



# ПОНЯТИЕ АЛГОРИТМА. СВОЙСТВА АЛГОРИТМА

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АЛГОРИТМАХ

11 класс



ИЗДАТЕЛЬСТВО

**БИНОМ**

# Ключевые слова

- алгоритм
- исполнитель алгоритма
- свойства алгоритма
  - дискретность
  - детерминированность
  - понятность
  - результативность
  - конечность
  - массовость
- вычислительный процесс
- сложность алгоритма



# Исполнитель алгоритма



**Исполнитель алгоритма** – это субъект или устройство, способные правильно интерпретировать описание алгоритма и выполнить содержащийся в нём перечень действий.

## Неформальный исполнитель



- понимает смысл алгоритма, может его корректировать и изменять, а также отказаться выполнять
- одну и ту же команду выполняет каждый раз по-разному
- неформальный исполнитель сам отвечает за свои действия
- в роли неформального исполнителя чаще всего выступает человек

(16.20)

## Формальный исполнитель



- не размышляет над выполняемыми командами, а строго следует пошаговым инструкциям алгоритма
- одну и ту же команду всегда выполняет одинаково
- за действия формального исполнителя отвечает управляющий им объект
- в роли формального исполнителя чаще всего выступает техническое устройство

# Понятие алгоритма

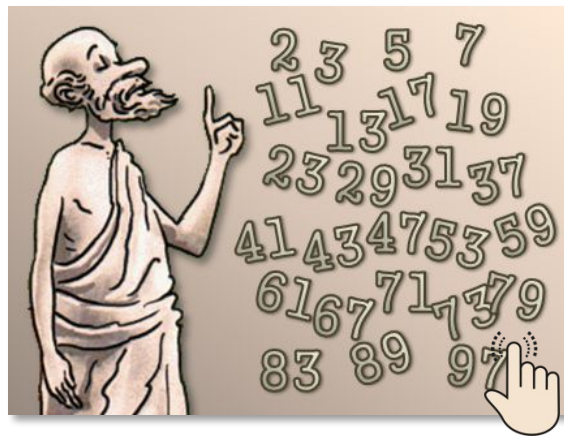


**Алгоритм** – точная система предписаний, определяющая содержание и порядок действий исполнителя над некоторыми объектами (исходными и промежуточными данными) для получения искомого результата за конечное число шагов.

## ПРИМЕРЫ АЛГОРИТМОВ



Закреть  
входную дверь  
ключом



Нахождение  $n$   
первых простых  
чисел  
(метод Эратосфена)



Построение  
перпендикуляра  
к прямой

# Пример 1



## Алгоритм

### «Закреть входную дверь ключом»

1. Вставить ключ в замочную скважину.
2. Повернуть ключ два раза на 180 градусов против часовой стрелки.
3. Вынуть ключ из замочной скважины.

**Исполнитель:** человек

**Объекты алгоритма:** ключ, дверь



## Пример 2

### Алгоритм «Нахождение всех простых чисел не больше заданного числа $n$ по методу Эратосфена»

1. Выписать подряд все целые числа от 2 до  $n$  ( $2, 3, 4, \dots, n$ ).
2. Присвоить переменной  $p$  значение 2 (2 – первое простое число).
3. Зачеркнуть в списке числа, кратные  $p$ :  $2p, 3p, 4p, \dots$
4. Найти первое незачёркнутое число в списке, большее чем  $p$ , и присвоить  $p$  соответствующее значение.
5. Повторять шаги 3 и 4, пока возможно (пока  $p^2 \leq n$ ).
6. Незачёркнутые числа и есть все простые числа от 2 до  $n$ .

#### Простые числа от 2 до 100



Выполнить



## Пример 2

### Алгоритм «Нахождение всех простых чисел не больше заданного числа $n$ по методу Эратосфена»

1. Выписать подряд все целые числа от 2 до  $n$  ( $2, 3, 4, \dots, n$ ).
2. Присвоить переменной  $p$  значение 2 (2 – первое простое число).
3. Удалить из списка числа, кратные  $p$ :  $2p, 3p, 4p, \dots$
4. Найти первое число в списке, большее чем  $p$ , и присвоить  $p$  соответствующее значение.
5. Повторять шаги 3 и 4, пока возможно (пока  $p^2 \leq n$ ).
6. Оставшиеся числа и есть все простые числа от 2 до  $n$ .

### Простые числа от 2 до 100

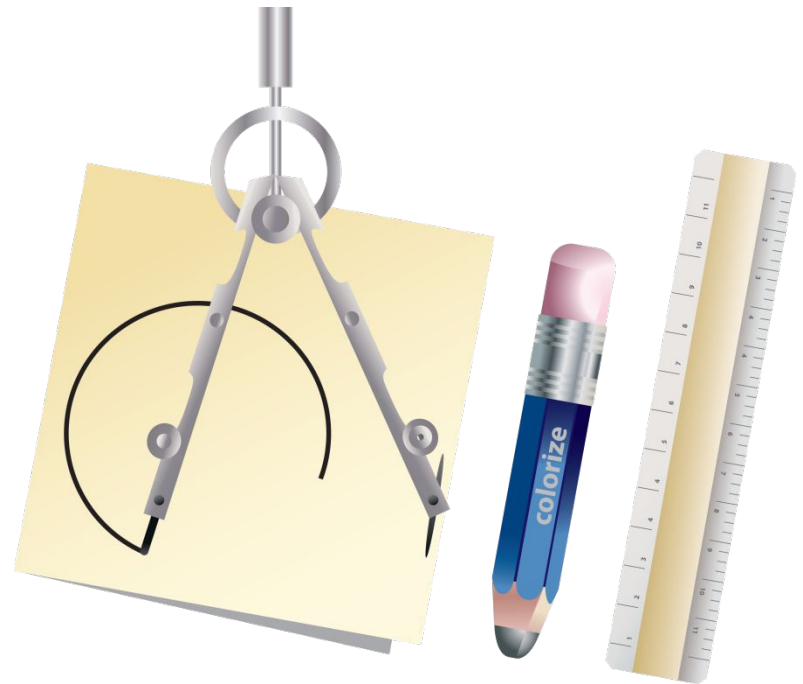
	2	3		5		7			
1		1				1		1	
1		3				7		9	
		2						2	
		3						9	
3						3			
1						7			
4		4				4			
1		3				7			
		5						5	
		3						9	
6						6			
1						7			
7		7						7	



## Пример 3

**Алгоритм «Построение перпендикуляра к прямой, проходящей через заданную точку  $O$ , лежащую на прямой с помощью циркуля и линейки»**

1. Провести окружность с центром в точке  $O$  и радиусом  $1$  см.
2. Обозначить точки пересечения окружности с прямой: левую -  $A$ , правую -  $B$ .
3. Провести окружность с центром в точке  $A$  и радиусом равным  $AB$ .
4. Провести окружность с центром в точке  $B$  и радиусом равным  $AB$ .
5. Обозначить точки пересечения окружностей: верхнюю -  $C$ , нижнюю -  $D$ .
6. Провести прямую  $CD$ .



Выполнить

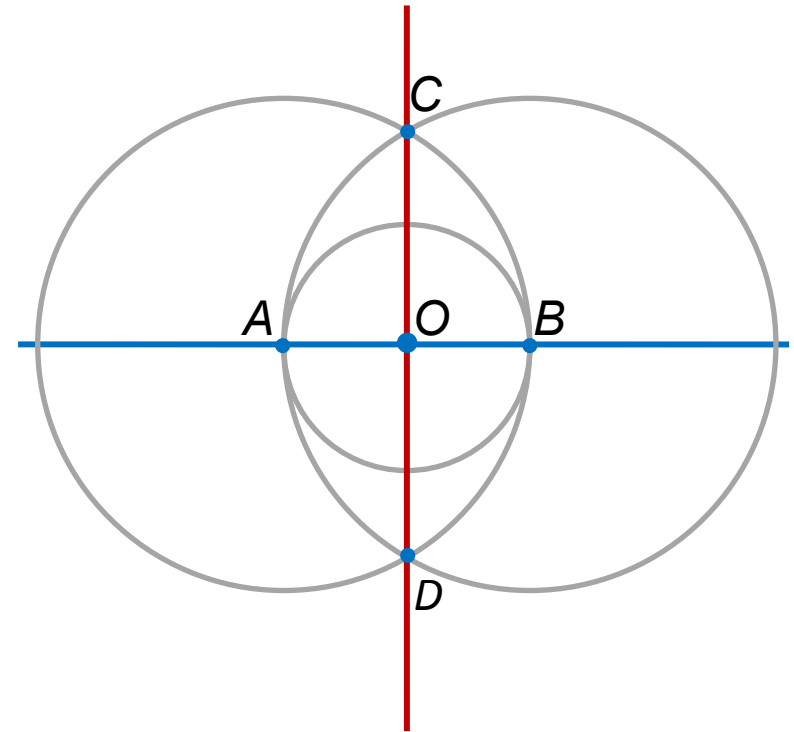




## Пример 3

Алгоритм «Построение перпендикуляра к прямой, проходящей через заданную точку  $O$ , лежащую на прямой с помощью циркуля и линейки»

1. Провести окружность с центром в точке  $O$  и радиусом  $1$  см.
2. Обозначить точки пересечения окружности с прямой: левую -  $A$ , правую -  $B$ .
3. Провести окружность с центром в точке  $A$  и радиусом равным  $AB$ .
4. Провести окружность с центром в точке  $B$  и радиусом равным  $AB$ .
5. Обозначить точки пересечения окружностей: верхнюю -  $C$ , нижнюю -  $D$ .
6. Провести прямую  $CD$ .



# Свойства алгоритма



**Алгоритм** – конечная система правил, сформулированных на языке исполнителя, которая определяет последовательность перехода от допустимых исходных данных к конечному результату и обладает свойствами дискретности, детерминированности, понятности, результативности, конечности и массовости.

Дискретность

Детерминированность

Понятность

Результативность

Массовость

*Свойства  
алгоритма*

результаты.

# Давайте обсудим



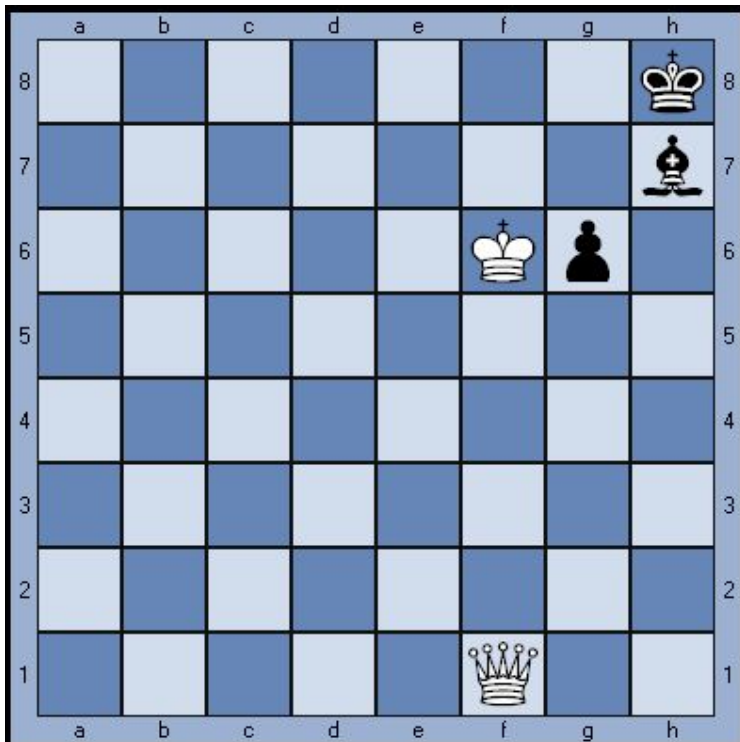
Можно ли кулинарный рецепт считать алгоритмом?  
Ответ обоснуйте с точки зрения свойств алгоритма.



# Способы записи алгоритмов

## Шахматный этюд

Мат в два хода.  
Белые начинают и



## Нахождение НОД

Program NOD;

var a, b, n: integer;

Begin

writeln ('Введите два числа: ');

readln (a, b);

while a <> b do









Решение:

№	Белые	Черны
1	Ф f1-a1	g6-g5
2	К f6-f7	

№	Белые	Черны
1	Ф f1-a1	К h8-g8
2	Ф a1-a8	

№	Белые	Черны
1	Ф f1-a1	С h7-g8
2	К f6-g6	

# Блок-схема

СИМВОЛ	ФУНКЦИЯ
	Пуск/остановка. Начало, конец, прерывание процесса обработки данных или выполнения программы
	Ввод/вывод. Преобразование данных в форму, пригодную для обработки (ввод) или отображения результатов (вывод)
	Процесс. Выполнение операций или группы операций, в результате которых изменяется значение, форма представления или расположение данных
	Решение. Выбор направления выполнения алгоритма или программы в зависимости от некоторых переменных условий
	Модификация. Выполнение операций, меняющих команды или группу команд, изменяющих программу
	Предопределённый процесс. Использование ранее созданных и отдельно описанных алгоритмов или программ



Правила выполнения блок-схем, внешний вид графических блоков и их назначение определяются стандартом ГОСТ 19.701–90 (ИСО 5807–85) «Схемы алгоритмов, программ, данных и систем. Обозначения условные и правила выполнения».

# Понятие сложности алгоритма

Теория алгоритмов предоставляет аппарат анализа различных алгоритмов решения одной и той же задачи, на основе которого можно выбрать самый эффективный (наилучший) алгоритм.

---



**Вычислительным процессом**, порождённым алгоритмом, называется последовательность шагов алгоритма, пройденных при его исполнении.

**Сложность алгоритма** – количество элементарных шагов (действий) в вычислительном процессе этого алгоритма.

---

Для решения задачи могут быть разработаны алгоритмы, имеющие разную сложность. Лучшим среди них считается алгоритм, имеющий наименьшую сложность.

Эффективность оценивается количеством элементарных операций, которые необходимо выполнить для решения задачи, а также количеством памяти, требующейся для выполнения алгоритма.

# Временная сложность

Сложность алгоритма выражают в виде функции от объёма входных данных.

**Задание.** Оцените сложность алгоритмов:

## «Найти книгу с секретом»

В ругариней библиотеке в одном из 1000 томов проверены все вкладыши подряд, но не найдено сейфа. Надо найти вна количеству книг, т.е.  $O(n) = 1000$ .



## «Поиск в телефонной книге»

В сейфе оказался клочок страницы с фамилией и первой цифрой номера телефона. Надо найти страницу с нужной фамилией в телефонном справочнике, в котором 1000 страниц.

В данной алгоритме, затраты  $O(n^2)$  проверки имен по алфавиту в крайнем объёме, при 1000 и в метод сортировки в двойном (открыть в акценте и больше, в середине,  $O(\log_2 1000)$  уменьшает размер «оставшейся проблемы» вдвое).



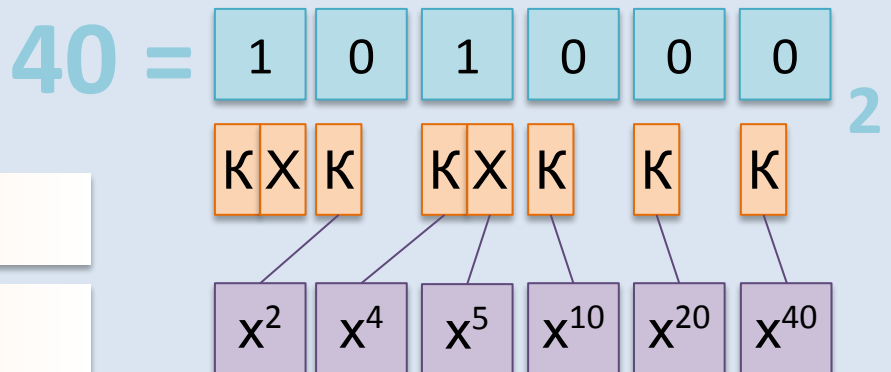
## Пример 4

### Алгоритм «Возведение числа в натуральную степень ( $x^n$ )»

1. Запишем  $n$  в двоичной системе счисления.
2. Заменяем каждую  $1$  парой букв  $KX$ , а каждый  $0$  – буквой  $K$ .
3. Вычеркнем крайнюю левую пару  $KX$ .
4. Полученная строка, читаемая слева направо, даёт правило быстрого вычисления  $x^n$ , если букву  $K$  рассматривать как операцию возведения результата в квадрат, а букву  $X$  – как операцию умножения результата на  $x$ . Вначале результат равен  $x$ .

Задание. Найти  $x^4$

K	возведение результата в Квадрат
X	умножение результата на X





# Самое главное

**Алгоритм** – конечная система правил, сформулированных на языке исполнителя, которая определяет последовательность перехода от допустимых исходных данных к конечному результату и обладает свойствами дискретности, детерминированности, понятности, результативности, конечности и массовости.

**Исполнитель алгоритма** – субъект или устройство, способные правильно интерпретировать описание алгоритма и выполнить содержащийся в нём перечень действий.

Один и тот же алгоритм может быть записан разными способами: на естественном языке, псевдокодом, с помощью блок-схем, на языке программирования и т. д.

**Теория алгоритмов** предоставляет аппарат анализа различных алгоритмов решения одной и той же задачи, на основе которого можно выбрать самый эффективный (наилучший) алгоритм.



# Самое главное

Алгоритм состоит из команд. **Команда** – отдельная инструкция в описании алгоритма. **Шаг алгоритма** – отдельное действие, которое исполнитель выполняет по команде. Вычислительным процессом, порождённым алгоритмом, называется последовательность шагов алгоритма, пройденных при его исполнении.

**Сложность алгоритма** – количество элементарных шагов (действий) в вычислительном процессе этого алгоритма. Наряду со сложностью важной характеристикой алгоритма является эффективность. Эффективность оценивается количеством элементарных операций, которые необходимо выполнить для решения задачи, а также количеством памяти, требующейся для выполнения алгоритма.



# Вопросы и задания

**Задание 1.** Автомат получает на вход трёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам:

1. Складываются первая и вторая, а также вторая и третья цифры исходного числа.
2. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

Укажите *наименьшее* число, в результате обработки которого автомат выдаст число *1711*.

## Решение:

1. Единственный способ разбить запись *1711* на два числа – это *17* и *11*.
2. Чтобы число было меньше, надо чтобы сумма первой и второй цифр была наименьшей, в данном случае *11*.
3. Сумма значений двух последних цифр равна *17*. Не трудно заметить, что  $17 = 8 + 9 = 9 + 8$ . Других вариантов нет.
4. Тогда  $11 = 2 + 9 = 3 + 8$ . Выбираем пару, которая даст *меньшее* число.

**Ответ:** 298

# Вопросы и задания



**Задание 2.** Подсчитайте сложность алгоритма сложения двух натуральных чисел «столбиком» при условии, что одно из них состоит из  $n$ , а второе – из  $m$  десятичных цифр.

## Решение:

Сложение двух чисел столбиком в случае, если одно из них состоит из  $n$ , а другое – из  $m$  цифр требует не более  $\max(n, m)$  сложений и не более  $\max(n, m)$  запоминаний (в случае перехода через десяток).

Т.е. данный алгоритм имеет сложность порядка  $O(n+m)$ .

Выражение показывает только порядок величины – постоянные факторы в нем не учитываются.

# Вопросы и задания



**Задание 3.** Есть двое песочных часов: на 3 и на 8 минут. Для приготовления эликсира бессмертия его надо варить ровно 7 минут. Как это сделать? Придумайте систему команд исполнителя Колдун. Запишите с их помощью план действий исполнителя по приготовлению эликсира.

**Графический способ решения:**



# Вопросы и задания



**Задание 4.** Приведите примеры алгоритмов, с которыми вы встречались на биологии, математике, физике.

# Вопросы и задания



**Задание 5.** Двое мальчиков катались на лодке. К берегу подошли два солдата. Лодка так мала, что на ней могут переправиться двое мальчиков или только один солдат. Как солдатам переправиться через реку?

# Информационные источники

- <https://img2.goodfon.ru/original/1920x1080/a/91/zamok-klyuch-otverstie-svet.jpg>
- <http://biblo-ok.ru/biblio-ok/Kartiny1/79.files/image001.jpg>
- <http://cheeseberry-sibir.ru/photos/vyshivka-na-odejde-izgotovlenie-6259-large.jpg>
- [http://europeansectionarcpreste.blogspot.ru/2011\\_11\\_01\\_archive.html](http://europeansectionarcpreste.blogspot.ru/2011_11_01_archive.html)
- <http://www.imasitalia.com/wp-content/uploads/2016/04/fogli.jpg>
- <http://atotarho12.narod.ru/clipart/k/kar/karanda44.png>
- <https://s-media-cache-ak0.pinimg.com/originals/73/96/fd/7396fd0a921a5f895bafd81830adcaa5.jpg>
- <https://chessok.net/zadachi/1165-reshit-legkuyu-dvuhhodovku.html>
- [http://pikabu.ru/story/metod\\_byistrego\\_umnozheniya\\_karatsubyi\\_4226758](http://pikabu.ru/story/metod_byistrego_umnozheniya_karatsubyi_4226758)
- <http://ozon.ru>. Сейф-книга "Вид на реку"
- [https://openclipart.org/image/800px/svg\\_to\\_png/171487/1344190891.png](https://openclipart.org/image/800px/svg_to_png/171487/1344190891.png)
- [http://vamatkrytka.ru/\\_ph/54/2/531435092.gif](http://vamatkrytka.ru/_ph/54/2/531435092.gif)
- <http://www.gifmania.ru/Animated-Gifs-Veb-dizayn/Animations-Geometry/Images-Geometric-Stars/Geometric-Stars-89830.gif>
- <http://www.freeiconspng.com/free-images/potion-icon-png-15620>