

# Логические основы компьютеров

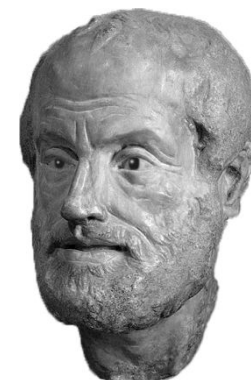
**Логические операции. Таблицы  
истинности**

# Логика, высказывания

---

**Логика** (др.греч. *λογικος*) – это наука о том, как правильно рассуждать, делать выводы, доказывать утверждения.

**Формальная логика** отвлекается от конкретного содержания, изучает только истинность и ложность высказываний.



Аристотель  
(384-322 до н.э.)

**Логическое высказывание** – это повествовательное предложение, относительно которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

## Высказывание или нет?

---

✓ Сейчас идет дождь.

✓ Жирафы летят на север.

~~История – интересный предмет.~~

✓ У квадрата – 10 сторон и все разные.

Красиво!

В городе N живут 2 миллиона человек.

Который час?

# Логика и компьютер

---

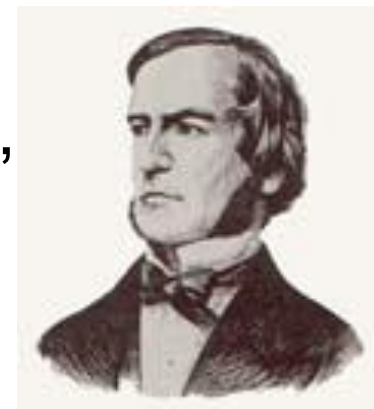
**Двоичное кодирование** – все виды информации кодируются с помощью 0 и 1.

**Задача** – разработать оптимальные правила обработки таких данных.

## Почему «логика»?

Результат выполнения операции можно представить как истинность (1) или ложность (0) некоторого высказывания.

**Джордж Буль** разработал основы алгебры, в которой используются только 0 и 1 (алгебра логики, булева алгебра).



# Обозначение высказываний

**A** – Сейчас идет дождь. }  
**B** – Форточка открыта. }

простые высказывания  
(элементарные)



**Любое высказывание может быть ложно (0) или истинно (1).**

**Составные высказывания** строятся из простых с помощью логических связок (операций) «и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда» и др.

**A и B** Сейчас идет дождь и открыта форточка.

**A или не B** Сейчас идет дождь или форточка закрыта.

**если A, то B** Если сейчас идет дождь, то форточка открыта.

**A тогда и только тогда, когда B** Дождь идет тогда и только тогда, когда открыта форточка.

## Операция НЕ (инверсия)

Если высказывание **A** истинно, то «**не A**» ложно, и наоборот.

A	не A
0	1
1	0

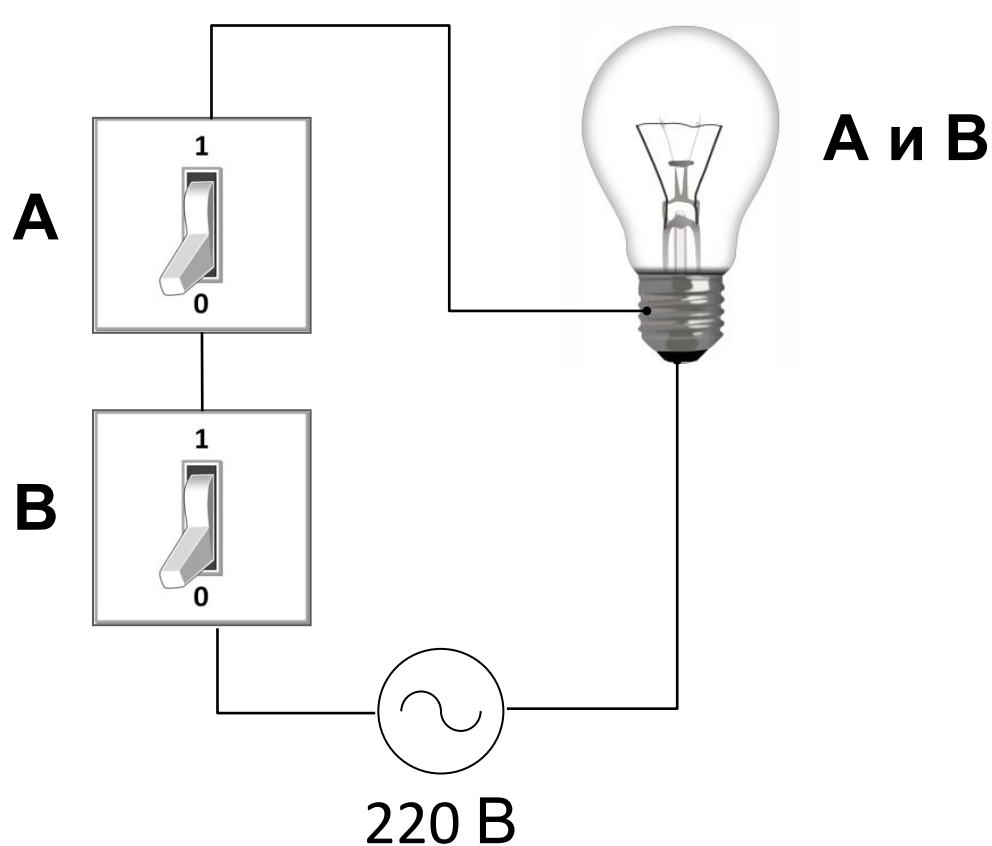
также  $\bar{A}$ ,  $\neg A$ ,  
**not A** (Паскаль),  
**! A** (Си)

таблица  
истинности  
операции НЕ

**Таблица истинности логического выражения X** – это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой – значение выражения X для каждой комбинации.

# Операция И

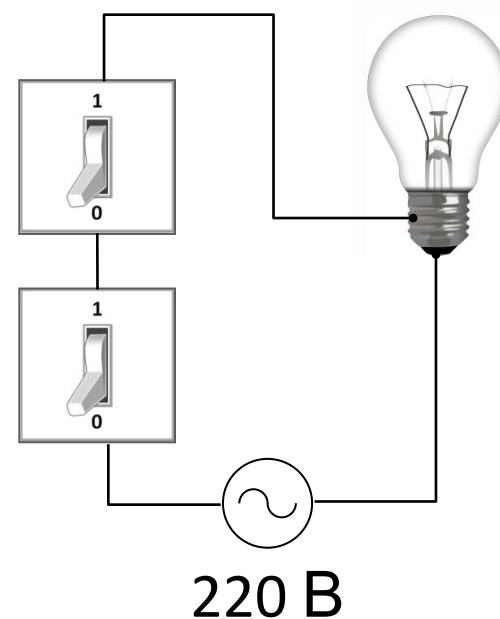
Высказывание «**A и B**» истинно тогда и только тогда, когда **A** и **B** истинны одновременно.



# Операция И (логическое умножение, конъюнкция)

A	B	A и B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

также:  $A \cdot B$ ,  $A \wedge B$ ,  
 A and B (Паскаль),  
 A && B (Си)



**A**  $\wedge$

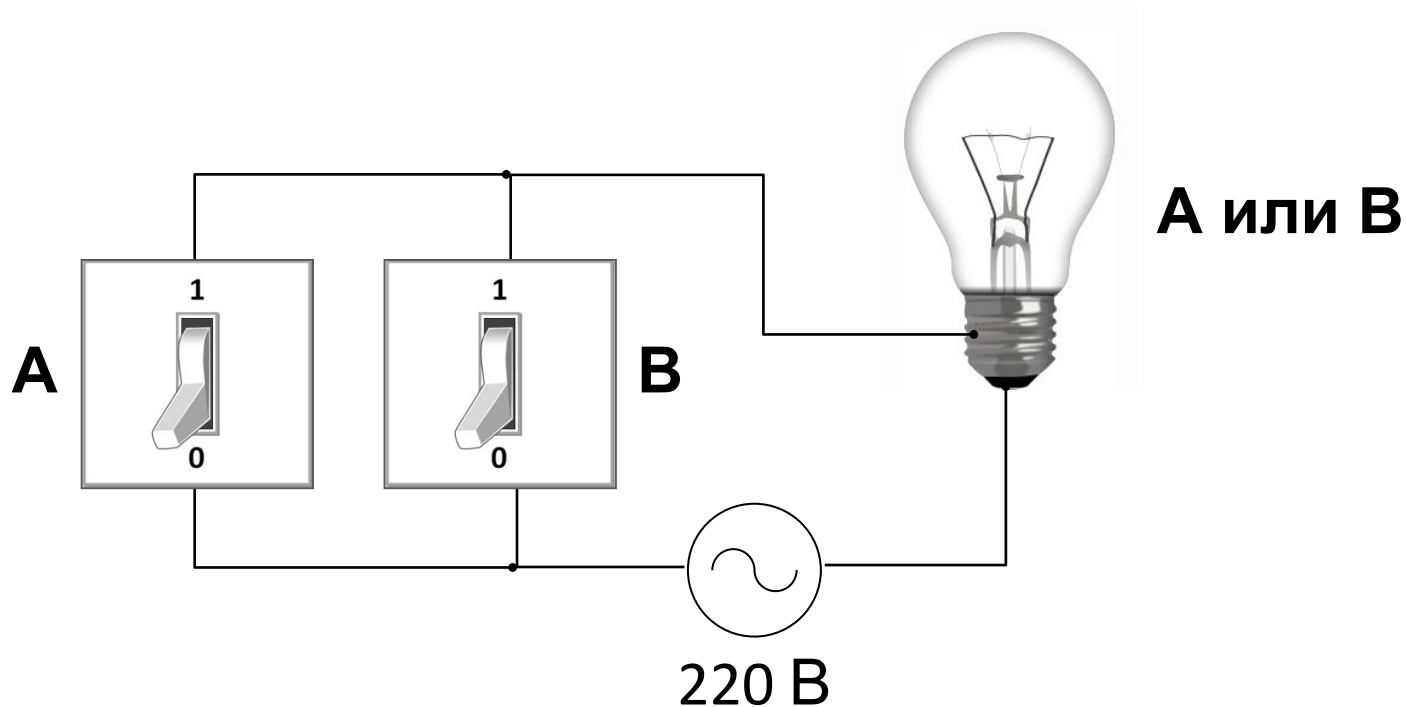
**B**

**КОНЪЮНКЦИЯ** – от лат. *conjunctio* — соединение



# Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

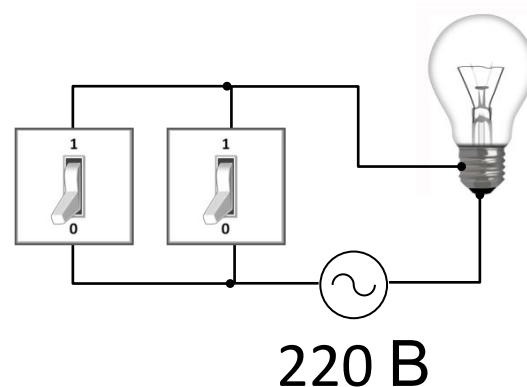
Высказывание «**A** или **B**» истинно тогда, когда истинно **A** или **B**, или оба вместе.



# Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

A	B	A или B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

также:  $A+B$ ,  $A \vee B$ ,  
 $A \text{ or } B$  (Паскаль),  
 $A \parallel B$  (Си)



**ДИЗЪЮНКЦИЯ** – от лат. *disjunctio* — разъединение

## Операция «исключающее ИЛИ»

Высказывание « $A \oplus B$ » истинно тогда, когда истинно  $A$  или  $B$ , но *не оба одновременно* (то есть  $A \neq B$ ).

*«Либо пан, либо пропал».*

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

также:  
 $A \text{ xor } B$  (Паскаль),  
 $A \wedge B$  (Си)

## Импликация («если ..., то ...»)

Высказывание « $A \rightarrow B$ » истинно, если не исключено, что из  $A$  следует  $B$ .

$A$  – «Правильно записано условие задачи».

$B$  – «Задача решена верно».

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

## Импликация («если ..., то ...»)

«Если Вася идет гулять, то Маша сидит дома».

**A** – «Вася идет гулять».

**B** – «Маша сидит дома».

$$A \rightarrow B = 1$$



А если Вася не идет гулять?

Маша может пойти гулять (B=0), а может и не пойти (B=1)!

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

## Эквивалентность («тогда и только тогда, ...»)

Высказывание « $A \leftrightarrow B$ » истинно тогда и только тогда, когда  $A$  и  $B$  равны.

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Базовый набор операций

---

С помощью операций **И**, **ИЛИ** и **НЕ** можно реализовать любую логическую операцию.



# Вычисление логических выражений

---

1 4 2 5 3

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

## Порядок вычислений:

- скобки
- НЕ
- И
- ИЛИ, исключающее ИЛИ
- импликация
- эквивалентность



# Задание 1 Составление таблиц истинности

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

A	B	C	A·B	A·C	B·C	X
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

---

Задание 2. Какие из приведенных слов удовлетворяют логическому условию:

(первая буква согласная → вторая буква согласная)  
& (последняя буква гласная → предпоследняя буква гласная)?

- 1) Тренаж
- 2) Мафия
- 3) Озон
- 4) Игра

## Задание 3 Построить таблицу истинности

$$a \wedge \neg b \vee (a \vee b)$$
$$\wedge c$$

## Задание 4 Построить таблицу истинности

$$((a \wedge b) \equiv \neg c) \wedge (b \rightarrow d).$$