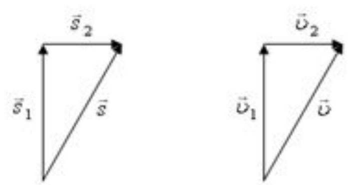
Примеры решения задач по теории относительности.
Задача №1

Задача №1. *Переплывая реку, пловец держал курс, перпендикулярный течению реки, но течением его отнесло на расстояние 40 м. Какова скорость пловца относительно Земли, если он плыл 20 с, а ширина реки равна 80 м? Движение пловца считать равномерным.*

40 м – это расстояние, на которое смещается подвижная система отсчета (река), т.е. $s_2 = 40\ м$. Если бы вода была неподвижной, то пловец сместился бы в ней на 80 м – ее ширину. Поэтому 80 м – это перемещение пловца в подвижной системе координат, $s_1 = 80\ м$.

Дано: $s_1 = 80\ м$, $s_2 = 40\ м$, t = 20 с. Найти: υ – ?

Решение. Сделаем рисунок в соответствии с условием задачи:



Скорость пловца относительно воды $\upsilon_1 = \frac{s_1}{t}$; $\upsilon_1 = \frac{80\ м}{20\ с} = 4\ м/с$.

Скорость реки $\upsilon_2 = \frac{s_2}{t}$; $\upsilon_2 = \frac{40\ м}{20\ с} = 2\ м/с$.

В соответствии с классическим законом сложения скоростей $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2$. Как видно из рисунка, модуль скорости пловца относительно Земли можно найти по теореме Пифагора: $\upsilon^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2$; $\upsilon = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}$;

$$\upsilon = \sqrt{2^2 м^2/с^2 + 4^2 м^2/с^2} = \sqrt{20 м^2/с^2} \approx 4{,}47\ м/с.$$

Ответ: Скорость пловца относительно Земли $\upsilon \approx 4{,}47\ м/с$.

Задача №2

Два автомобиля движутся со скоростями 85 км/ч и 100 км/ч навстречу друг другу. Какова их скорость друг относительно друга? Чему будет равна относительная скорость при их движении в одном направлении?

1). Автомобили движутся навстречу друг другу.

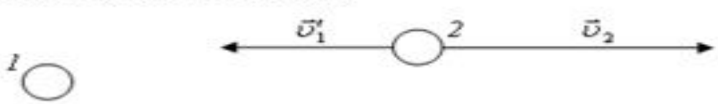
Будем считать первый автомобиль неподвижным. Тогда ко второму автомобилю нужно приложить дополнительную скорость $\vec{\upsilon}_1'$, равную, но противоположно направленную скорости первого автомобиля:

По величине $\upsilon_1' = \upsilon_1$. Результирующая скорость второго автомобиля относительно первого $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1' + \vec{\upsilon}_2$. Как видно из рисунка, ее ***величина*** в этом случае равна

$$\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2 , \qquad \upsilon = 85\,км/ч + 100\,км/ч = 185\,км/ч .$$

2). Автомобили движутся в одном направлении.

Будем считать первый автомобиль неподвижным. Тогда ко второму автомобилю нужно приложить дополнительную скорость $\vec{\upsilon}_1'$, равную, но противоположно направленную скорости первого автомобиля:

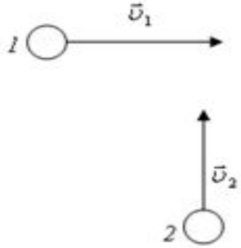


По величине $\upsilon_1' = \upsilon_1$. Результирующая скорость второго автомобиля относительно первого $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1' + \vec{\upsilon}_2$. Как видно из рисунка, ее ***величина*** в этом случае равна

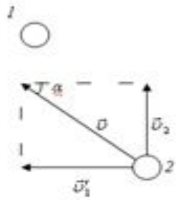
$$\upsilon = \upsilon_2 - \upsilon_1 , \qquad \upsilon = 100\,км/ч - 85\,км/ч = 15\,км/ч .$$

Задача №3

Два корабля движутся по взаимно перпендикулярным направлениям со скоростями 40 км/ч и 30 км/ч, как указано на рисунке. С какой скоростью движется второй корабль относительно первого, и под каким углом к направлению движения первого корабля?



Будем считать первый корабль неподвижным. Тогда ко второму кораблю нужно приложить дополнительную скорость $\vec{\upsilon}_1'$, равную, но противоположно направленную скорости первого корабля:



Результирующая скорость второго корабля относительно первого равна $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2$. Ее величину, как видно из рисунка, можно найти по теореме Пифагора:

$$\upsilon^2 = \upsilon_1{}^2 + \upsilon_2{}^2; \qquad \upsilon = \sqrt{\upsilon_1{}^2 + \upsilon_2{}^2};$$

$$\upsilon = \sqrt{40^2 км^2/ч^2 + 30^2 км^2/ч^2} = \sqrt{1600 км^2/ч^2 + 900 км^2/ч^2} =$$

$$= \sqrt{2500 км^2/ч^2} = 50 км/ч.$$

Угол α можно выразить любым способом. Например, $\sin\alpha = \frac{\upsilon_2}{\upsilon}$, $\cos\alpha = \frac{\upsilon_1}{\upsilon}$, $tg\alpha = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$. $\sin\alpha = \frac{30}{50} = 0{,}6$. Отсюда $\alpha = 36{,}9°$

Задача №4

Пловец переплывает реку за минимально возможное время. Скорость пловца относительно воды равна 1 м/с. Скорость пловца относительно берега направлена под углом 30^0 к линии берега. Определите скорость течения реки.

Дано: $\upsilon_1 = 1\,м/с;\ \alpha = 30^0;\ \upsilon - ?$

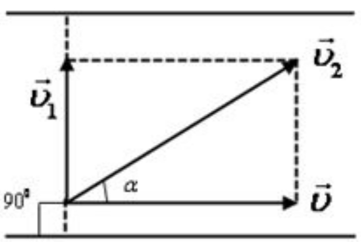
Решение: Введем следующие обозначения:

$\vec{\upsilon}_1$ - скорость пловца относительно воды;

$\vec{\upsilon}_2$ - скорость пловца относительно берега:

$\vec{\upsilon}$ - скорость течения реки.

Поскольку пловец переплывает реку за минимально возможное время, его скорость $\vec{\upsilon}_1$ относительно воды направлена перпендикулярно линии берега(1). Скорость пловца относительно берега $\vec{\upsilon}_2$ является суммой его скорости относительно воды $\vec{\upsilon}_1$ и скорости течения реки $\vec{\upsilon}$: $\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}$.(2). По условию задачи угол α между векторами $\vec{\upsilon}_2$ и $\vec{\upsilon}$ равен 30^0 (3). Учитывая (1), (2) и (3), сделаем чертеж к задаче и, используя его, определим $\vec{\upsilon}$:



$$\upsilon = \upsilon_1 \cdot ctg\alpha = 1 \cdot ctg30^0 = 1 \cdot \sqrt{3} = 1{,}73\,м/с.$$

Задача №5

Катер переплывает реку по наикратчайшему пути. Угол между векторами скорости катера относительно воды и относительно берега равен 30^0. Во сколько раз величина скорости катера относительно воды больше скорости течения?

$Дано: \; \alpha = 30^0; \; \dfrac{\upsilon_1}{\upsilon} - ?$

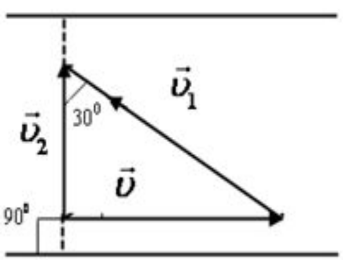
Решение: Введем следующие обозначения:

$\vec{\upsilon}_1$ - скорость катера относительно воды;

$\vec{\upsilon}_2$ - скорость катера относительно берега:

$\vec{\upsilon}$ - скорость течения реки.

По условию задачи катер переплывает реку по наикратчайшему пути, следовательно, скорость катера относительно берега $\vec{\upsilon}_2$ направлена под прямым углом к линии берега (1). В то же время по закону сложения скоростей $\vec{\upsilon}_2$ является векторной суммой скорости катера относительно воды $\vec{\upsilon}_1$ и скорости течения реки $\vec{\upsilon} : \vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}$ (2).



По условию задачи угол α между векторами $\vec{\upsilon}_2$ и $\vec{\upsilon}$ равен 30^0 (3). Учитывая (1), (2) и (3), сделаем чертеж к задаче и, используя его, найдем отношение $\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon}$: $\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon} = \dfrac{1}{\sin\alpha} = \dfrac{1}{\sin 30^0} = 2.$