

Примеры решения задач по теории относительности.

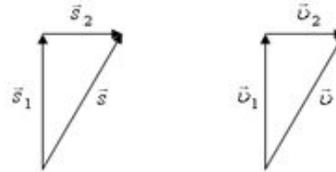
Задача №1

Задача №1. Переплывая реку, пловец держал курс, перпендикулярный течению реки, но течением его отнесло на расстояние 40 м. Какова скорость пловца относительно Земли, если он плыл 20 с, а ширина реки равна 80 м? Движение пловца считать равномерным.

40 м – это расстояние, на которое смещается подвижная система отсчета (река), т.е. $s_2 = 40$ м. Если бы вода была неподвижной, то пловец сместился бы в ней на 80 м – ее ширину. Поэтому 80 м – это перемещение пловца в подвижной системе координат, $s_1 = 80$ м.

Дано: $s_1 = 80$ м, $s_2 = 40$ м, $t = 20$ с. Найти: v – ?

Решение. Сделаем рисунок в соответствии с условием задачи:



Скорость пловца относительно воды $v_1 = \frac{s_1}{t}$; $v_1 = \frac{80 \text{ м}}{20 \text{ с}} = 4 \text{ м/с}$.

Скорость реки $v_2 = \frac{s_2}{t}$; $v_2 = \frac{40 \text{ м}}{20 \text{ с}} = 2 \text{ м/с}$.

В соответствии с классическим законом сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Как видно из рисунка, модуль скорости пловца относительно Земли можно найти по теореме

Пифагора: $v^2 = v_1^2 + v_2^2$; $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$;

$$v = \sqrt{2^2 \text{ м}^2 / \text{с}^2 + 4^2 \text{ м}^2 / \text{с}^2} = \sqrt{20 \text{ м}^2 / \text{с}^2} \approx 4,47 \text{ м/с}.$$

Ответ: Скорость пловца относительно Земли $v \approx 4,47 \text{ м/с}$.

Задача №2

Два автомобиля движутся со скоростями 85 км/ч и 100 км/ч навстречу друг другу. Какова их скорость друг относительно друга? Чему будет равна относительная скорость при их движении в одном направлении?

1). Автомобили движутся навстречу друг другу.



Будем считать первый автомобиль неподвижным. Тогда ко второму автомобилю нужно приложить дополнительную скорость \vec{v}'_1 , равную, но противоположно направленную скорости первого автомобиля:



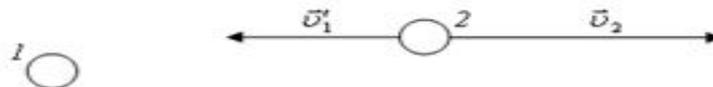
По величине $v'_1 = v_1$. Результирующая скорость второго автомобиля относительно первого $\vec{v} = \vec{v}'_1 + \vec{v}_2$. Как видно из рисунка, ее величина в этом случае равна

$$v = v_1 + v_2, \quad v = 85 \text{ км/ч} + 100 \text{ км/ч} = 185 \text{ км/ч}.$$

2). Автомобили движутся в одном направлении.



Будем считать первый автомобиль неподвижным. Тогда ко второму автомобилю нужно приложить дополнительную скорость \vec{v}'_1 , равную, но противоположно направленную скорости первого автомобиля:

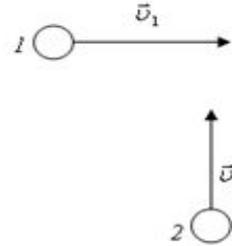


По величине $v'_1 = v_1$. Результирующая скорость второго автомобиля относительно первого $\vec{v} = \vec{v}'_1 + \vec{v}_2$. Как видно из рисунка, ее величина в этом случае равна

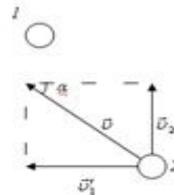
$$v = v_2 - v_1, \quad v = 100 \text{ км/ч} - 85 \text{ км/ч} = 15 \text{ км/ч}.$$

Задача №3

Два корабля движутся по взаимно перпендикулярным направлениям со скоростями 40 км/ч и 30 км/ч, как указано на рисунке. С какой скоростью движется второй корабль относительно первого, и под каким углом к направлению движения первого корабля?



Будем считать первый корабль неподвижным. Тогда ко второму кораблю нужно приложить дополнительную скорость \vec{v}'_1 , равную, но противоположно направленную скорости первого корабля:



Результирующая скорость второго корабля относительно первого равна $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Ее величину, как видно из рисунка, можно найти по теореме Пифагора:

$$\begin{aligned}v^2 &= v_1^2 + v_2^2; & v &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2}; \\v &= \sqrt{40^2 \text{ км}^2 / \text{ч}^2 + 30^2 \text{ км}^2 / \text{ч}^2} = \sqrt{1600 \text{ км}^2 / \text{ч}^2 + 900 \text{ км}^2 / \text{ч}^2} = \\&= \sqrt{2500 \text{ км}^2 / \text{ч}^2} = 50 \text{ км} / \text{ч}.\end{aligned}$$

Угол α можно выразить любым способом. Например, $\sin \alpha = \frac{v_2}{v}$, $\cos \alpha = \frac{v_1}{v}$.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1}, \quad \sin \alpha = \frac{30}{50} = 0,6. \quad \text{Отсюда } \alpha = 36,9^\circ$$

Задача №4

Пловец переплывает реку за минимально возможное время. Скорость пловца относительно воды равна 1 м/с . Скорость пловца относительно берега направлена под углом 30° к линии берега. Определите скорость течения реки.

Дано: $v_1 = 1 \text{ м/с}$; $\alpha = 30^\circ$; $v - ?$

Решение: Введем следующие обозначения:

\vec{v}_1 - скорость пловца относительно воды;

\vec{v}_2 - скорость пловца относительно берега;

\vec{v} - скорость течения реки.

Поскольку пловец переплывает реку за минимально возможное время, его скорость \vec{v}_1

относительно воды направлена перпендикулярно линии берега(1). Скорость пловца относительно берега \vec{v}_2

является суммой его скорости относительно воды \vec{v}_1 и

скорости течения реки \vec{v} : $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}$.(2). По условию

задачи угол α между векторами \vec{v}_2 и \vec{v} равен 30° (3).

Учитывая (1), (2) и (3), сделаем чертеж к задаче и, используя его, определим \vec{v} :

$$v = v_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1 \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ = 1 \cdot \sqrt{3} = 1,73 \text{ м/с}.$$



Задача №5

Катер переплывает реку по кратчайшему пути. Угол между векторами скорости катера относительно воды и относительно берега равен 30° . Во сколько раз величина скорости катера относительно воды больше скорости течения?

Дано: $\alpha = 30^\circ$; $\frac{v_1}{v} = ?$

Решение: Введем следующие обозначения:

\vec{v}_1 - скорость катера относительно воды;

\vec{v}_2 - скорость катера относительно берега;

\vec{v} - скорость течения реки.

По условию задачи катер переплывает реку по кратчайшему пути, следовательно, скорость катера относительно берега \vec{v}_2 направлена под прямым углом к линии берега (1). В то же время по закону сложения скоростей \vec{v}_2 является векторной суммой скорости катера относительно воды \vec{v}_1 и скорости течения реки \vec{v} : $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}$ (2).

По условию задачи угол α между векторами \vec{v}_2 и \vec{v} равен 30°

(3). Учитывая (1), (2) и (3), сделаем чертеж к задаче и, используя его, найдем

отношение $\frac{v_1}{v}$: $\frac{v_1}{v} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2$.

