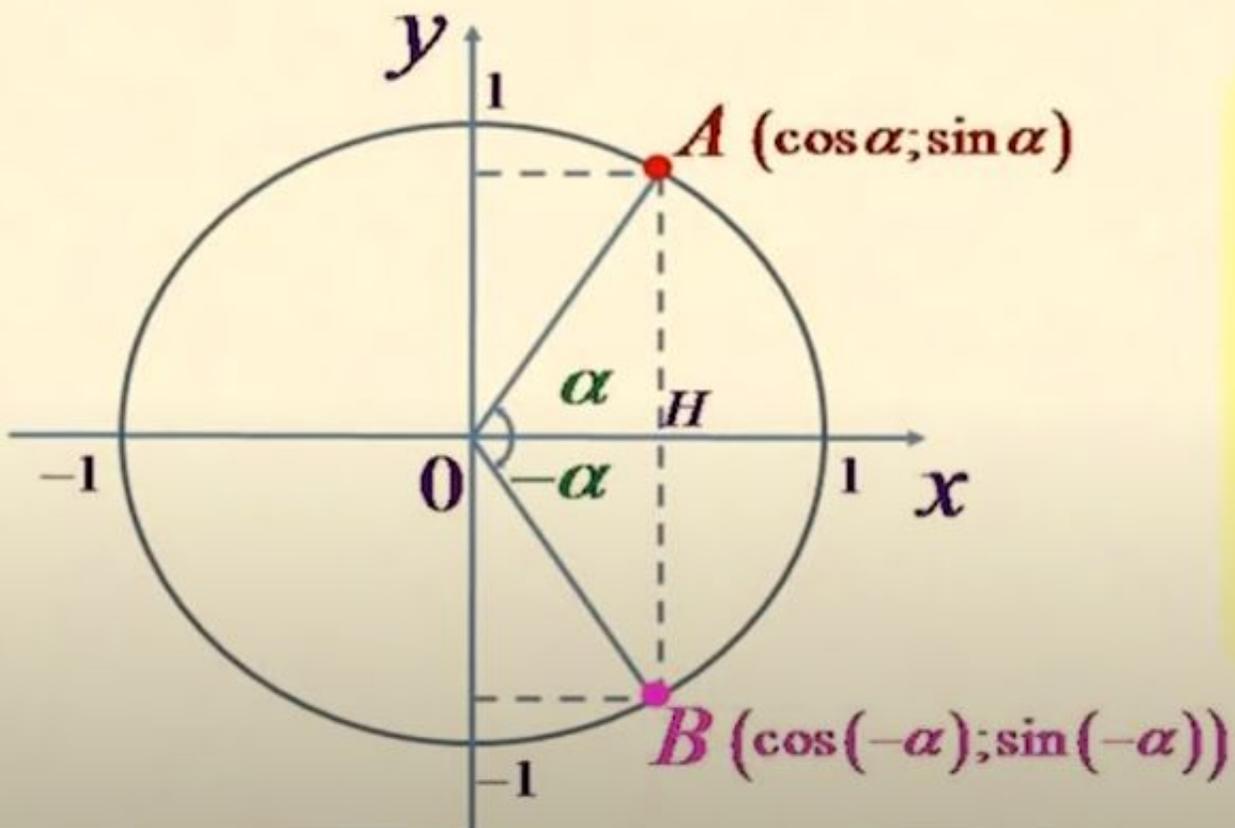
в)  $\sin \alpha < 0$  и  $\cos \alpha < 0$

г)  $\sin \alpha > 0$  и  $\operatorname{tg} \alpha > 0$

д)  $\operatorname{tg} \alpha < 0$  и  $\cos \alpha > 0$

# Формулы, выражающие зависимость между тригонометрическими функциями противоположных углов

Синус, косинус, тангенс и котангенс углов  $\alpha$  и  $-\alpha$ .



$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

№ 727

Найдите значение выражения:

а)  $\sin(-30^\circ)$     б)  $\operatorname{tg}(-45^\circ)$     г)  $\cos(-90^\circ)$

д)  $\cos(-60^\circ)$     з)  $\operatorname{ctg}(-30^\circ)$     е)  $\sin(-45^\circ)$

N 727

$$a) \sin(-30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$b) \cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

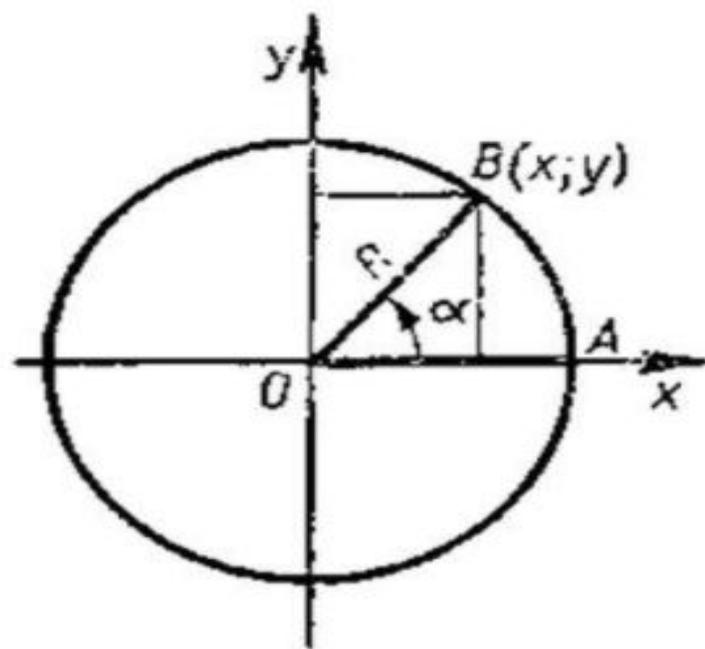
$$c) \operatorname{tg}(-45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$$

$$d) \operatorname{ctg}(-30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3}$$

$$e) \cos(-90^\circ) = \cos 90^\circ = 0$$

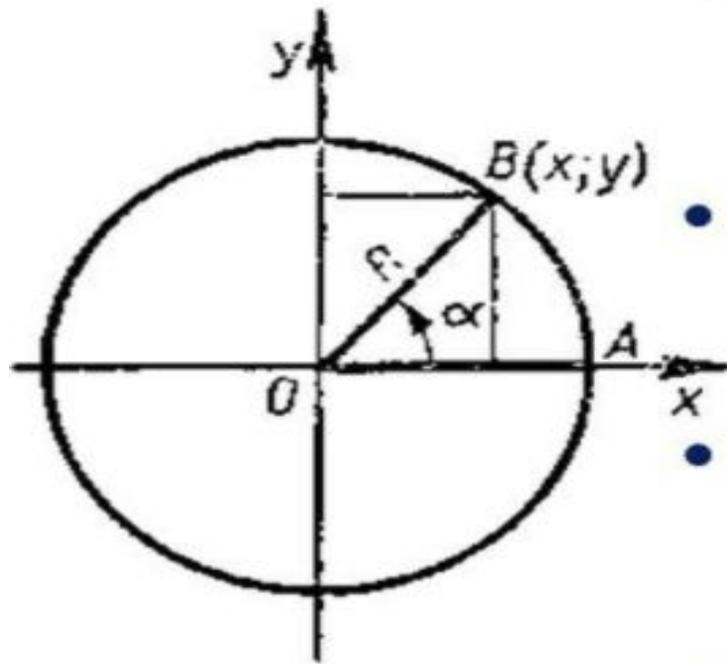
$$f) \sin(-45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

### 3. Изменение угла



- При изменении угла на полное число оборотов значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса не изменяются.

### 3. Изменение угла



- $\sin ( n \cdot 360^0 + \alpha ) = \sin ( \alpha )$

- $\cos ( n \cdot 360^0 + \alpha ) = \cos ( \alpha )$

- $\text{tg} ( n \cdot 360^0 + \alpha ) = \text{tg} ( \alpha )$

- $\text{ctg} ( n \cdot 360^0 + \alpha ) = \text{ctg} ( \alpha )$

# Примеры

Найди значение:

$$\cos(765^\circ) =$$

$$\cos(2 \cdot 360^\circ + 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

N 730

$$a) \sin 390^\circ =$$

$$b) \cos 420^\circ =$$

$$c) \operatorname{tg} 540^\circ =$$

$$2) \operatorname{ctg} 450^\circ =$$

N 730

$$a) \sin 390^\circ = \sin (360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

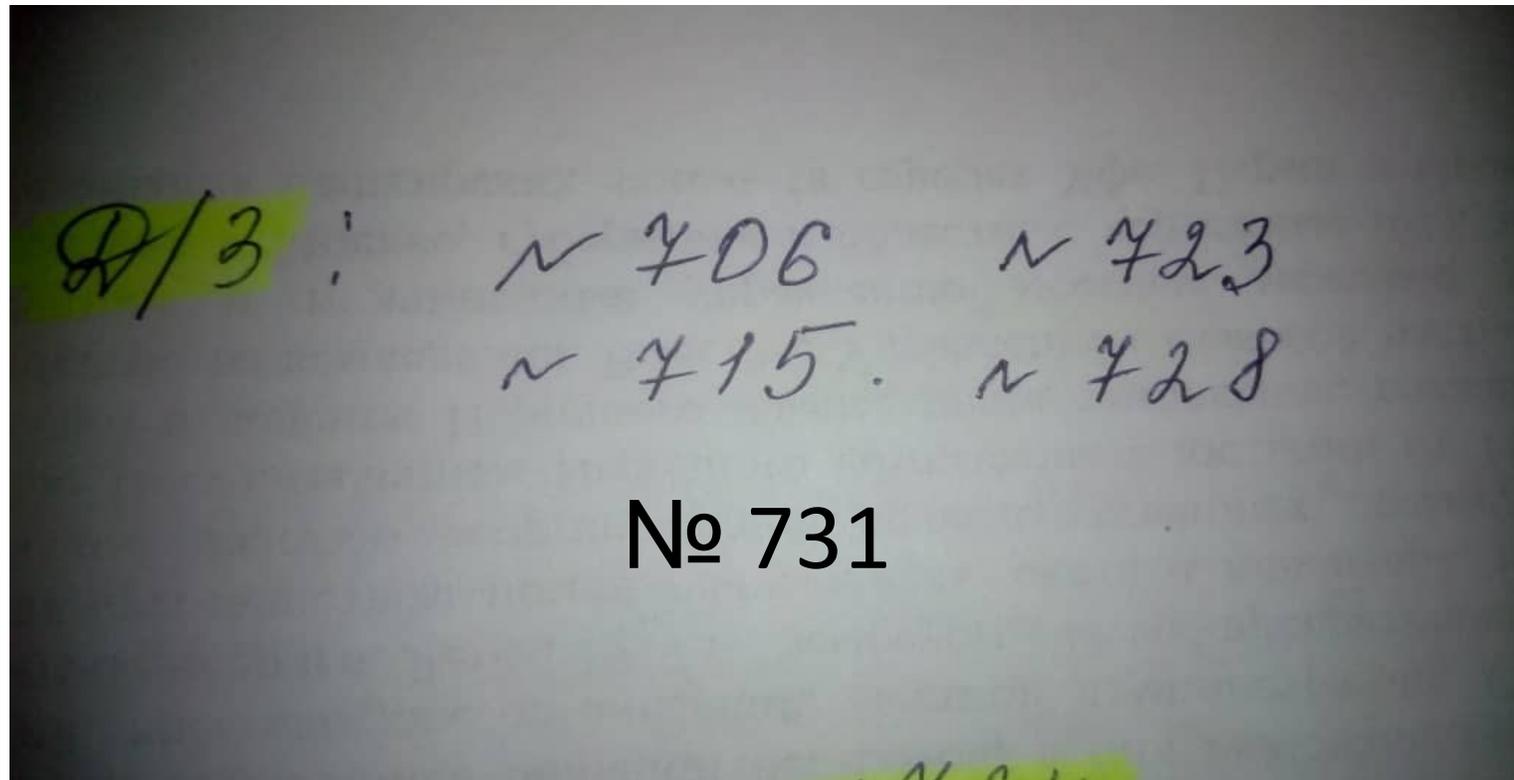
$$b) \cos 420^\circ = \cos (360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$c) \operatorname{tg} 540^\circ = \operatorname{tg} (360^\circ + 180^\circ) = \operatorname{tg} 180^\circ = 0$$

$$2) \operatorname{ctg} 450^\circ = \operatorname{ctg} (360^\circ + 90^\circ) = \operatorname{ctg} 90^\circ = 0$$

1. Выучить значения тригонометрических функций некоторых углов

2.



- найдите приближенное значение  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\alpha = 50^\circ$ ,  $175^\circ$ ,  $-100^\circ$ .
- 705** Найдите значение выражения:  
 а)  $2 \cos 60^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ$ ; г)  $3 \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$ ;  
 б)  $5 \sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ$ ; д)  $4 \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sin 60^\circ$ ;  
 в)  $2 \sin 30^\circ + 6 \cos 60^\circ - 4 \operatorname{tg} 45^\circ$ ; е)  $12 \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ$ .
- 706** Вычислите:  
 а)  $2 \sin 60^\circ \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ$ ; в)  $7 \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ$ ;  
 б)  $2 \sin 45^\circ - 4 \cos 30^\circ$ ; г)  $6 \operatorname{ctg} 60^\circ - 2 \sin 60^\circ$ .
- 707** Укажите несколько значений  $\alpha$ , при которых:  
 а)  $\sin \alpha = 1$ ; б)  $\cos \alpha = -1$ ; в)  $\sin \alpha = 0$ ; г)  $\operatorname{tg} \alpha = 0$ .
- 708** Укажите несколько значений  $\beta$ , при которых:  
 а)  $\sin \beta = -1$ ; б)  $\cos \beta = 1$ ; в)  $\cos \beta = 0$ ; г)  $\operatorname{ctg} \beta = 0$ .
- 709** Каковы наибольшее и наименьшее значения выражения:  
 а)  $1 + \sin \alpha$ ; б)  $2 - \cos \alpha$ ?
- 710** Укажите наибольшее и наименьшее значения выражения:  
 а)  $1 - \sin \alpha$ ; б)  $2 + \cos \alpha$ .
- 711** Укажите несколько углов  $\alpha$ , при которых не имеет смысла выражение: а)  $\operatorname{tg} \alpha$ ; б)  $\operatorname{ctg} \alpha$ .
- 712** Может ли  $\sin \alpha$  принимать значение, равное:

- а)  $\sqrt{2}$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ; в)  $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ ; г)  $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$ ?
- 713** Найдите значение выражения:  
 а)  $2 \cos 0^\circ - 4 \sin 90^\circ + 5 \operatorname{tg} 180^\circ$ ;  
 б)  $2 \operatorname{ctg} 90^\circ - 3 \cos 270^\circ + 5 \sin 0^\circ$ ;  
 в)  $\operatorname{tg} 360^\circ - \frac{3}{4} \sin 270^\circ - \frac{1}{4} \cos 180^\circ$ .
- 714** Вычислите:  
 а)  $\sin 0^\circ + 2 \cos 60^\circ$ ; в)  $4 \sin 90^\circ - 3 \cos 180^\circ$ ;  
 б)  $\operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ$ ; г)  $3 \operatorname{ctg} 90^\circ - 3 \sin 270^\circ$ .
- 715** Найдите значение выражения  $\sin \alpha + \cos \alpha$ , если:  
 а)  $\alpha = 0^\circ$ ; б)  $\alpha = 45^\circ$ ; в)  $\alpha = 90^\circ$ ; г)  $\alpha = 180^\circ$ .
- 716** Найдите значение выражения  $\cos 2\alpha + \cos 3\alpha$ , если:  
 а)  $\alpha = 15^\circ$ ; б)  $\alpha = 30^\circ$ ; в)  $\alpha = 90^\circ$ .
- 717** Найдите значение выражения:  
 а)  $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha$  при  $\alpha = 30^\circ$ ;  
 б)  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{3}$  при  $\alpha = 90^\circ$ .

- а)  $\cos 280^\circ$ ; б)  $\cos 315^\circ$ ; в)  $\sin 109^\circ$ ;  
 д)  $\cos 410^\circ$ ; е)  $\operatorname{tg} 500^\circ$ ;  
 з)  $\cos(-116^\circ)$ ; и)  $\operatorname{tg}(-210^\circ)$ ?
- 723** Выясните, какой знак имеет:  
 а)  $\cos 315^\circ$ ; б)  $\sin 109^\circ$ ;  
 в)  $\operatorname{tg} 145^\circ$ ; г)  $\operatorname{ctg} 288^\circ$ ;  
 д)  $\cos(-25^\circ)$ ; е)  $\operatorname{tg}(-10^\circ)$ .
- 724** Углом какой четверти является угол  $\alpha$ , если:  
 а)  $\sin \alpha > 0$  и  $\cos \alpha > 0$ ; б)  $\sin \alpha < 0$  и  $\cos \alpha > 0$ ;  
 в)  $\sin \alpha < 0$  и  $\cos \alpha < 0$ ; г)  $\sin \alpha > 0$  и  $\operatorname{tg} \alpha > 0$ ;  
 д)  $\operatorname{tg} \alpha < 0$  и  $\cos \alpha > 0$ ;  
 е)  $\operatorname{ctg} \alpha > 0$  и  $\sin \alpha < 0$ ?
- 725** Определите знак выражения:  
 а)  $\sin 100^\circ \cdot \cos 300^\circ$ ; б)  $\sin 190^\circ \cdot \operatorname{tg} 200^\circ$ ;  
 в)  $\cos 320^\circ \cdot \operatorname{ctg} 17^\circ$ ;  
 г)  $\operatorname{tg} 170^\circ \cdot \cos 400^\circ$ .
- 726** В каких четвертях имеют одинаковые знаки:  
 а)  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$ ; б)  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{ctg} \alpha$ ; в)  $\cos \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ ?
- 727** Найдите значение выражения:  
 а)  $\sin(-30^\circ)$ ; б)  $\cos(-60^\circ)$ ;  
 в)  $\operatorname{tg}(-45^\circ)$ ; г)  $\operatorname{ctg}(-30^\circ)$ ;  
 д)  $\cos(-90^\circ)$ ; е)  $\sin(-45^\circ)$ .
- 728** Найдите:  
 а)  $\sin(-60^\circ)$ ; б)  $\cos(-180^\circ)$ ;  
 в)  $\sin(-90^\circ)$ ; г)  $\operatorname{ctg}(-45^\circ)$ .
- 729** Найдите значение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла  $\alpha$  (если они существуют) при:  
 а)  $\alpha = 750^\circ$ ; б)  $\alpha = 810^\circ$ ; в)  $\alpha = 1260^\circ$ .
- 730** Найдите: а)  $\sin 390^\circ$ ; б)  $\cos 420^\circ$ ; в)  $\operatorname{tg} 540^\circ$ ; г)  $\operatorname{ctg} 450^\circ$ .

- 731** Найдите значение выражения:  
 а)  $\sin 405^\circ$ ; б)  $\cos 720^\circ$ ; в)  $\operatorname{tg} 390^\circ$ ; г)  $\operatorname{ctg} 630^\circ$ .
- 732** Вычислите:  
 а)  $\sin(-720^\circ)$ ; б)  $\cos(-405^\circ)$ ;  
 в)  $\cos(-780^\circ)$ ; г)  $\operatorname{ctg}(-1110^\circ)$ .
- 733** Найдите:  
 а)  $\operatorname{tg}(-900^\circ)$ ; б)  $\operatorname{ctg}(-780^\circ)$ ; в)  $\sin(-1125^\circ)$ .
- Упражнения для повторения**
- 734** Найдите значение выражения  
 $\frac{x^2 - y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{x^2 y^2}{x + y}$  при  $x = -0,12$  и  $y = 0,5$ .
- 735** Решите неравенство:  
 а)  $x^2 - x - 56 < 0$ ; б)  $3x^2 - 29x - 10 > 0$ ;  
 в)  $4x^2 \leq 1$ ; г)  $\frac{1}{4} - x + x^2 > 0$ .