

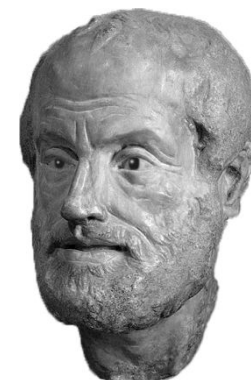
Логические основы компьютеров

**Логические операции. Таблицы
истинности**

Логика, высказывания

Логика (др.греч. *λογικος*) – это наука о том, как правильно рассуждать, делать выводы, доказывать утверждения.

Формальная логика отвлекается от конкретного содержания, изучает только истинность и ложность высказываний.



Аристотель
(384-322 до н.э.)

Логическое высказывание – это повествовательное предложение, относительно которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Высказывание или нет?

✓ Сейчас идет дождь.

✓ Жирафы летят на север.

~~История – интересный предмет.~~

✓ У квадрата – 10 сторон и все разные.

Красиво!

В городе N живут 2 миллиона человек.

Который час?

Логика и компьютер

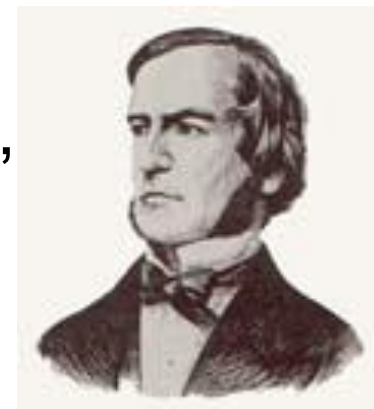
Двоичное кодирование – все виды информации кодируются с помощью 0 и 1.

Задача – разработать оптимальные правила обработки таких данных.

Почему «логика»?

Результат выполнения операции можно представить как истинность (1) или ложность (0) некоторого высказывания.

Джордж Буль разработал основы алгебры, в которой используются только 0 и 1 (алгебра логики, булева алгебра).



Обозначение высказываний

A – Сейчас идет дождь. }
B – Форточка открыта. }

простые высказывания
(элементарные)



Любое высказывание может быть ложно (0) или истинно (1).

Составные высказывания строятся из простых с помощью логических связок (операций) «и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда» и др.

A и B Сейчас идет дождь и открыта форточка.

A или не B Сейчас идет дождь или форточка закрыта.

если A, то B Если сейчас идет дождь, то форточка открыта.

A тогда и только тогда, когда B Дождь идет тогда и только тогда, когда открыта форточка.

Операция НЕ (инверсия)

Если высказывание **A** истинно, то «**не A**» ложно, и наоборот.

A	не A
0	1
1	0

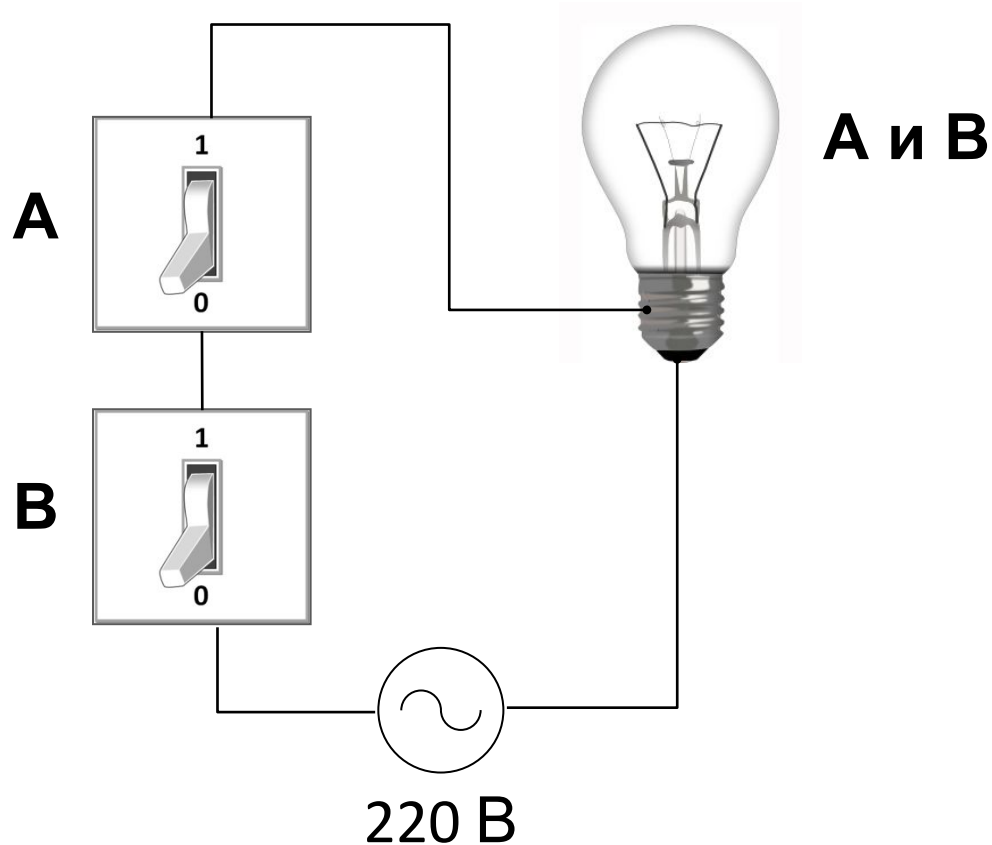
также \bar{A} , $\neg A$,
not A (Паскаль),
! A (Си)

таблица
истинности
операции НЕ

Таблица истинности логического выражения X – это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой – значение выражения X для каждой комбинации.

Операция И

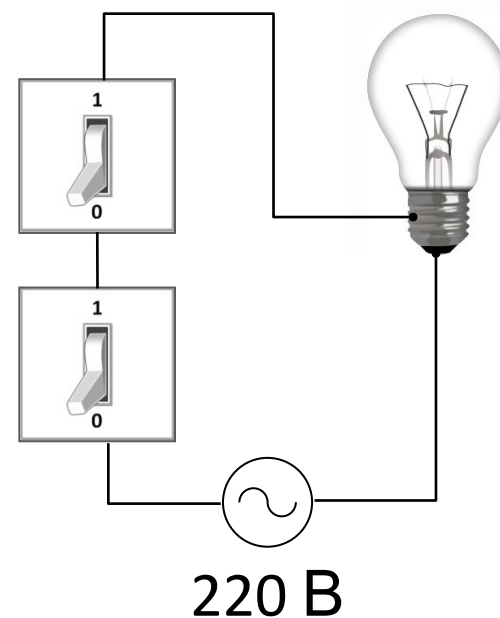
Высказывание «**A и B**» истинно тогда и только тогда, когда **A** и **B** истинны одновременно.



Операция И (логическое умножение, конъюнкция)

A	B	A и B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

также: $A \cdot B$, $A \wedge B$,
 A and B (Паскаль),
 A && B (Си)



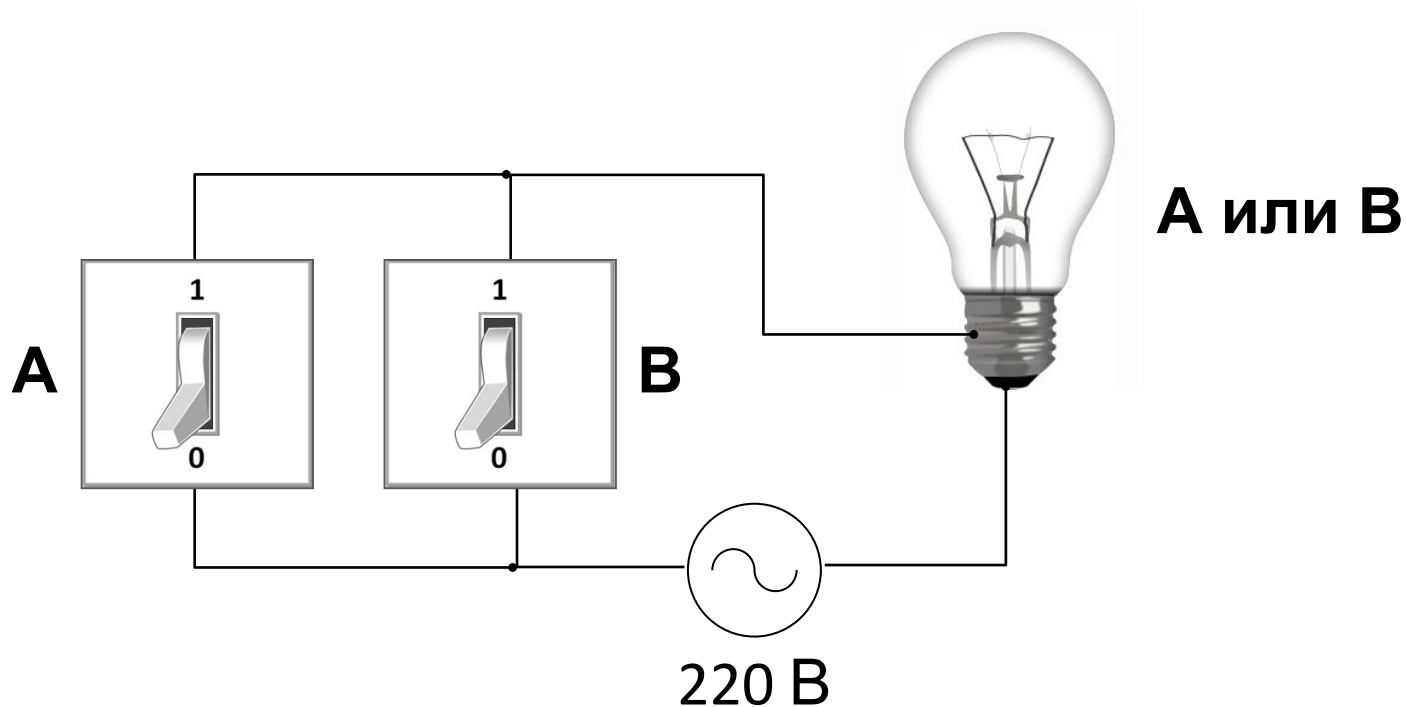
A \wedge

B

КОНЪЮНКЦИЯ – от лат. *conjunctio* — соединение

Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

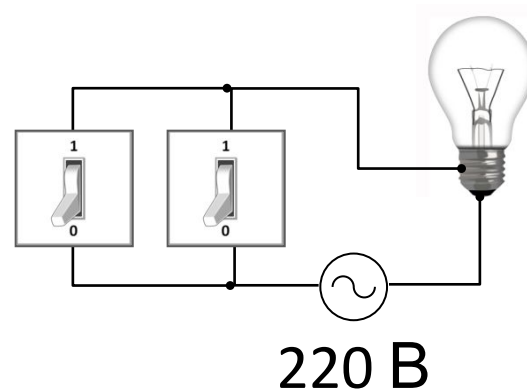
Высказывание «**A** или **B**» истинно тогда, когда истинно **A** или **B**, или оба вместе.



Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

A	B	A или B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

также: $A+B$, $A \vee B$,
 $A \text{ or } B$ (Паскаль),
 $A \parallel B$ (Си)



ДИЗЪЮНКЦИЯ – от лат. *disjunctio* — разъединение

Операция «исключающее ИЛИ»

Высказывание « $A \oplus B$ » истинно тогда, когда истинно A или B , но *не оба одновременно* (то есть $A \neq B$).

«Либо пан, либо пропал».

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

также:
 $A \text{ xor } B$ (Паскаль),
 $A \wedge B$ (Си)

Импликация («если ..., то ...»)

Высказывание « $A \rightarrow B$ » истинно, если не исключено, что из A следует B .

A – «Правильно записано условие задачи».

B – «Задача решена верно».

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

Импликация («если ..., то ...»)

«Если Вася идет гулять, то Маша сидит дома».

A – «Вася идет гулять».

B – «Маша сидит дома».

$$A \rightarrow B = 1$$



А если Вася не идет гулять?

Маша может пойти гулять (B=0), а может и не пойти (B=1)!

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Эквивалентность («тогда и только тогда, ...»)

Высказывание « $A \leftrightarrow B$ » истинно тогда и только тогда, когда A и B равны.

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Базовый набор операций

С помощью операций **И**, **ИЛИ** и **НЕ** можно реализовать любую логическую операцию.



Вычисление логических выражений

1 4 2 5 3

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

Порядок вычислений:

- скобки
- НЕ
- И
- ИЛИ, исключающее ИЛИ
- импликация
- эквивалентность

Задание 1 Составление таблиц истинности

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

A	B	C	A·B	A·C	B·C	X
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Задание 2. Какие из приведенных слов удовлетворяют логическому условию:

(первая буква согласная → вторая буква согласная)
& (последняя буква гласная → предпоследняя буква гласная)?

- 1) Тренаж
- 2) Мафия
- 3) Озон
- 4) Игра

Задание 3 Построить таблицу истинности

$$a \wedge \neg b \vee (a \vee b)$$
$$\wedge c$$

Задание 4 Построить таблицу истинности

$$((a \wedge b) \equiv \neg c) \wedge (b \rightarrow d).$$