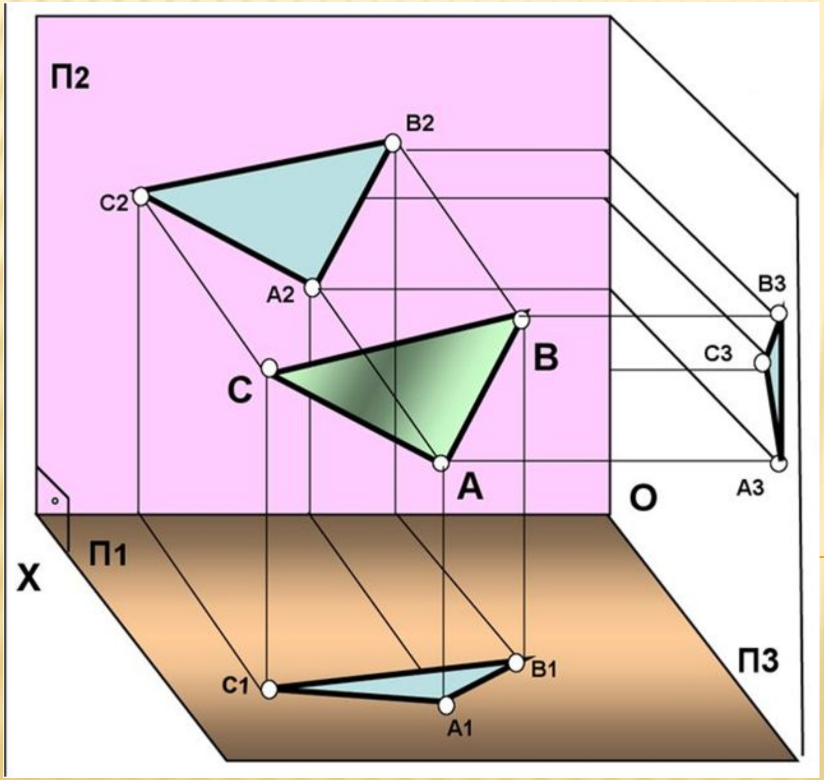
ЛЕКЦИЯ №3

ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ



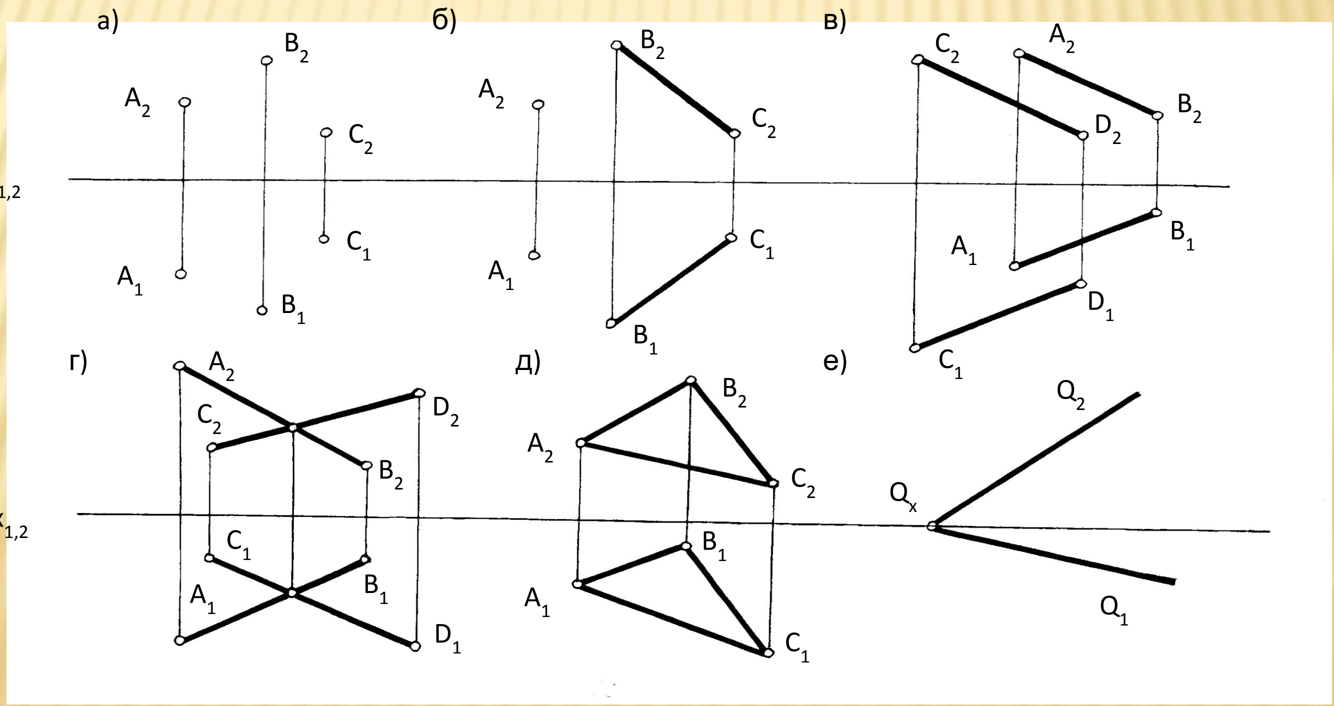
Разработал: канд.пед.наук, доцент каф. НГГ
Брыкова Людмила Валерьевна

План лекции:

1) Задание и изображение плоскости.
2) Следы плоскости.
3) Положение плоскости относительно плоскостей проекций.
4) Точка и прямая, расположенные в плоскости.
5) Главные линии плоскости.
6) Определение углов наклона плоскости к плоскостям проекций.
7) Взаимное положение прямой и плоскости.
8) Взаимное расположение двух плоскостей.

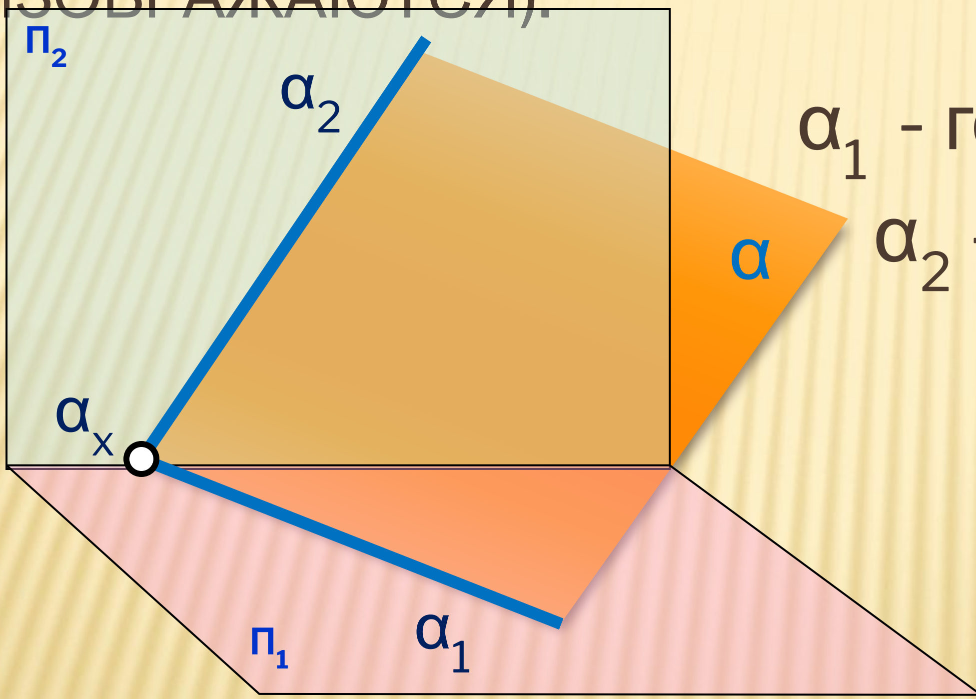
1. ЗАДАНИЕ И ИЗОБРАЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ

а) тремя точками, не лежащими на одной прямой
б) прямой и точкой, не лежащей на этой прямой
в) двумя параллельными прямыми
г) двумя пересекающимися прямыми
д) любой плоской геометрической фигурой
е) следами



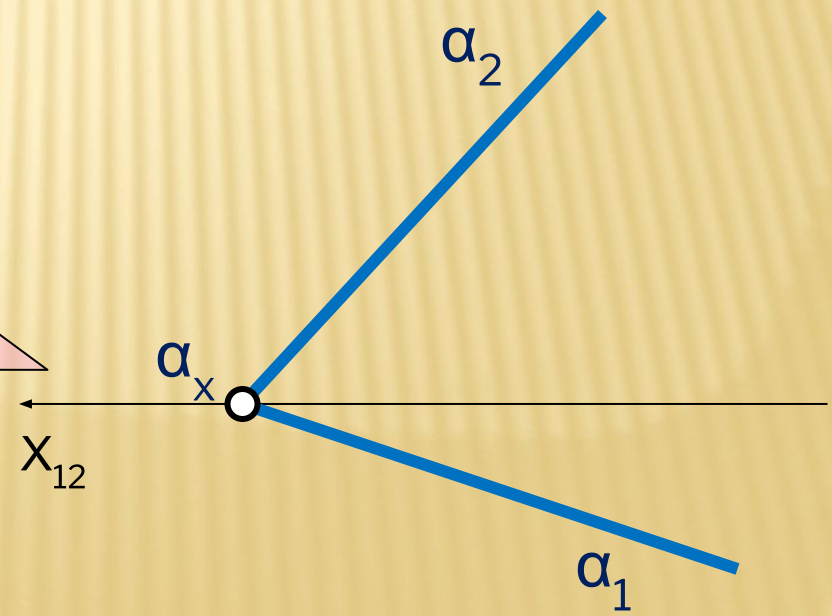
2. СЛЕДЫ ПЛОСКОСТИ

<u>СЛЕДОМ</u> НАЗЫВАЮТ ЛИНИЮ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДАННОЙ ПЛОСКОСТИ С ПЛОСКОСТЬЮ ПРОЕКЦИЙ (ПРОЕКЦИИ СЛЕДОВ, СОВПАДАЮЩИЕ С ОСЬЮ, НЕ ИЗОБРАЖАЮТСЯ).



α_1 - горизонтальный след;

α_2 – фронтальный след;



3. ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

- Плоскость
  - Частного положения
    - **Плоскости уровня (//*П1, П2,П3*)**
    - **Проецирующие плоскости (⊥*П1,П2,П3*)**
  - Общего положения

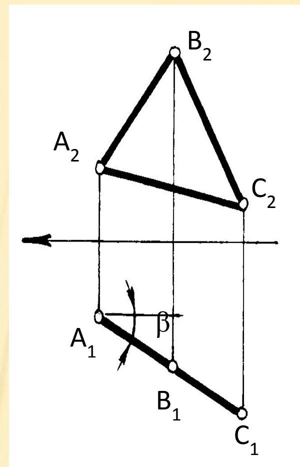
ПЛОСКОСТЬ ⊥ К ОДНОЙ ИЗ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ, НАЗЫВАЕТСЯ <u>ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ.</u>

а).плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости $П_1$, называется *горизонтально проецирующей*.

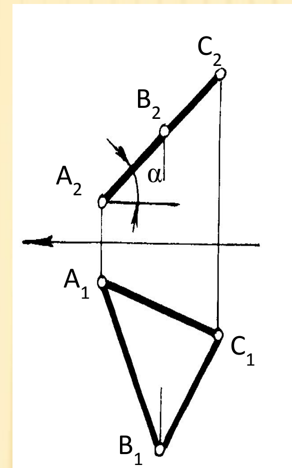
б) плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций $П_2$, называется *фронтально проецирующей*.

в) плоскость, перпендикулярная профильной плоскости проекций $П_3$, называется *профильно проецирующей.*

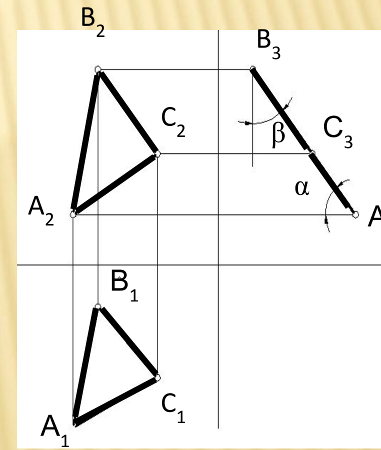
а)

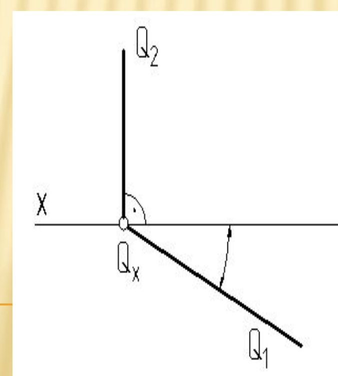


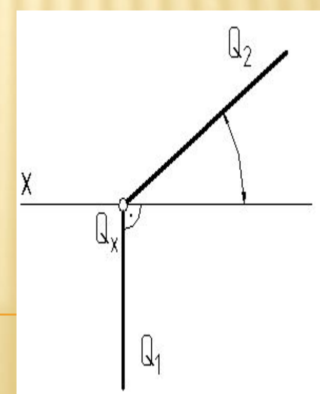
б)

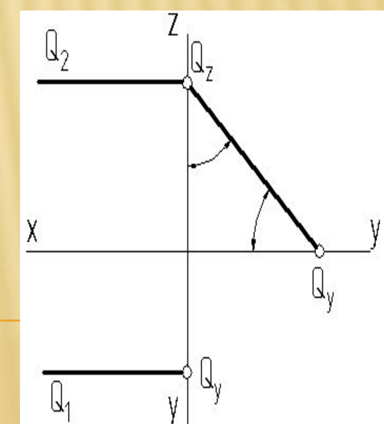


в)









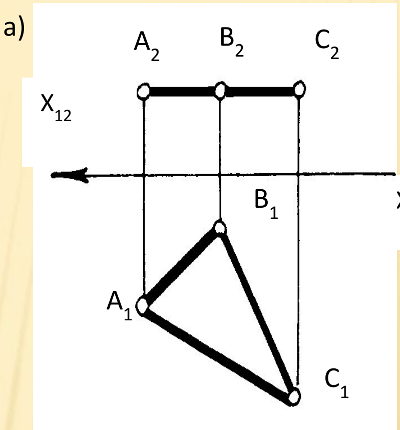
ПЛОСКОСТЬ, //КАКОЙ-ЛИБО ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИИ, НАЗЫВАЮТ <u>ПЛОСКОСТЬЮ УРОВНЯ.</u>

а) плоскость, параллельная плоскости $П_1$, называется *горизонтальной плоскостью уровня*;

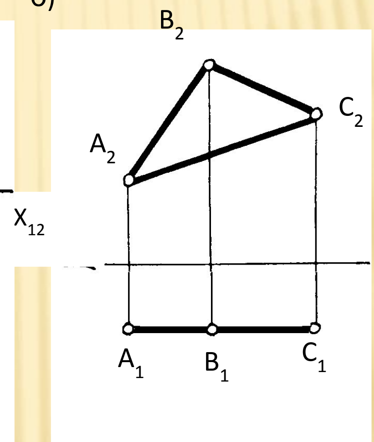
б) плоскость, параллельная плоскости $П_2$, называется *фронтальной плоскостью уровня;*

в) плоскость, параллельная плоскости $П_3$, называется *профильной плоскостью уровня*.

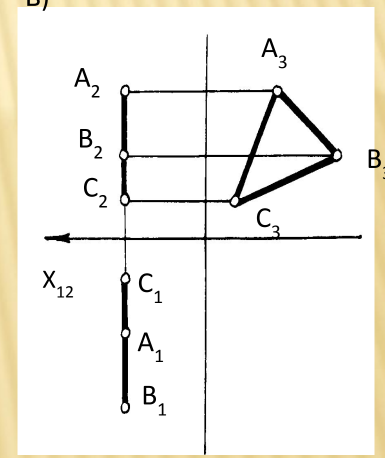
а)



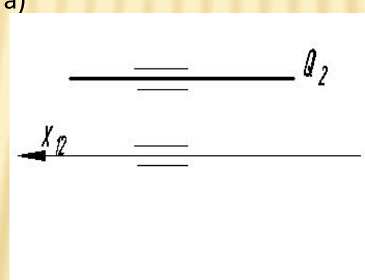
б)



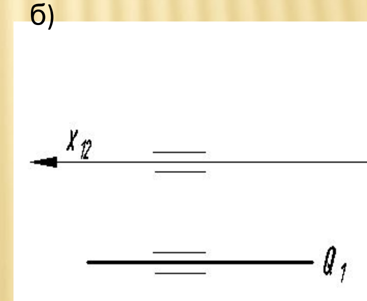
в)



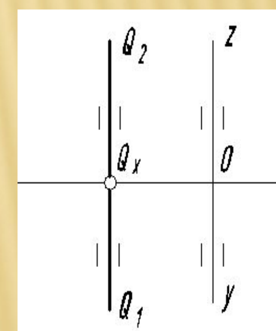
а)



б)

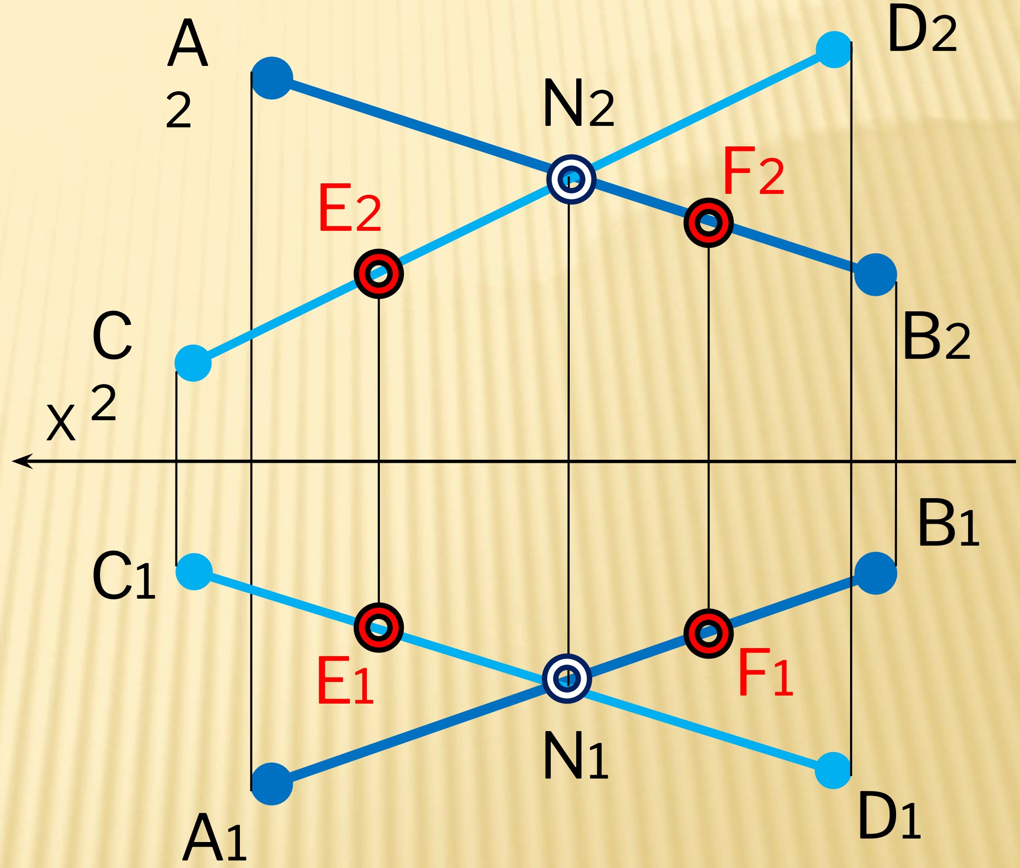


в)



4. ТОЧКА И ПРЯМАЯ, РАСПОЛОЖЕННЫЕ В ПЛОСКОСТИ

Точка принадлежит плоскости, если она находится на прямой, лежащей в этой плоскости.



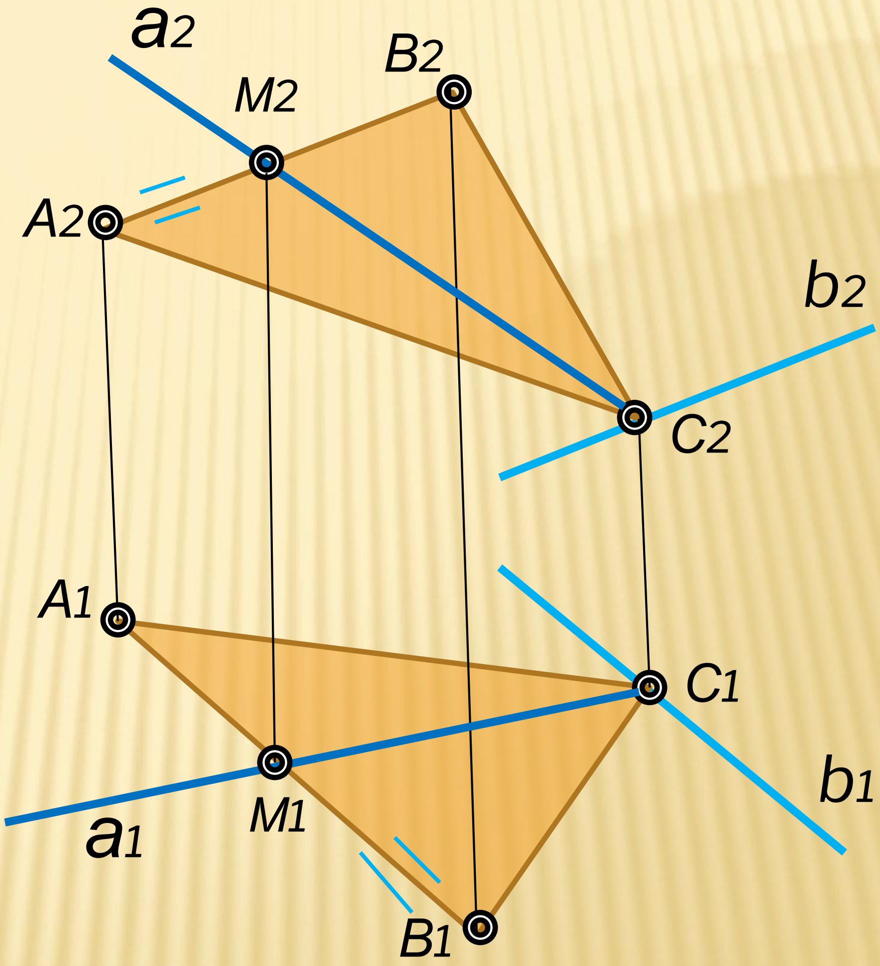
Плоскость задана AB⌈
⌉CD⇒
т .N лежит в этой плоскости, также как и точки E и F , которые лежат на прямых AB и CD.

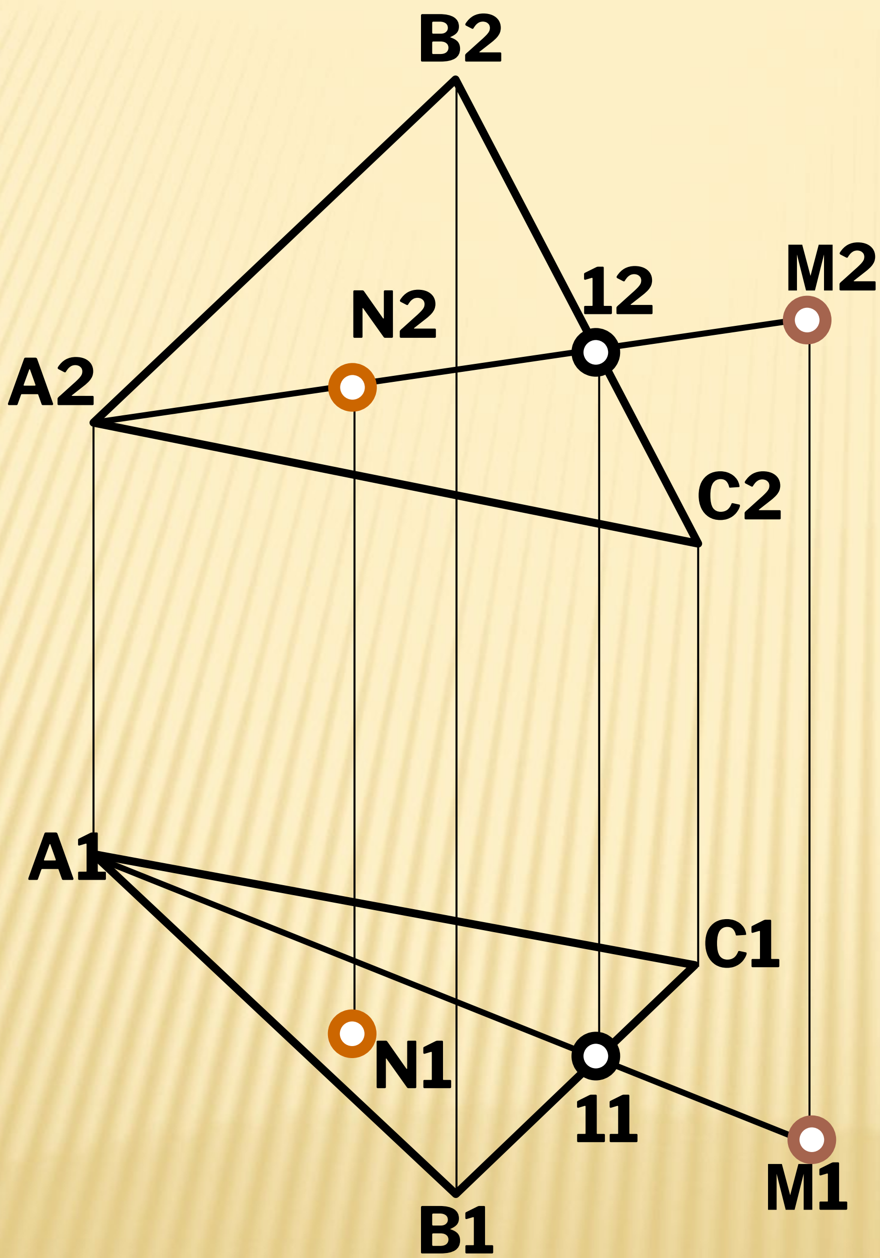
4. Точка и прямая, расположенные в плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит:

1) через две точки, принадлежащие этой плоскости;

2) через точку, принадлежащую данной плоскости и параллельно любой прямой этой плоскости.





Дано:

$\Theta(\Delta ABC)\ \cancel{\parallel}\ \cancel{\perp}$ П1

П2

$M \in \Theta$?

$N \in \Theta$?

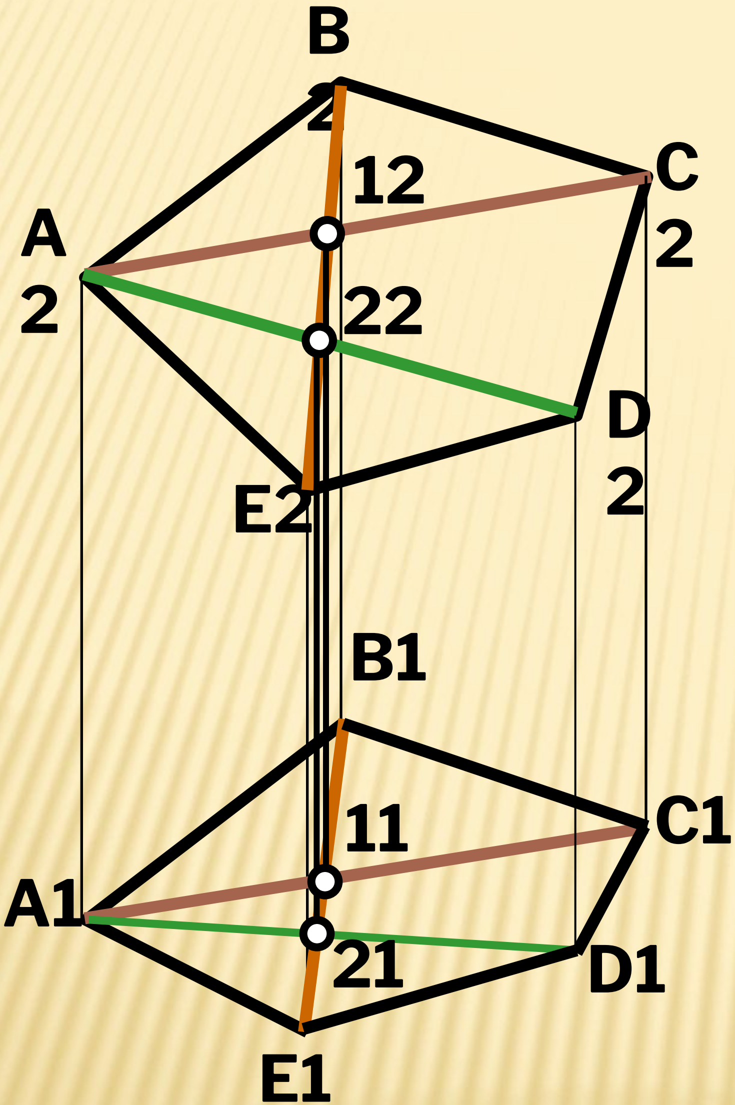
$M \in \Theta$ $M2 \in (A212)$

$M1 \in (A111)$

$(A1) \subset \Theta$

$N \notin \Theta$ $N2 \in (A212)$

$N1 \notin (A111)$



Дано:

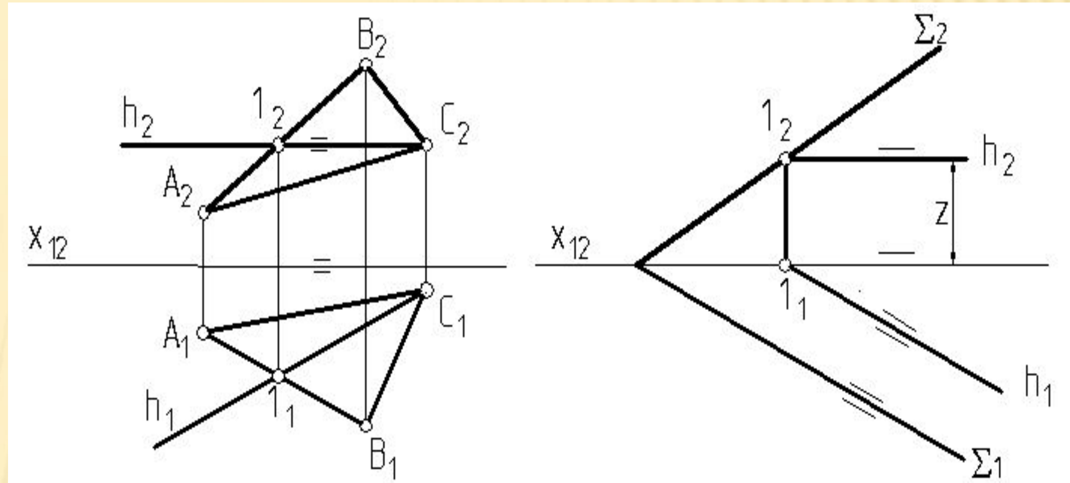
Ф(ABCDE) $\nparallel$ $\not\perp$ П1 П2

Ф1 - ?

5. ГЛАВНЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

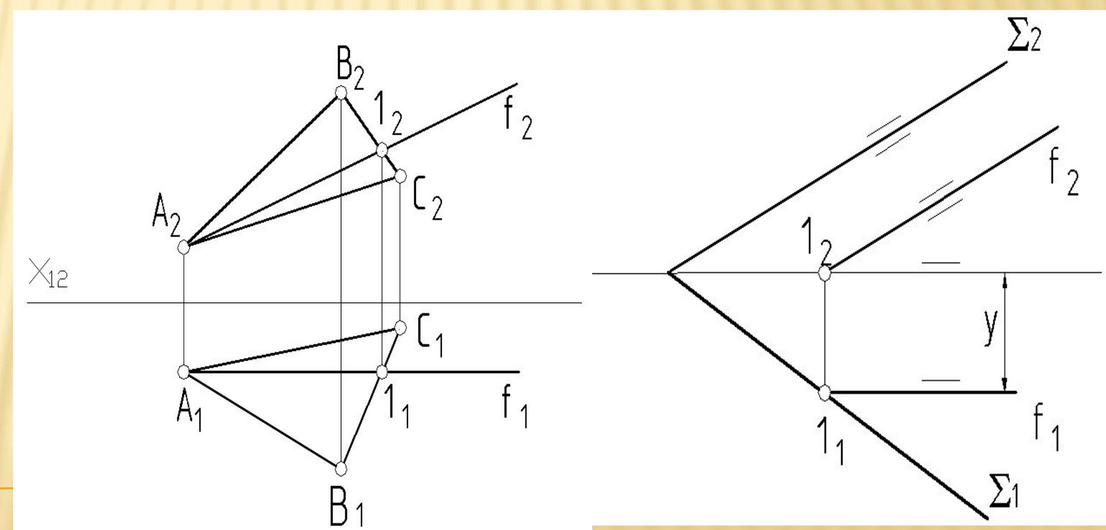
Горизонталь плоскости – прямая, принадлежащая плоскости и параллельная горизонтальной плоскости

$h \in ABC, \;\; h \in \Sigma, \;\; h \parallel \Pi_1$.



Фронталь плоскости – прямая, принадлежащая плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций

$f \in ABC, \;\; f \in \Sigma, \;\; f \parallel \Pi_2$.

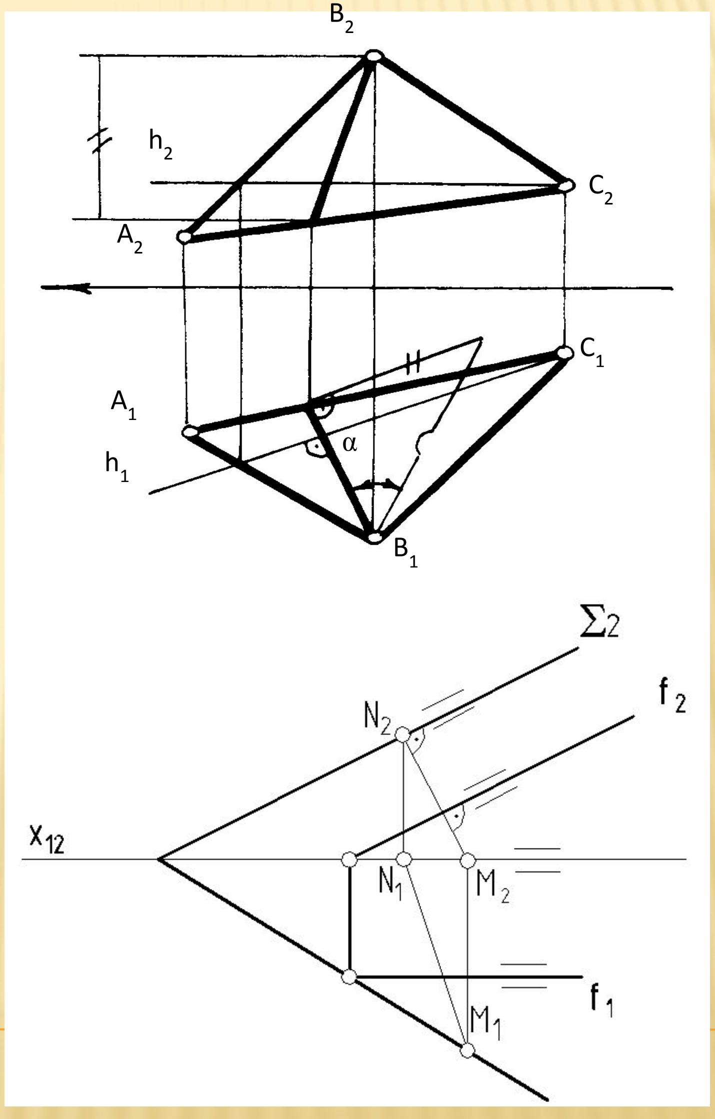


5. ГЛАВНЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

***Линия наибольшего наклона** – линия, принадлежащая заданной плоскости и перпендикулярная ее горизонталям h (линия ската) или фронталям f.*

С помощью линии наибольшего наклона определяют угол наклона плоскости к плоскостям проекций, соответственно

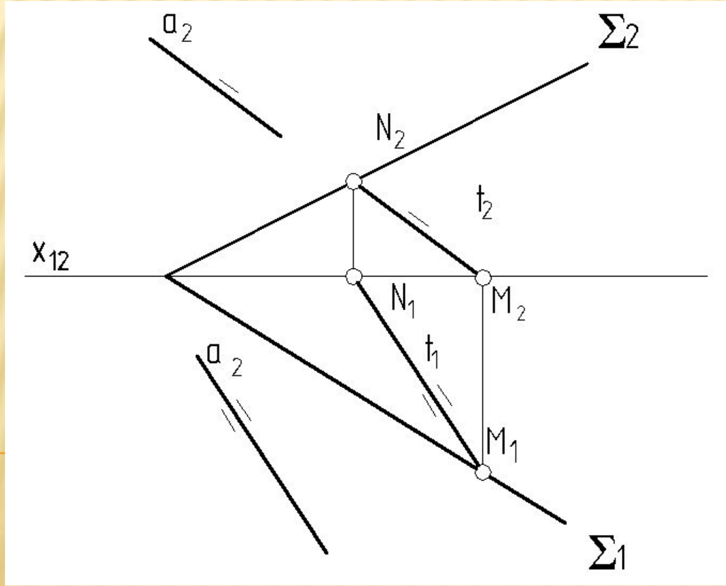
к $П_1$ и $П_2$.

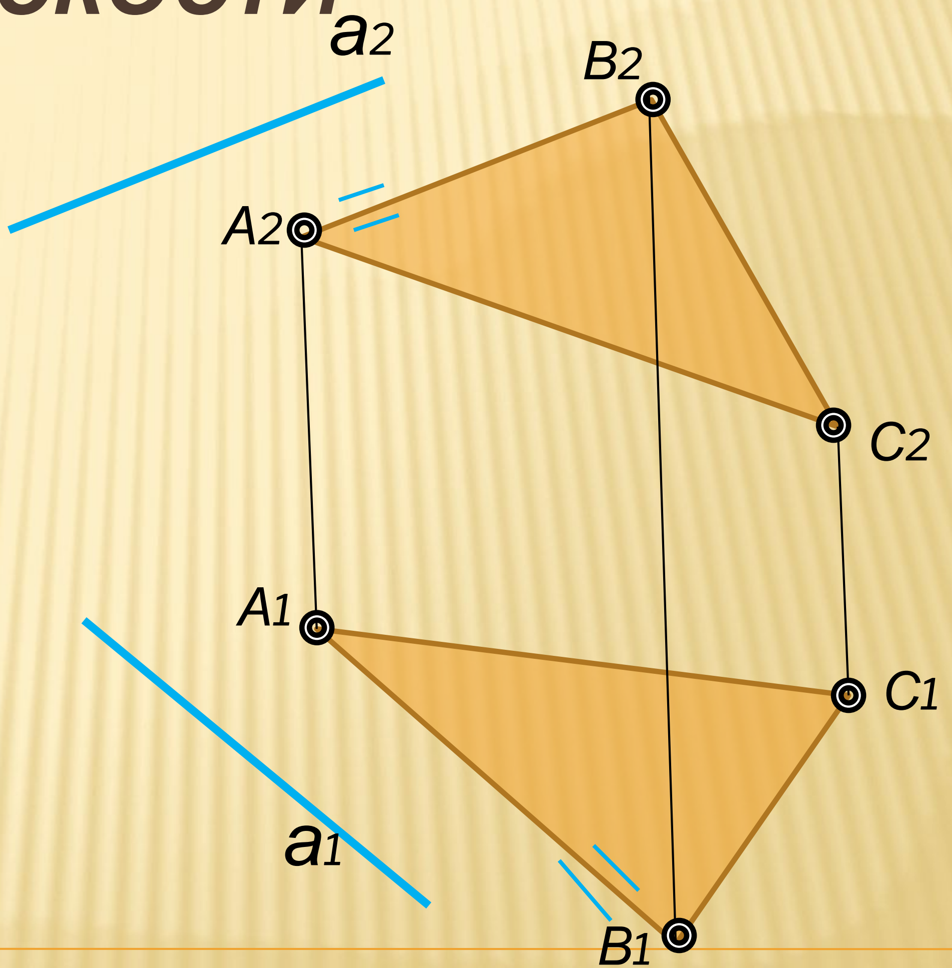


ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ:
ПАРАЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой, принадлежащей этой плоскости:

a ‖ t, t ∈ Σ ⇒ a ‖ Σ.





ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ:

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая перпендикулярна плоскости , если она перпендикулярна двумя пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости.

***В качестве пересекающихся прямых на плоскости выбирают горизонталь* h *и фронталь* f.**

В этом случае можно воспользоваться свойствами проекций прямого угла:

$$a \perp h,\ a \perp f,\ h \text{ ღ } f,$$

$$h \subset \Sigma,\ f \subset \Sigma \ \Rightarrow\ a \perp \Sigma.$$

При этом прямые углы между прямой *a* и прямыми *h* и *f* на соответствующие плоскости проекций спроецируются в натуральную величину:

$$\mathbf{a_1 \perp h_1,\ a_2 \perp f_2.}$$

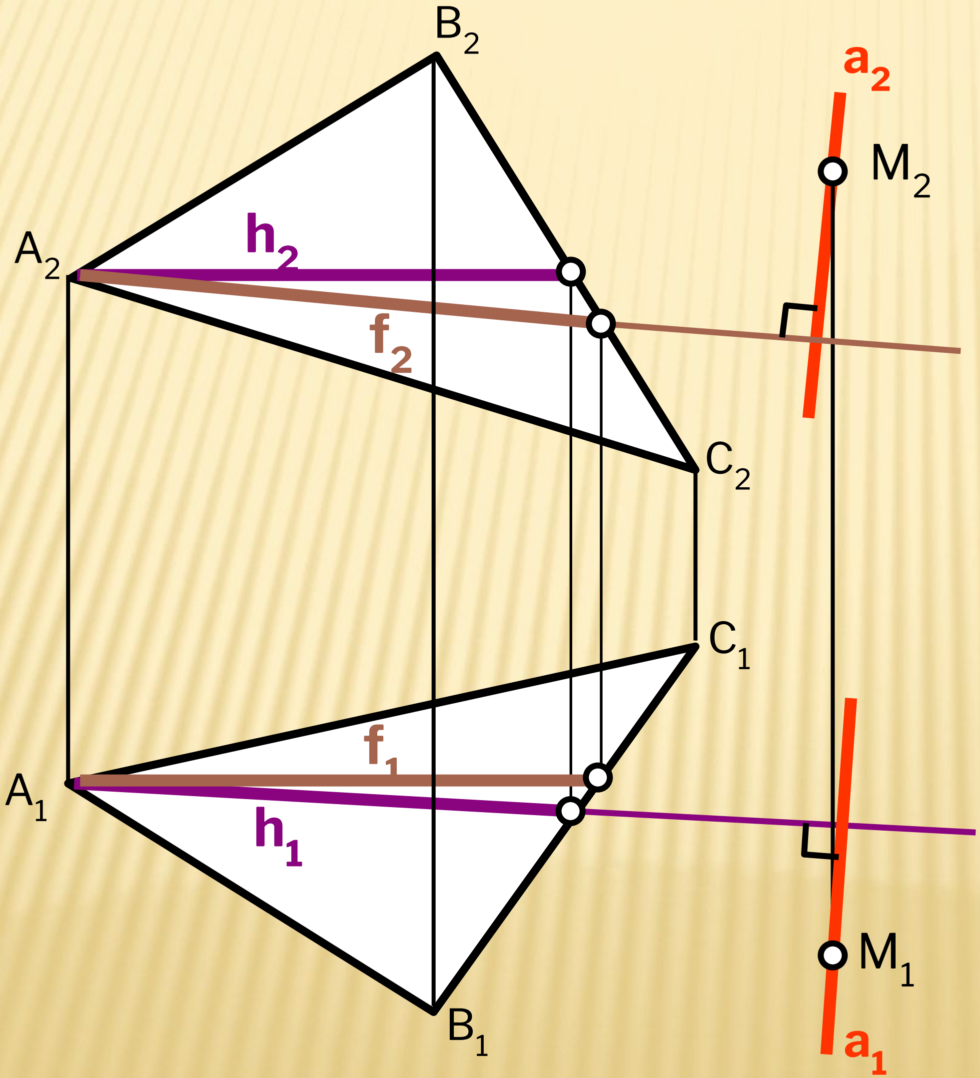
Если плоскость задана следами, то горизонталью и фронталью плоскости являются ее пересекающиеся следы

$$a_1 \perp \Sigma_1,\ a_2 \perp \Sigma_2,$$

$$\Sigma_1 \text{ ღ } \Sigma_2 \ \Rightarrow\ a \perp \Sigma.$$

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ:
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Пример 1 **Из точки М провести прямую, перпендикулярную плоскости Σ**



Дано:

$\Sigma(\Delta ABC) \not\parallel, \not\perp \Pi_1, \Pi_2$

$M \notin \Sigma$

$a \perp \Sigma$

Проведем **h** и **f** в **Σ**

$\mathbf{a \perp h \quad h \parallel \Pi_1}$

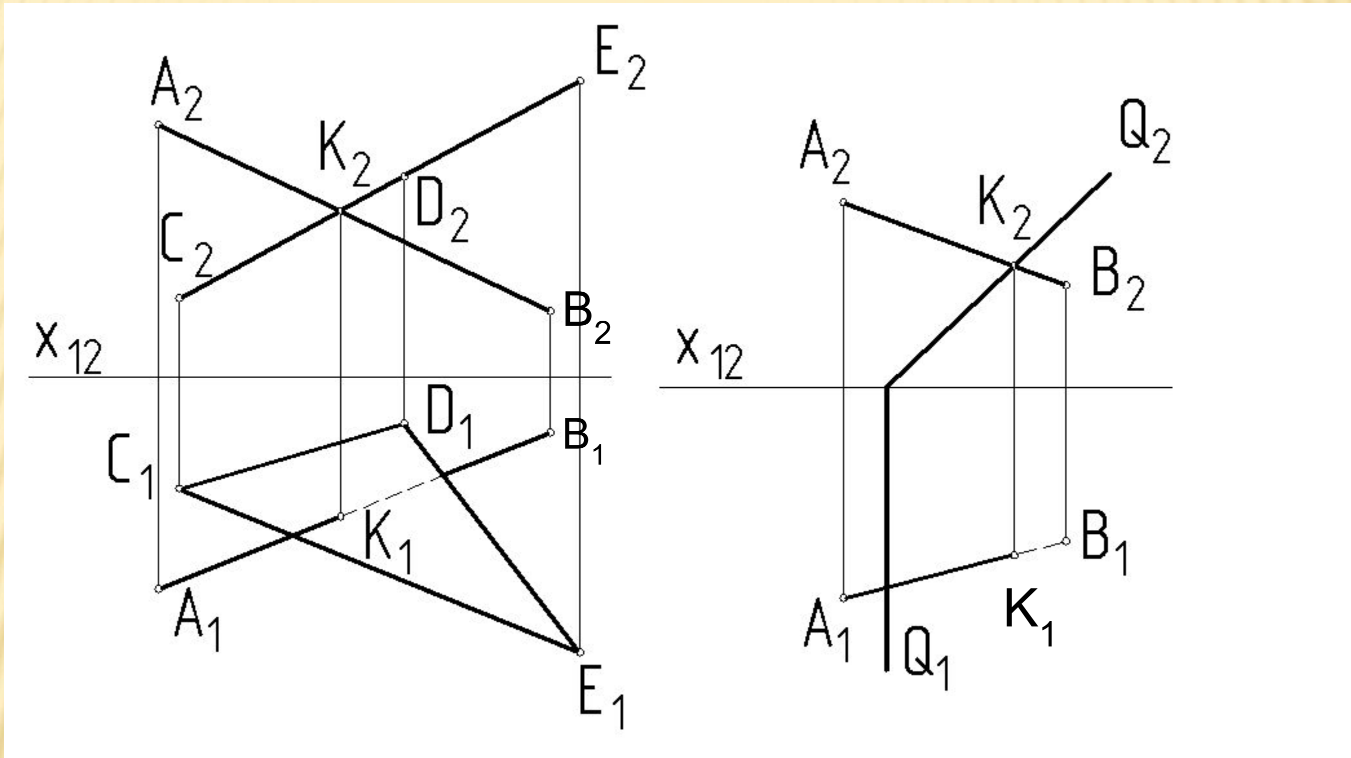
$\mathbf{a \perp f \quad f \parallel \Pi_2}$

$\mathbf{h \subset \Sigma \quad f \subset \Sigma}$

$\mathbf{a \perp \Sigma}$

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ:

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

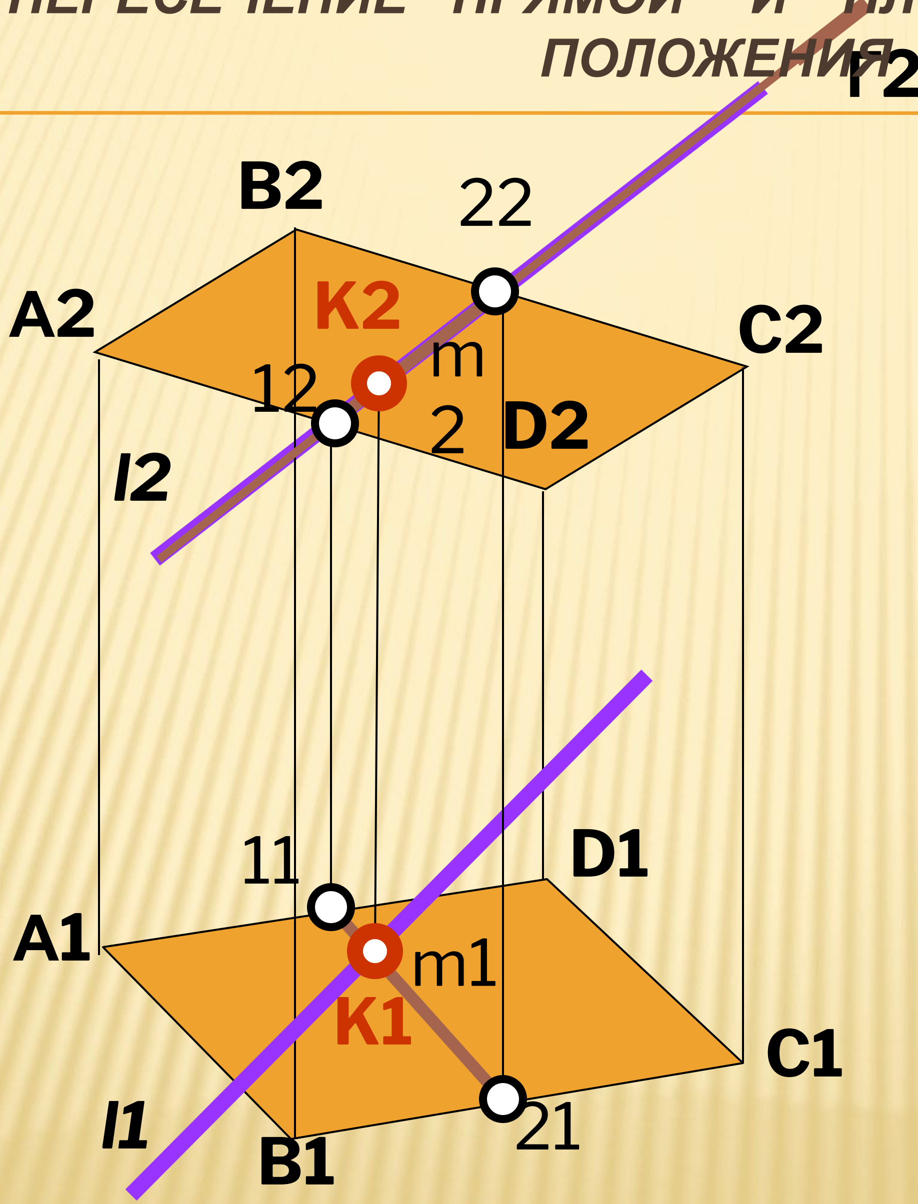


фронтальная проекция точки пересечения прямой *AB* с плоскостью *Σ* (*CDE*) и *Q* определяется: $К_2 = A_2B_2 \cap C_2D_2E_2$, **а** $К_1 \in A_1B_1$;

$К_2 = A_2B_2 \cap Q_2$, **а** $К_1 \in A_1B_1$;

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ:

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ



1. $l \subset Г$

   $Г \perp П2$

2. $Г \cap \Sigma = m$

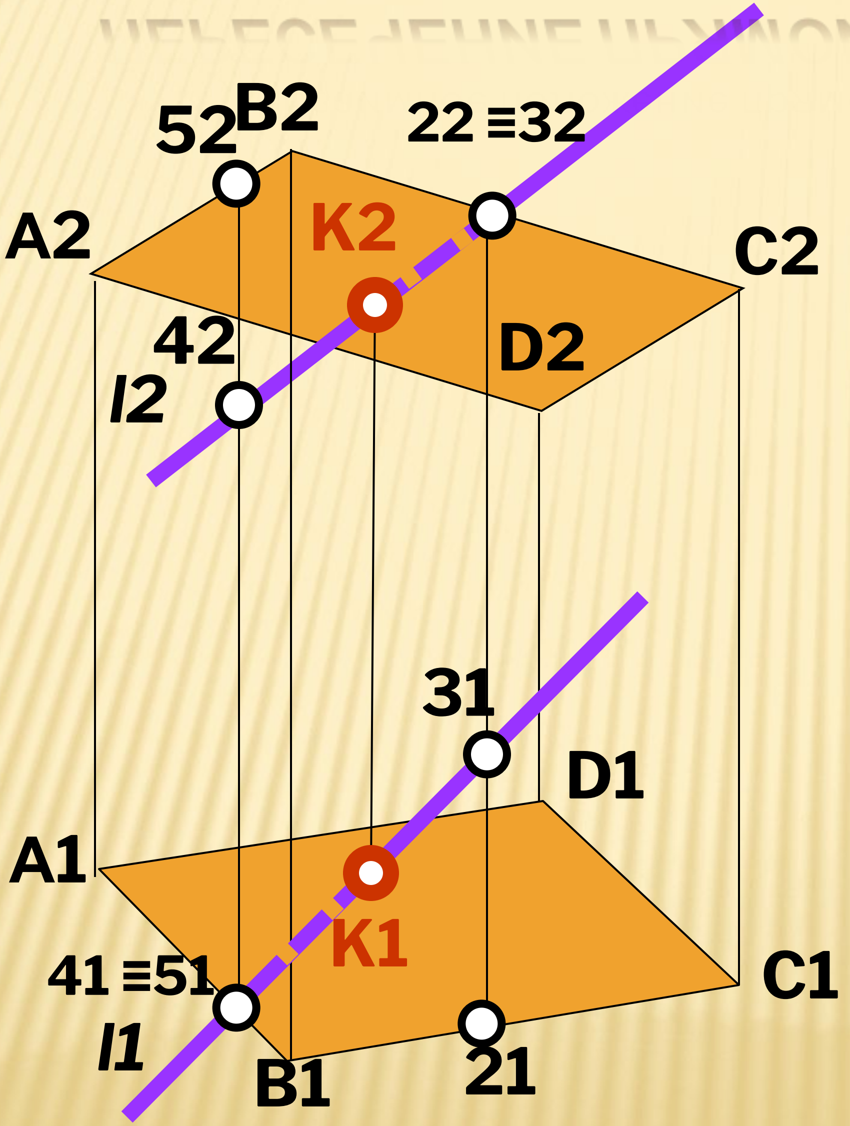
3. $m \cap l = K$

   $m \subset \Sigma \Rightarrow$

   $\Sigma \cap a = K$

Взаимное положение прямой и плоскости:

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



1. l ⊂ Г

   Г ⊥ П2

2. Г ∩Σ = m

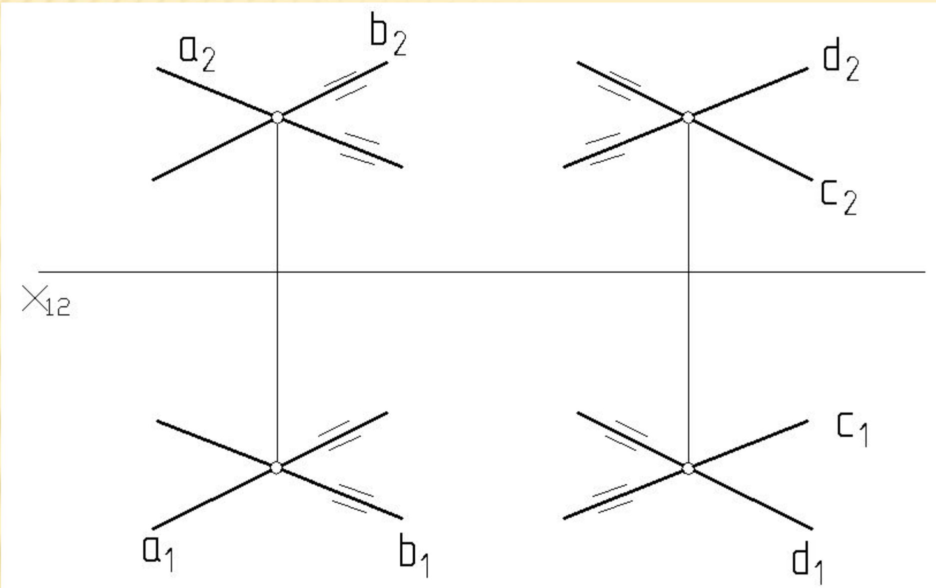
3. m ∩ l = K

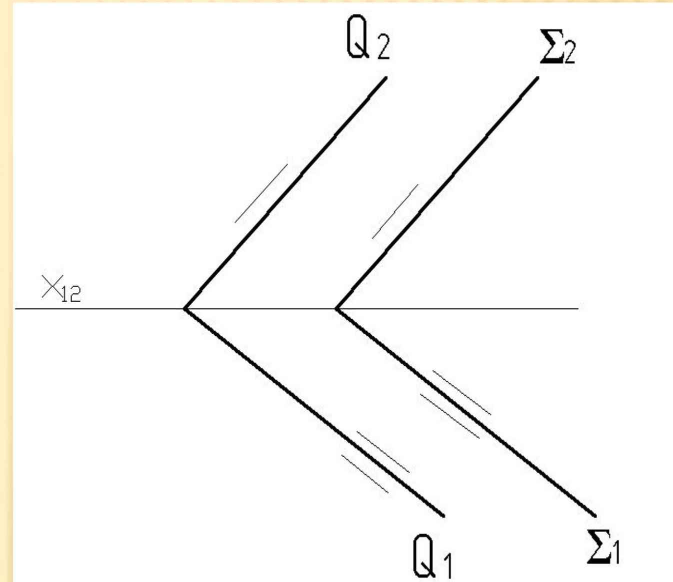
   m ⊂ Σ ⇒

   Σ ∩ l = K

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ:

ПАРАЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ





Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то данные плоскости параллельны

$a \parallel c$, $b \parallel d$, $Q\ (a \cap b)$,

$\Sigma\ (c \cap d) \Rightarrow Q \parallel \Sigma$.

Плоскости, заданные следами, будут параллельны тогда, когда параллельны одноименные следы этих плоскостей, т.к. следы плоскости мы рассматриваем, как две пересекающиеся прямые

$Q_1 \parallel \Sigma_1$, $Q_2 \parallel \Sigma_2 \Rightarrow Q \parallel \Sigma$

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ:
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

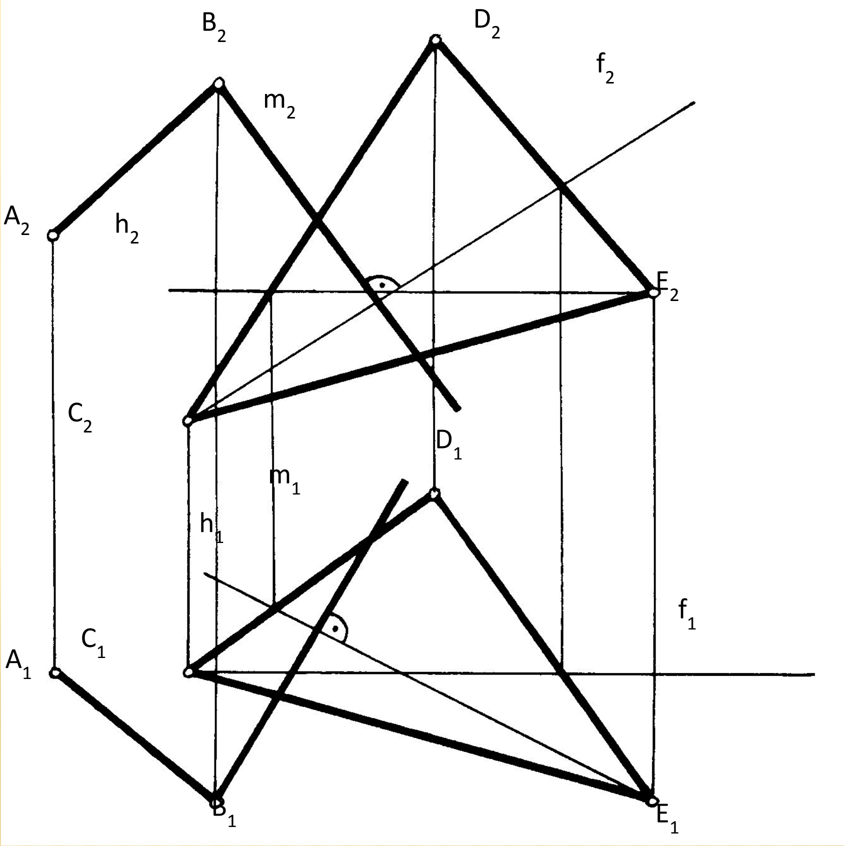
Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости.

Решение задачи сводится к построению перпендикуляра, проведенного из точки А или В на плоскость CDE:

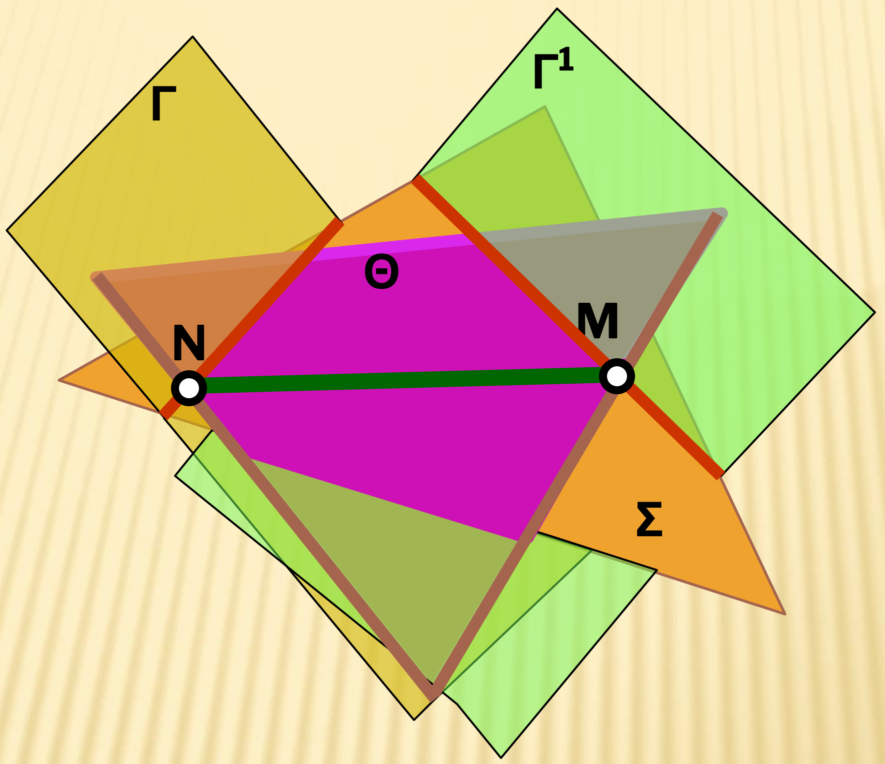
- В плоскости CDE проведем горизонталь h и фронталь f.

- Из точки В проведем перпендикуляр к фронтали и горизонтали: $m_2 \perp f_2$, $m_1 \perp h_1$.

- Так как прямая $m \subset Q$ $(AB \cap m)$, ***а*** $m \perp CDE \Rightarrow Q \perp CDE$.

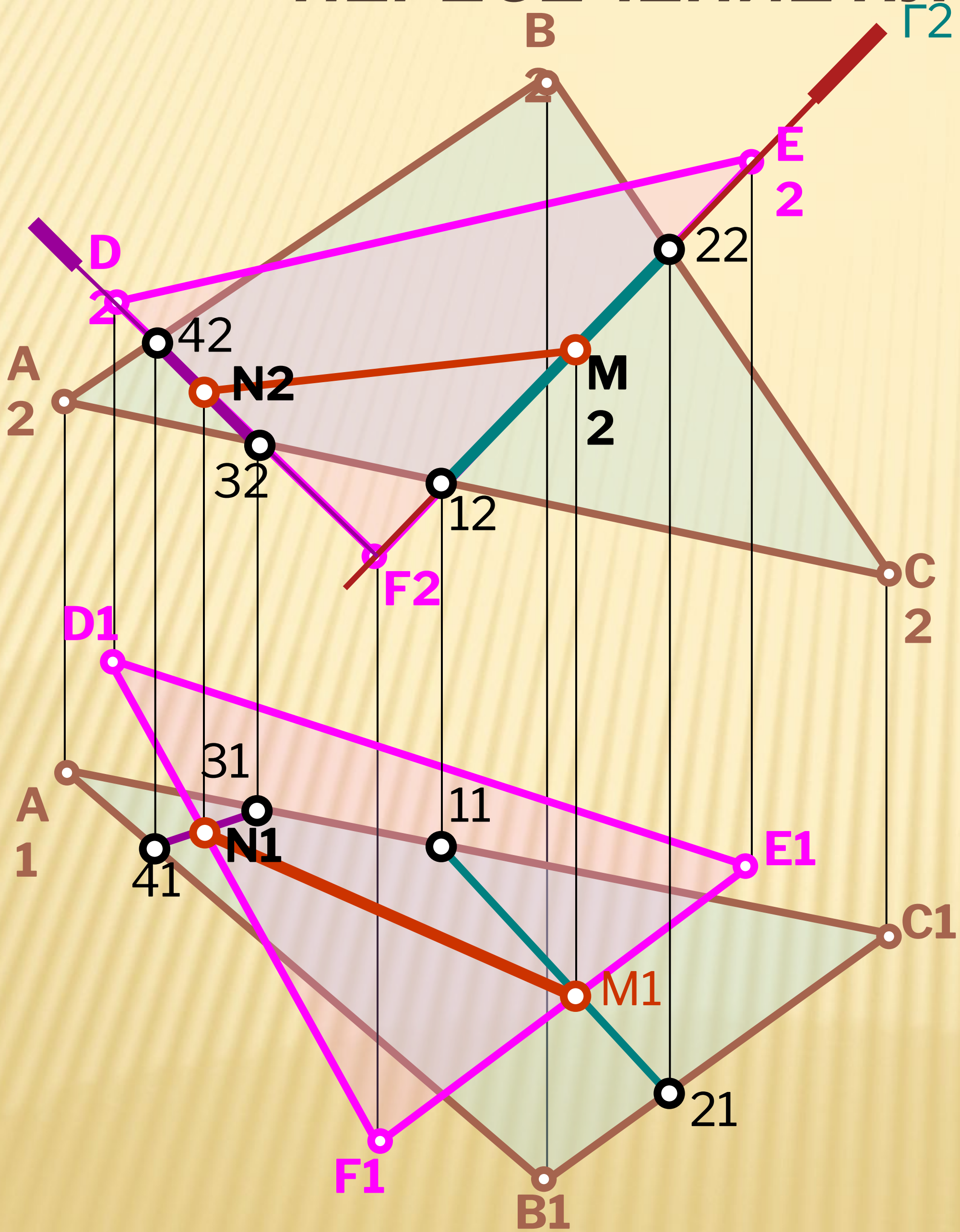


ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ:
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ



Взаимное положение плоскостей:

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ



Дано:

Σ(ΔABC) $\not\parallel$, $\not\perp$ П1, П2

Θ(ΔDTF) $\not\parallel$, $\not\perp$ П1, П2

Θ∩Σ= MN -?

1. **[FE] ⊂ Г**
2. **Г∩Σ = [12]**
3. **[12] ∩ [FE] = M**

[12] ⊂ Σ ⇒ Σ ∩ [FE] = M

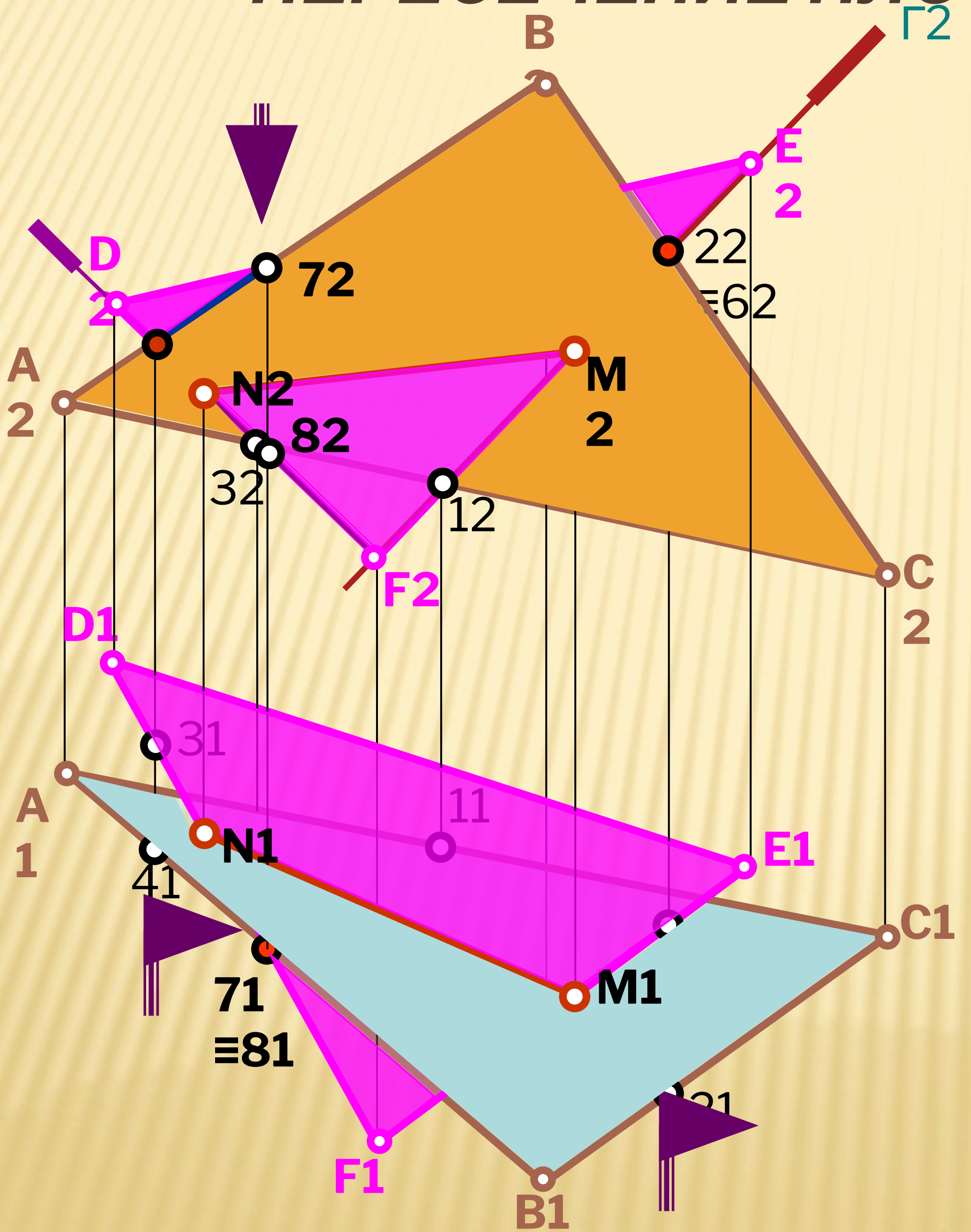
4. **[DF] ⊂ $Г^1$**
5. **$Г^1$ ∩Σ = [34]**
6. **[34] ∩ [DF] = N**

[34] ⊂ Σ ⇒ Σ ∩ [DF] = N

Θ∩Σ= MN

Взаимное положение плоскостей:

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ



Дано:

Σ(ΔABC) $\cancel{\parallel}$, $\cancel{\perp}$ П1, П2

Θ(ΔDTF) $\cancel{\parallel}$, $\cancel{\perp}$ П1, П2

Θ∩Σ= MN -?

1. **[FE] ⊂ Г**
2. **Г∩Σ = [12]**
3. **[12] ∩ [FE] = M**

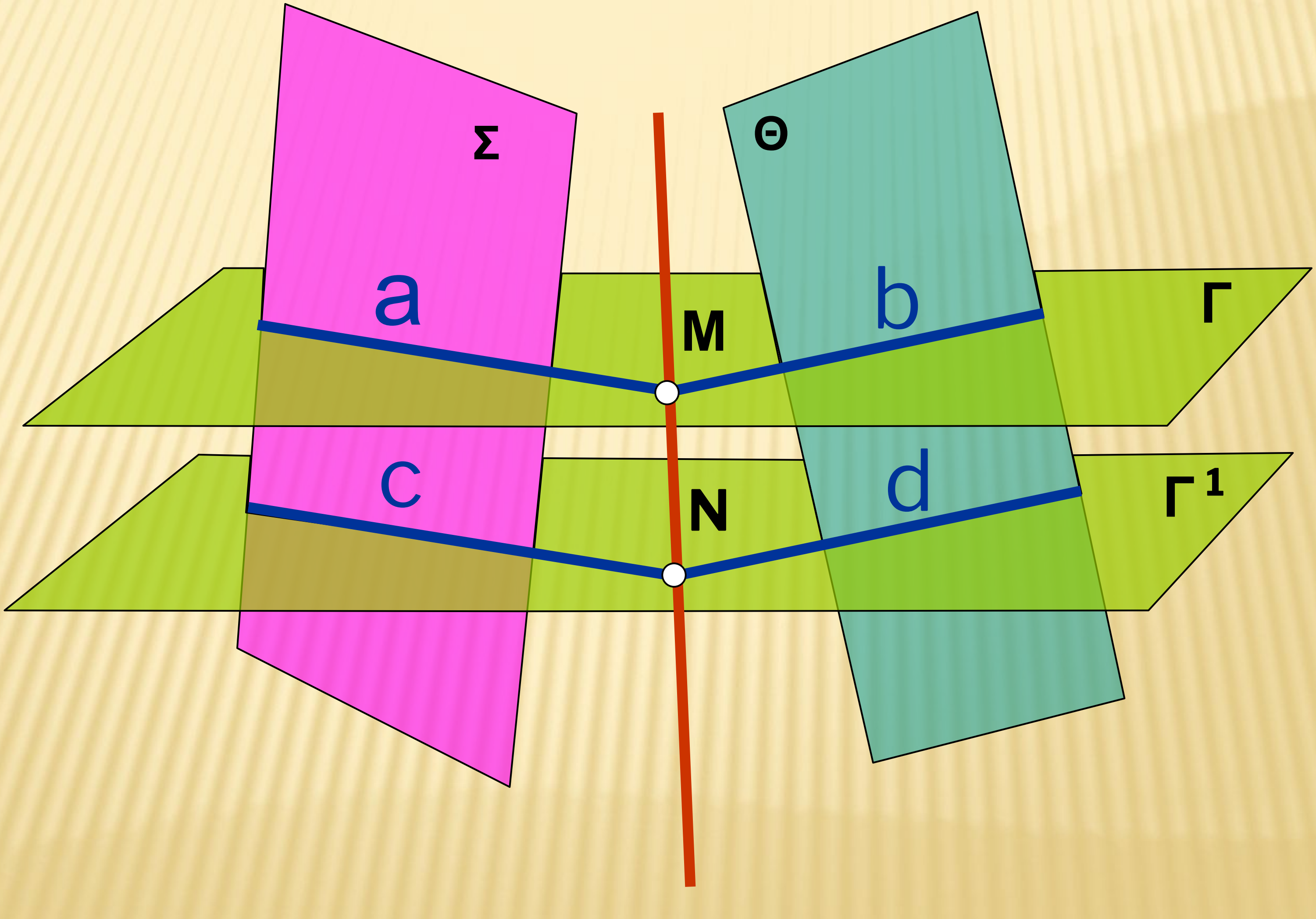
[12] ⊂ Σ ⇒ Σ ∩ [FE] = M

4. **[DF] ⊂ Г¹**
5. **Г¹ ∩Σ = [34]**
6. **[34] ∩ [DF] = N**

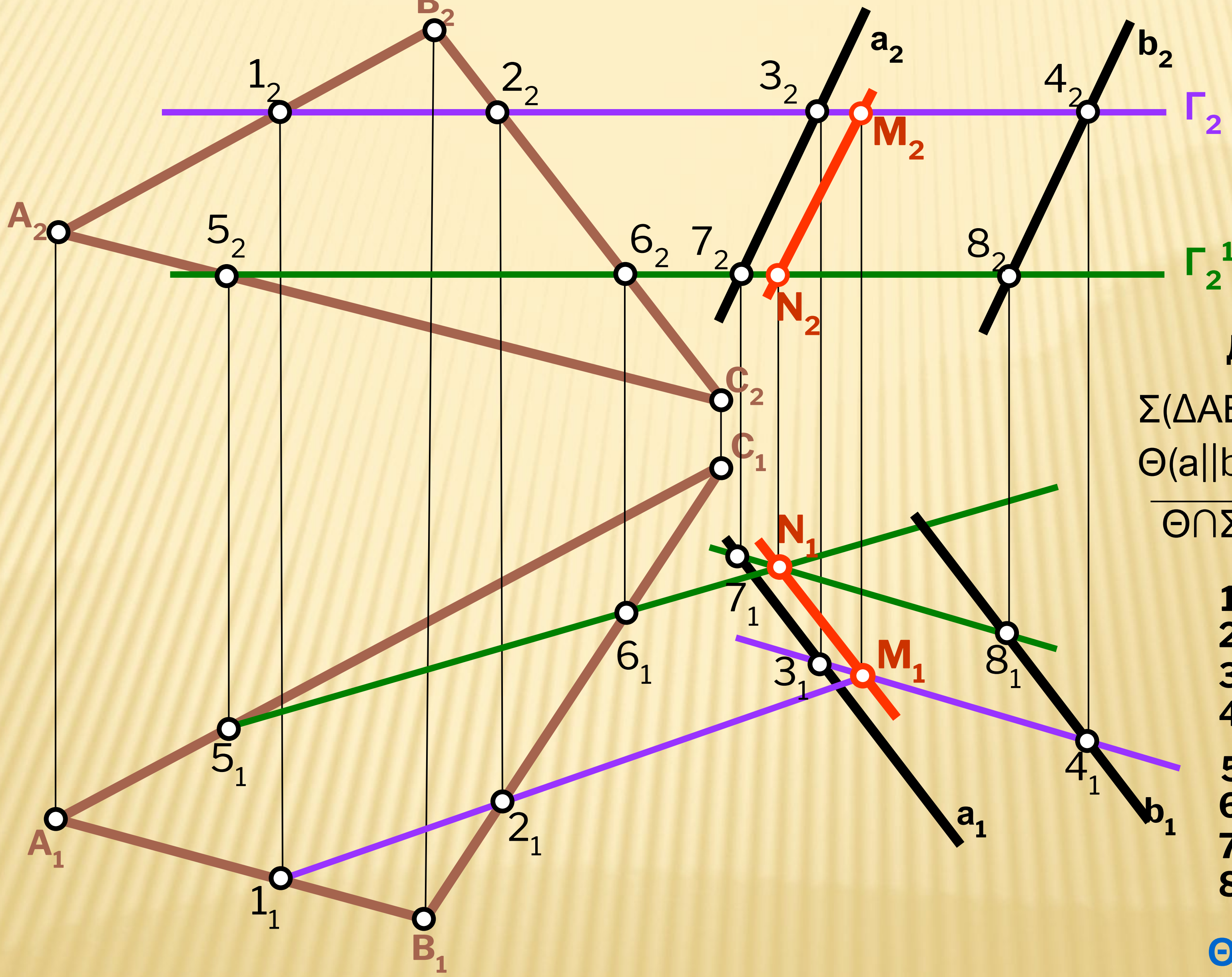
[34] ⊂ Σ ⇒ Σ ∩ [DF] = N

Θ∩Σ= MN

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ:
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ



Пересечение плоскостей



Дано:

$\Sigma(\Delta ABC) \not\parallel \not\perp \Pi_1, \Pi_2$

$\Theta(a \| b) \not\parallel \not\perp \Pi_1, \Pi_2$

$\Theta \cap \Sigma = MN$ -?

1. **Г || Π_1**
2. **Г $\cap\Sigma$= (12)**
3. **Г $\cap\Theta$= (34)**
4. **(12) $\cap$(34) =M**
5. **$Г^1$ || Π_1**
6. **$Г^1$ $\cap\Sigma$= (56)**
7. **$Г^1$ $\cap\Theta$= (78)**
8. **(56) $\cap$(78) =N**

$\Theta \cap \Sigma$= MN