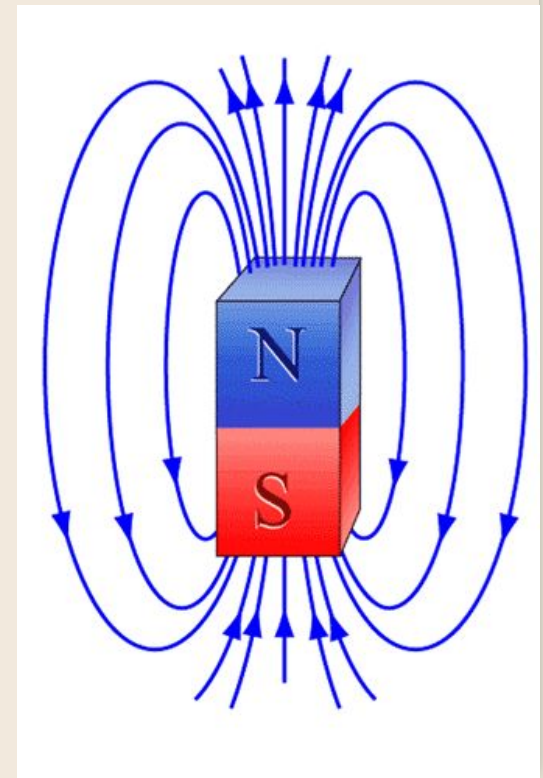


Магнитное поле

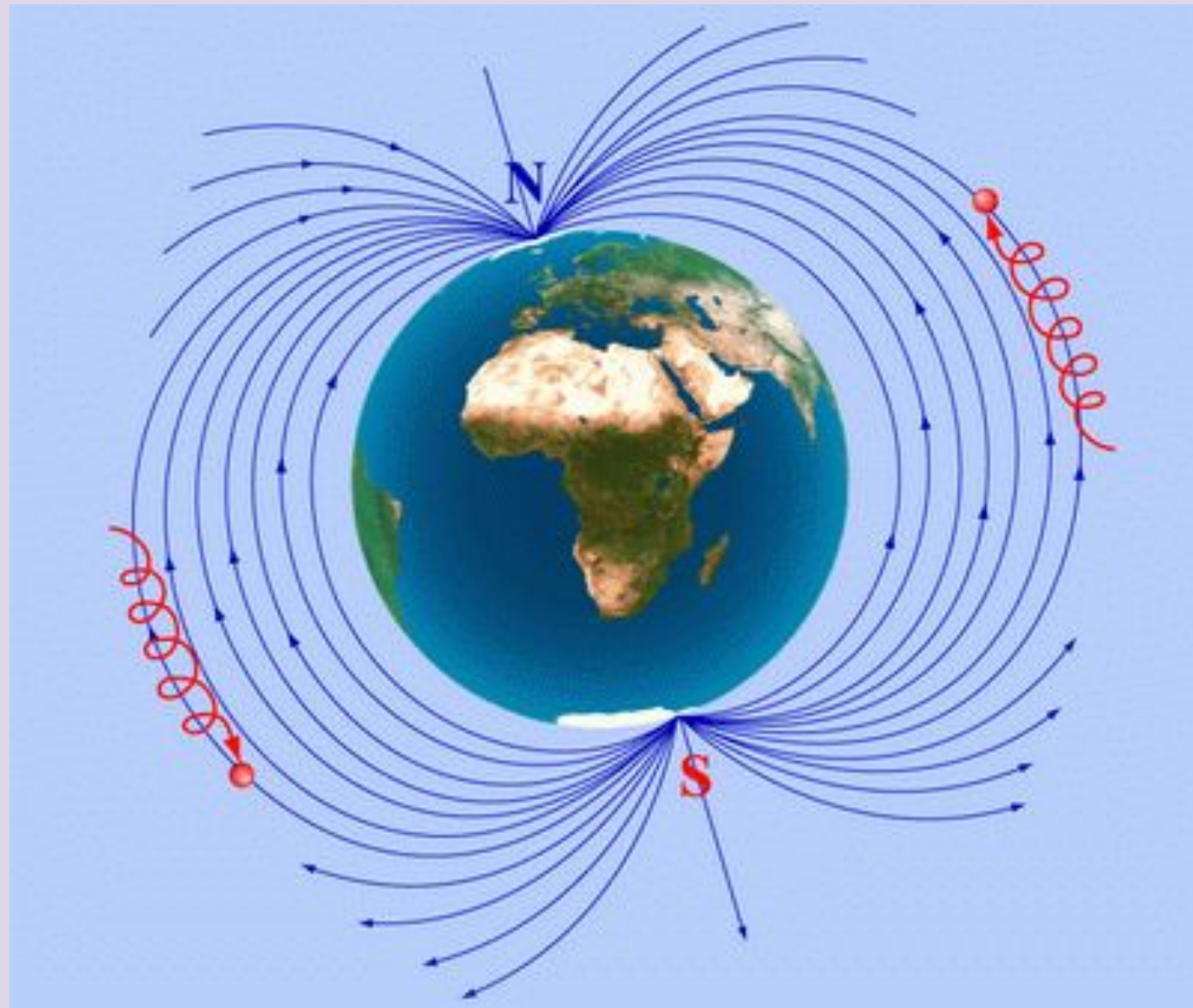
Все свойства магнитной силы (взаимодействия магнитов) можно описать, если ввести понятие магнитного поля. Магнитное поле характеризуется двумя векторами: напряженностью \mathbf{H} (аналог закона Кулона для магнитного поля) и индукции магнитного поля \mathbf{B} (аналог вектора \mathbf{D}).

Магнитное поле, как и электрическое, обладает двумя важнейшими свойствами, связанными с потоком и циркуляцией векторного поля, которые выражают основные законы магнитного поля.

Как и любое другое векторное поле, магнитное поле может быть представлено наглядно в виде линий вектора напряженности \mathbf{H} или индукции \mathbf{B} . Их проводят так, чтобы касательная совпадала с направлением вектора в каждой точке линии, а густота была пропорциональна модулю вектора. Полученная таким образом картина позволяет судить о конфигурации поля и облегчает анализ.



Магнитное поле

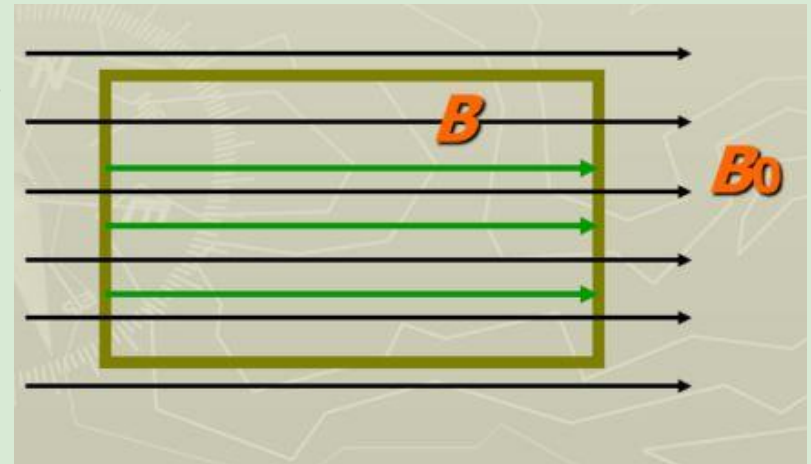
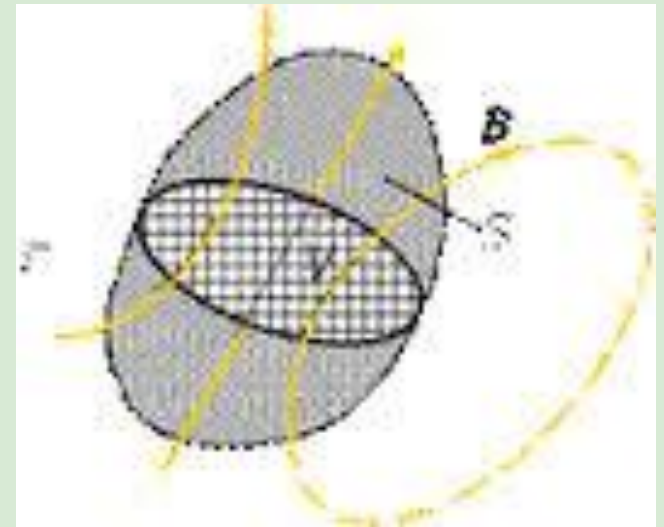


Магнитное поле

Теорема Гаусса для поля B :

$$\Phi_B = \oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = q_M = 0$$

Если в магнитное поле ввести то или иное вещество, поле изменится. Это объясняется тем, что вещество под действием магнитного поля намагничивается, т.е. приобретает магнитный момент. Намагниченное вещество создает свое поле, которое вместе с первичным, образует результирующее поле.



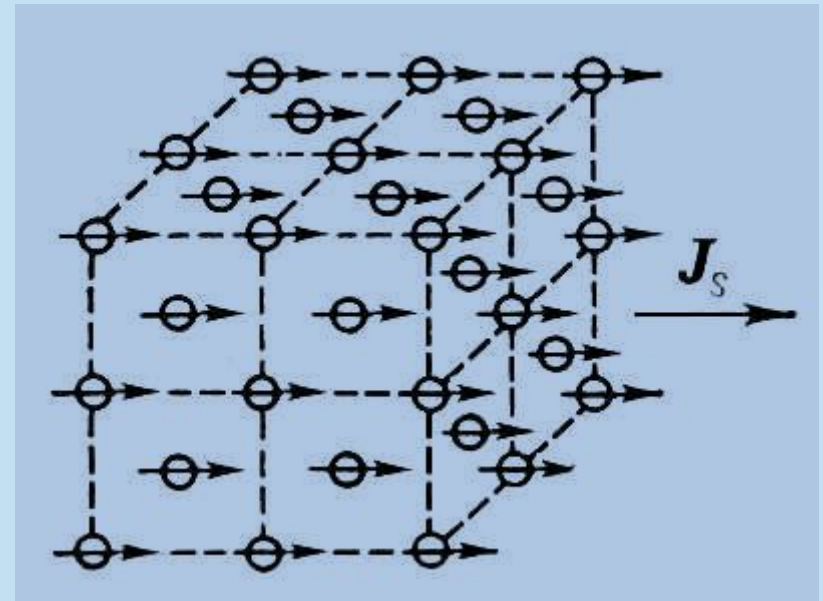
Магнитное поле

Намагниченность: степень намагничения магнетика характеризуется магнитным моментом единицы объема вещества – намагниченностью:

$$J = \frac{1}{\Delta V} \sum p_m$$

Где p_m – магнитный момент молекулы, ΔV – физически бесконечно малый объем.

Аналогично поляризованности P , намагниченность J можно представить как $J = n \langle p_m \rangle$ где $\langle p_m \rangle$ – средний магнитный момент молекулы, и n – концентрация.



Магнитное поле

\mathbf{J} и \mathbf{p}_m имеют одинаковые направления \Rightarrow если $\mathbf{J} = \mathbf{0}$ то и $\langle \mathbf{p}_m \rangle = \mathbf{0}$. если во всех точках \mathbf{J} одинаково, то вещество намагничено однородно.

Аналогично, для многих магнетиков, зависимость между \mathbf{J} и \mathbf{H} линейная $\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}$ где χ – магнитная восприимчивость, безразмерная величина, характерная для каждого магнетика.

В отличие от диэлектрической восприимчивости, которая всегда положительная, магнитная восприимчивость χ бывает как положительная, так и отрицательная. \Rightarrow магнетики с линейной зависимостью разделяют на пара – ($\chi > 0$) и диа – ($\chi < 0$) магнетики.

Магнитное поле

Связь B и H для линейных магнетиков:

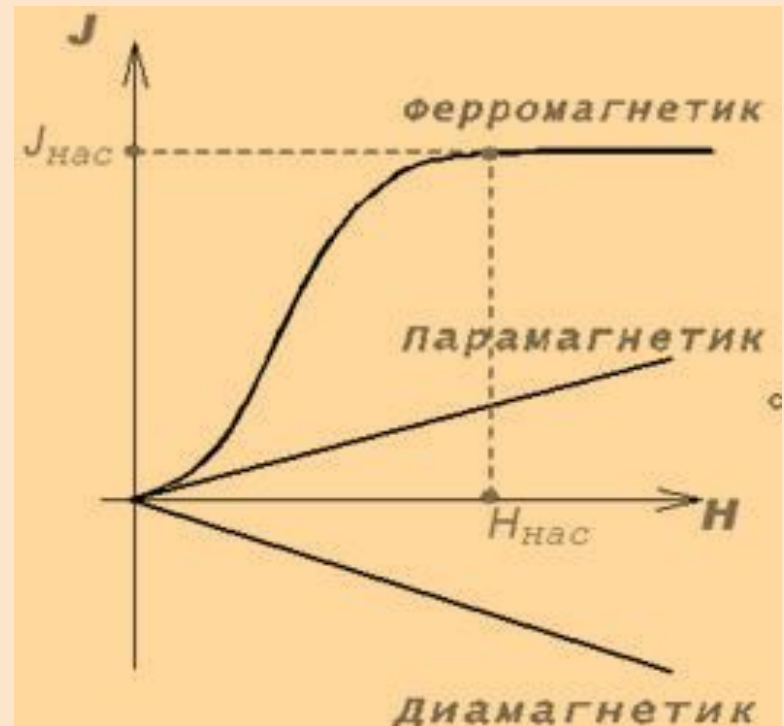
$$B = \mu_0(H + J) \Rightarrow B = \mu_0(1 + \chi)H = \mu\mu_0H$$

где μ – магнитная проницаемость среды. $\mu = (1 + \chi)$.

У диамагнетиков $\mu < 1$,

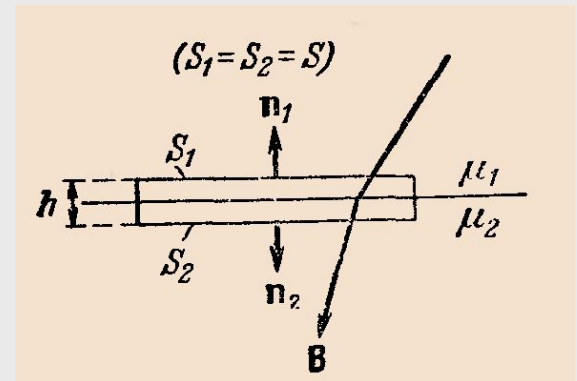
у парамагнетиков $\mu > 1$, причем мало отличается от единицы (магнитные свойства выражены слабо).

Кроме них существуют ферромагнетики, у которых зависимость имеет сложный, нелинейный характер, зависит от предыстории (гистерезис).



Магнитное поле

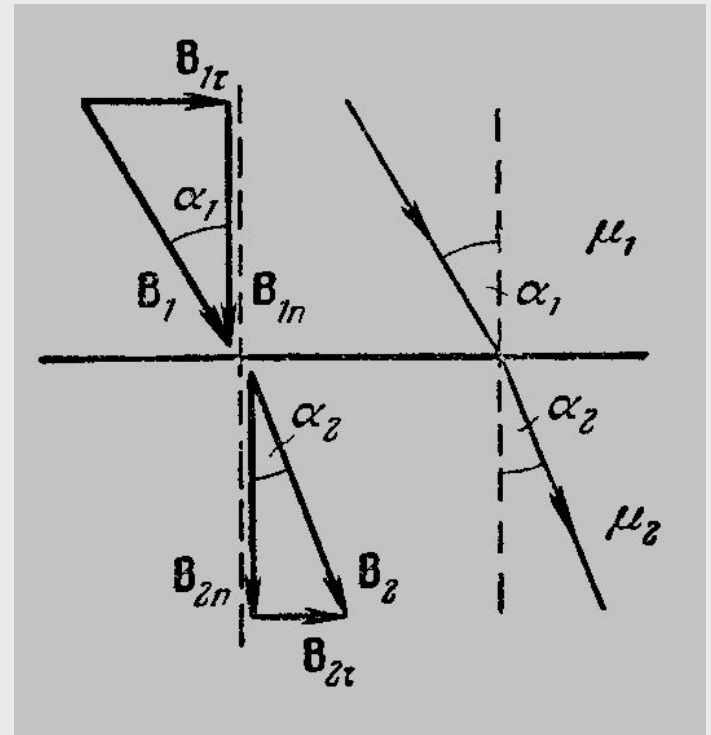
Граничные условия для векторов \mathbf{B} и \mathbf{H} на границе раздела двух однородных магнетиков также получаются на основе теоремы Гаусса и теоремы о циркуляции.



Для вектора \mathbf{B} .

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad \Rightarrow \quad B_{n2} = B_{n1}$$

\Rightarrow т.е. нормальная составляющая вектора \mathbf{B} оказывается одинаковой по обе стороны границы раздела, не испытывает скачка.

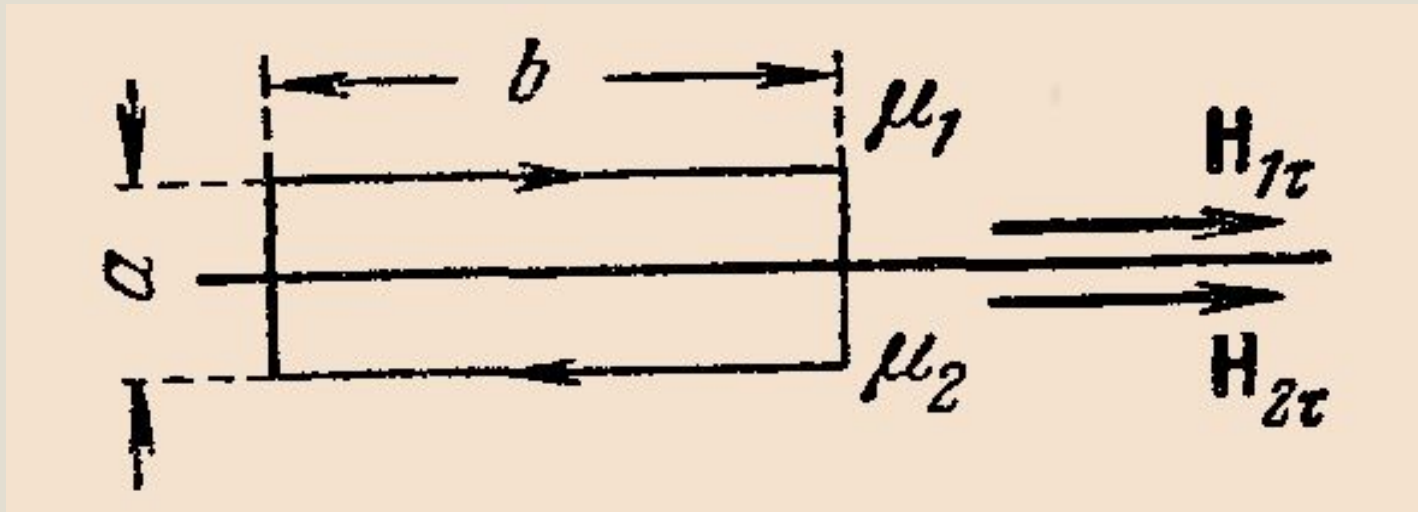


Магнитное поле

Граничные условия для векторов \mathbf{B} и \mathbf{H} на границе раздела

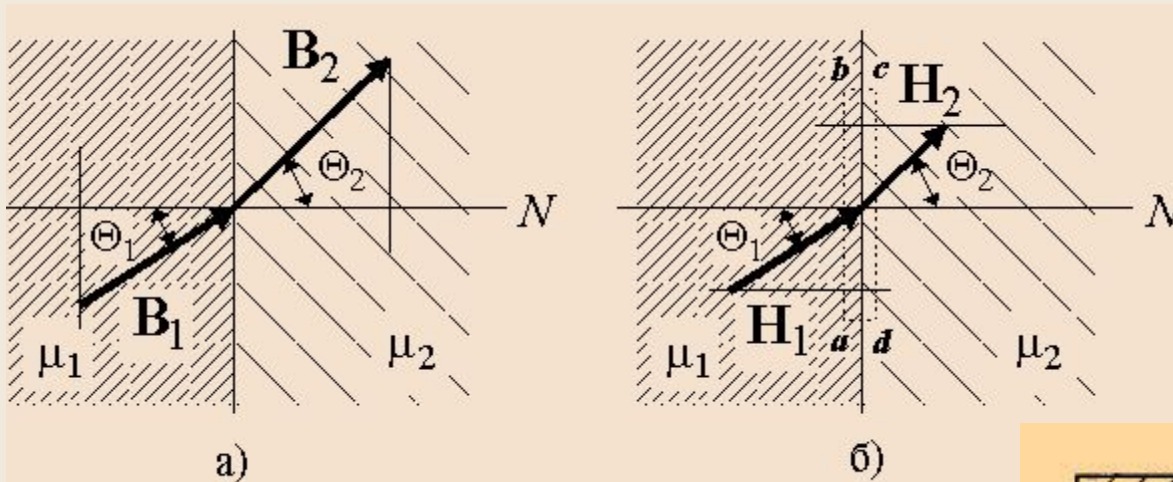
Если вектор \mathbf{B} ведет себя на границе раздела аналогично вектору \mathbf{D} , то вектор \mathbf{H} ведет себя аналогично вектору \mathbf{E} :

$H_{1\tau} = H_{2\tau}$. т.е. B_n и H_τ изменяются непрерывно, B_τ и H_n – скачком.

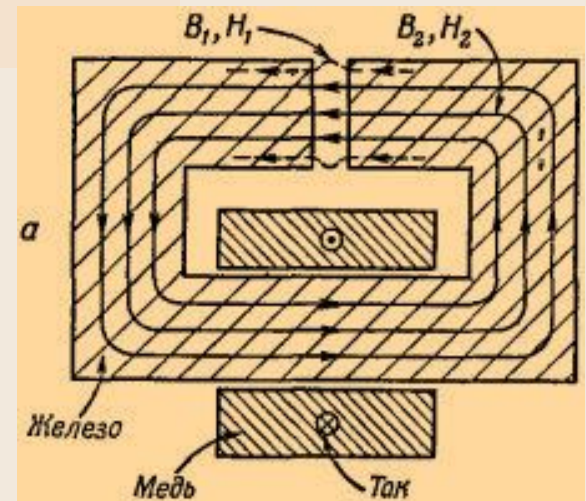


Магнитное поле

Преломление линий вектора B на границе раздела:
Изображение линий H и B аналогично изображению E и D .



$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{B_{2\tau} / B_{2n}}{B_{1\tau} / B_{1n}} = \frac{B_{2\tau}}{B_{1\tau}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$



Ферромагнетики:

Основная кривая намагничения:

сложная нелинейная зависимость $J(H)$ или $B(H)$.

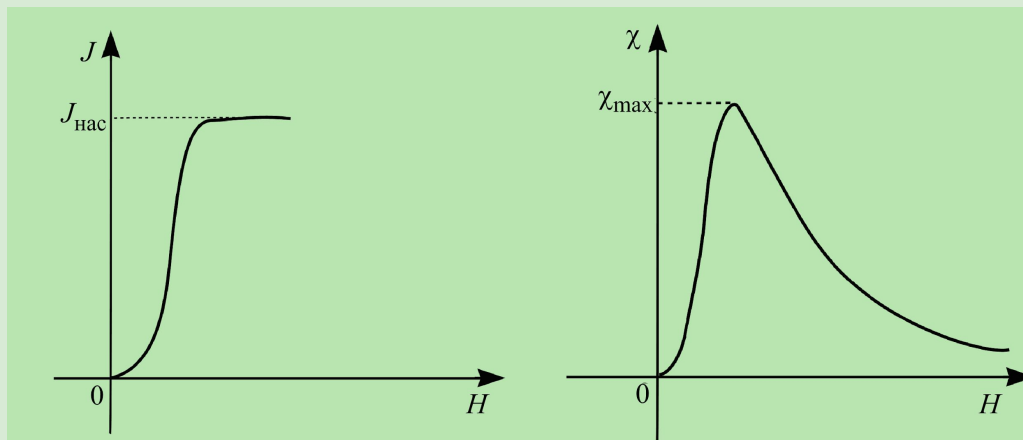
При $H = 0$ и $J = 0$.

Уже при небольших H , намагниченность достигает насыщения, B продолжает расти линейно по закону:

$$B = \mu_0 H + \text{const} = \mu_0 H + \mu_0 J_{\text{нас}}$$

Для ферромагнетиков

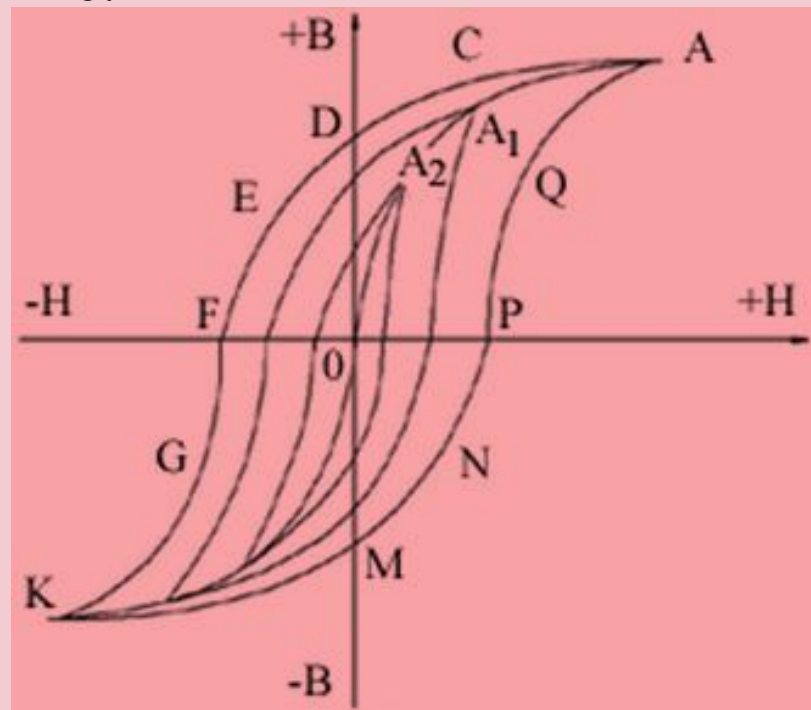
μ не постоянная величина, она является функцией H ($\mu = B/\mu_0 H$).



Ферромагнетики:

Гистерезис: Зависимость $B(H)$ неоднозначная. Если ферромагнетик первоначально намагниченный до насыщения, затем поле H уменьшать от H_1 до $-H_1$, то кривая $B(H)$ не совпадет с основной, а пойдет выше. При обратном ходе от $-H_1$ до H_1 , пойдет ниже.

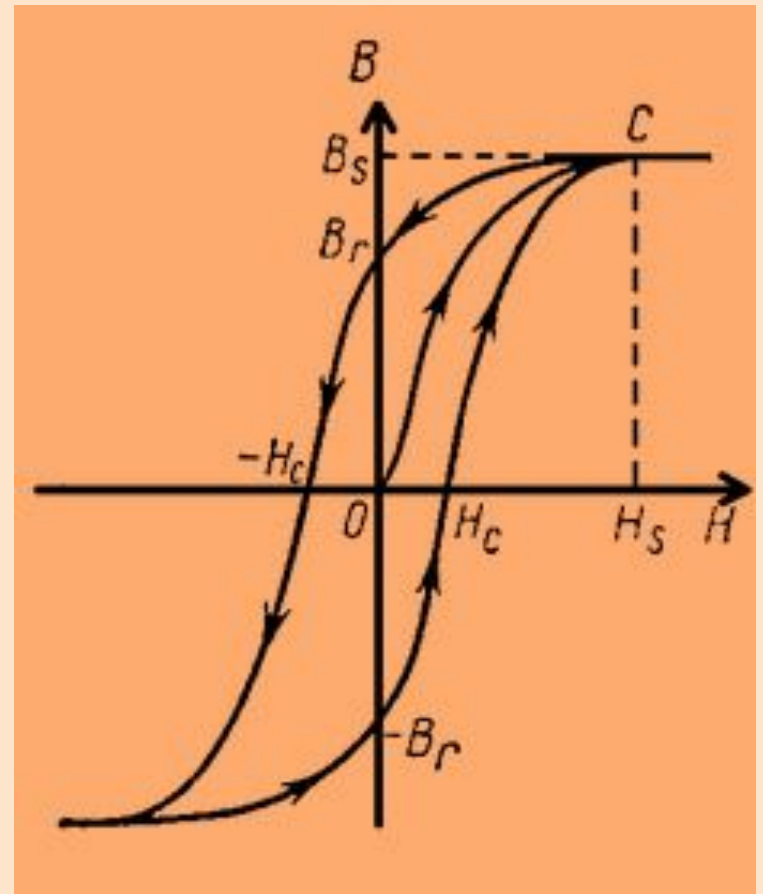
Получается петля гистерезиса. Если в точках **1** и **4** достигается насыщение, то максимальная петля гистерезиса. При меньшем размахе $H \Rightarrow$ меньшие петли.



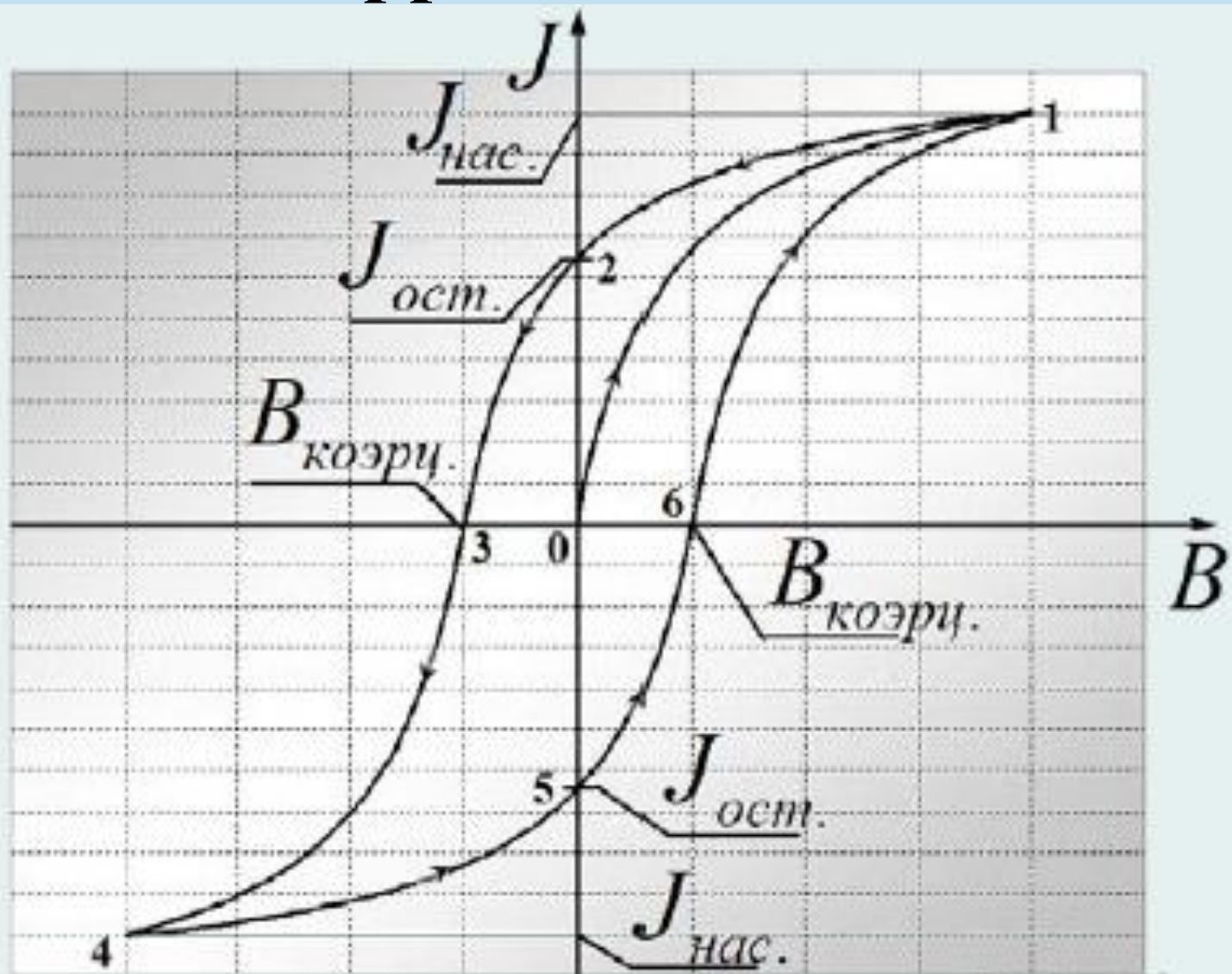
Ферромагнетики:

Остаточная намагниченность J_r — остается при $H = 0$, ей соответствует остаточная индукция B_r , \Rightarrow существование постоянных магнитов.

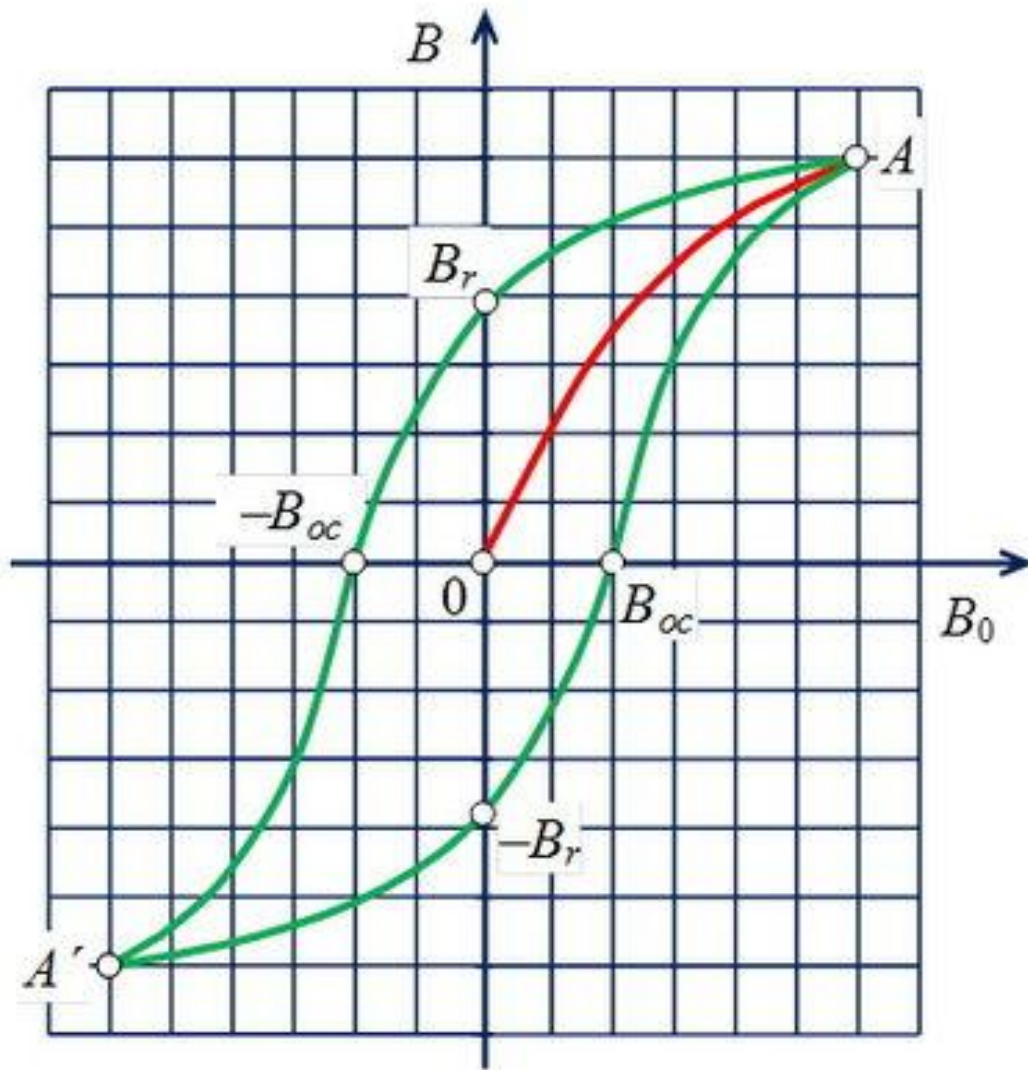
Коэрцитивная сила:
величина напряженности H_c противоположно направленного поля, под действием которой снимается остаточная намагниченность и $B \rightarrow 0$.



Ферромагнетики:



Ферромагнетики:



Значения B_r и H_c меняются в широких пределах для разных ферромагнетиков, H_c мало для трансформаторного железа и велико для сплавов постоянных магнитов (АЛНИКО).

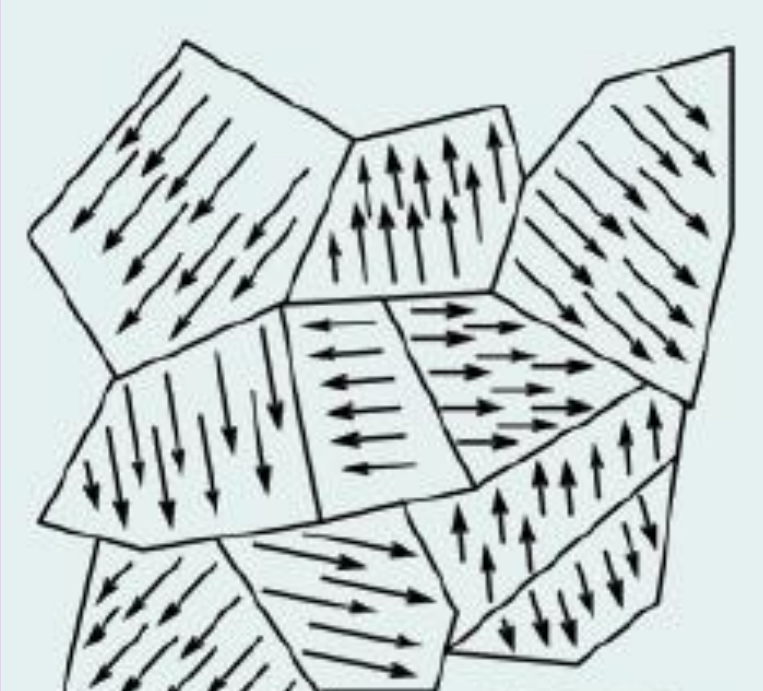
Ферромагнетики:

Ферромагнетики: твердые вещества, которые могут обладать спонтанной намагниченностью даже при отсутствии внешнего магнитного поля. Типичные представители: железо, кобальт и многие их сплавы.

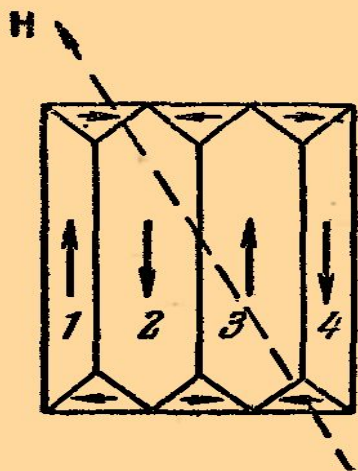
| Материал | μ_{II} | μ_M | H_C , а/см | B_r , тл | B_s , тл | θ_K , °С |
|-------------------|------------|---------|--------------|------------|------------|-----------------|
| Железо | 10 000 | 200 000 | 0,04 | 1,3 | 2,15 | 770 |
| Кобальт | 70 | 250 | 8,0 | 0,49 | 1,7 | 1120 |
| Никель | 110 | 600 | 0,56 | 0,40 | 0,61 | 358 |

| Вещество | Состав | μ_{max} | B_r в тл | H_C в а/м |
|------------------|---|-------------|---------------|----------------|
| Железо | 99,9% Fe | 5 000 | — | 80 |
| Супермал- лой | 79% Ni, 5% Mo, 16% Fe | 800 000 | — | 0,3 |
| Алнко | 10% Al, 19% Ni, 18% Co, 53% Fe | — | 0,9 | 52 000 |
| Магнико | 14% Ni, 24% Co, 8% Al, 3% Cu, 51% Fe | — | 1,25 | 46 000 |
| Колумакс | 13% Ni, 24% Co, 8% Al, 3% Cu, 0,7% Ti, остальное Fe | — | 1,3 | 59 000 |

Ферромагнетики:



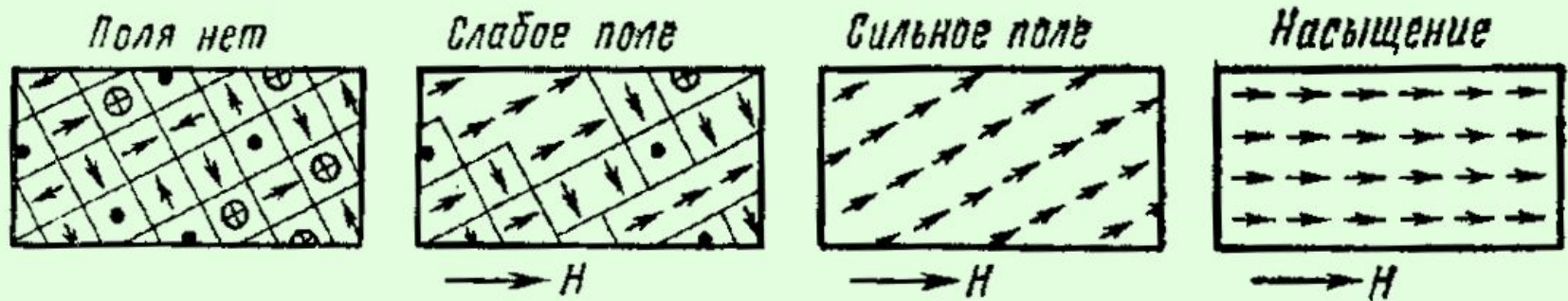
Домены: области самопроизвольного намагничения (1 – 10 мкм), возникающие в кристаллах ферромагнетика. В пределах каждого домена ферромагнетик намагничен до насыщения и имеет определенный магнитный момент.



Направления моментов различны, \Rightarrow в отсутствии внешнего поля суммарный момент равен нулю, и образец в целом макроскопически не намагничен.

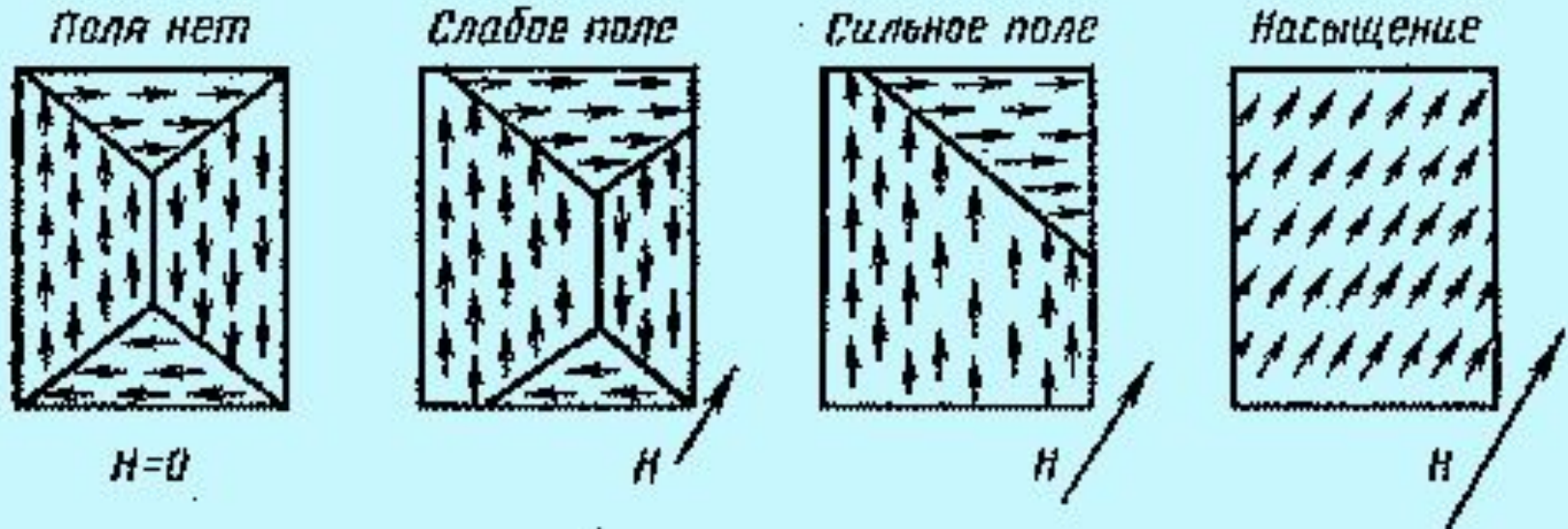
Ферромагнетики:

При включении внешнего магнитного поля, домены, ориентированные по полю, растут за счет доменов, ориентированных против поля. Такой рост в слабых полях имеет обратимый характер. В более сильных полях происходит одновременная переориентация магнитных моментов в пределах всего домена. Этот процесс необратим, \Rightarrow гистерезис и остаточная намагниченность.

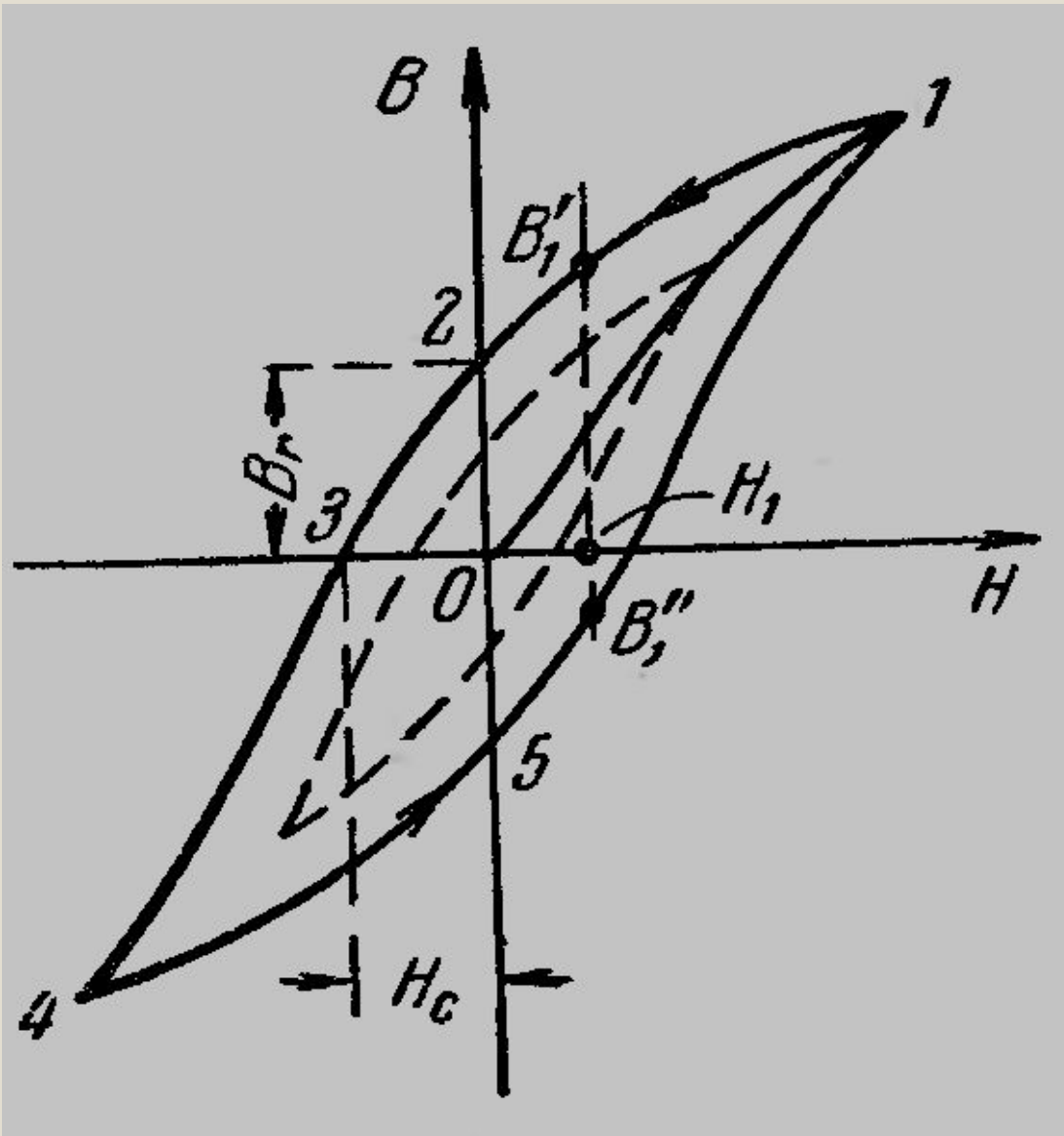


Ферромагнетики:

При включении внешнего магнитного поля, домены, ориентированные по полю, растут за счет доменов, ориентированных против поля. Такой рост в слабых полях имеет обратимый характер. В более сильных полях происходит одновременная переориентация магнитных моментов в пределах всего домена. Этот процесс необратим, \Rightarrow гистерезис и остаточная намагниченность.



Ферромагнетики:



Точка Кюри:

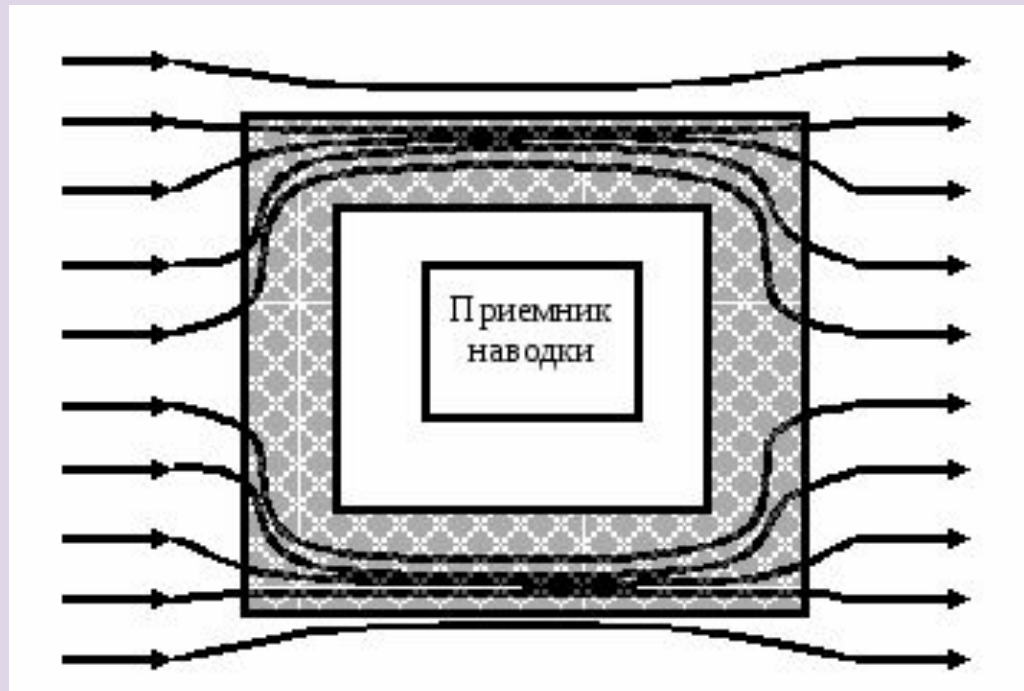
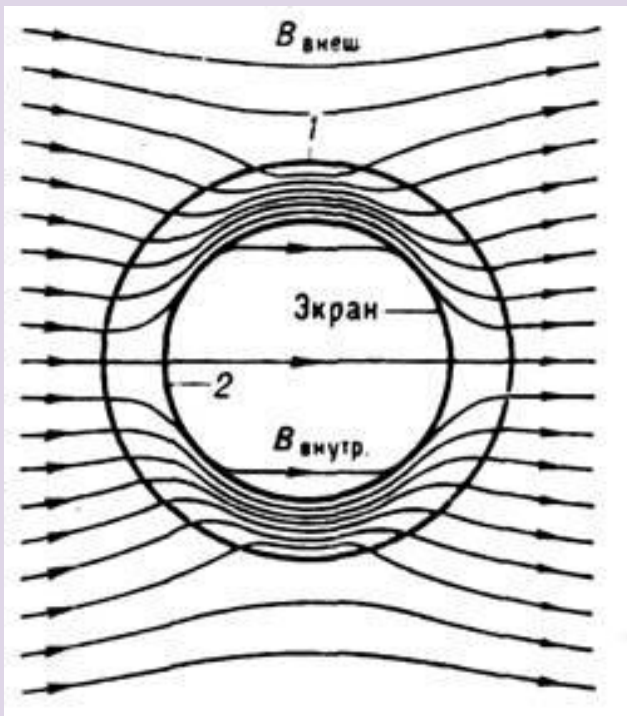
температура T_K ,
при которой
ферромагнитные
свойства исчезают.

При повышении
температуры,
намагниченность
насыщения
уменьшается.

При $T > T_K \rightarrow$
обычный
парамагнетик.

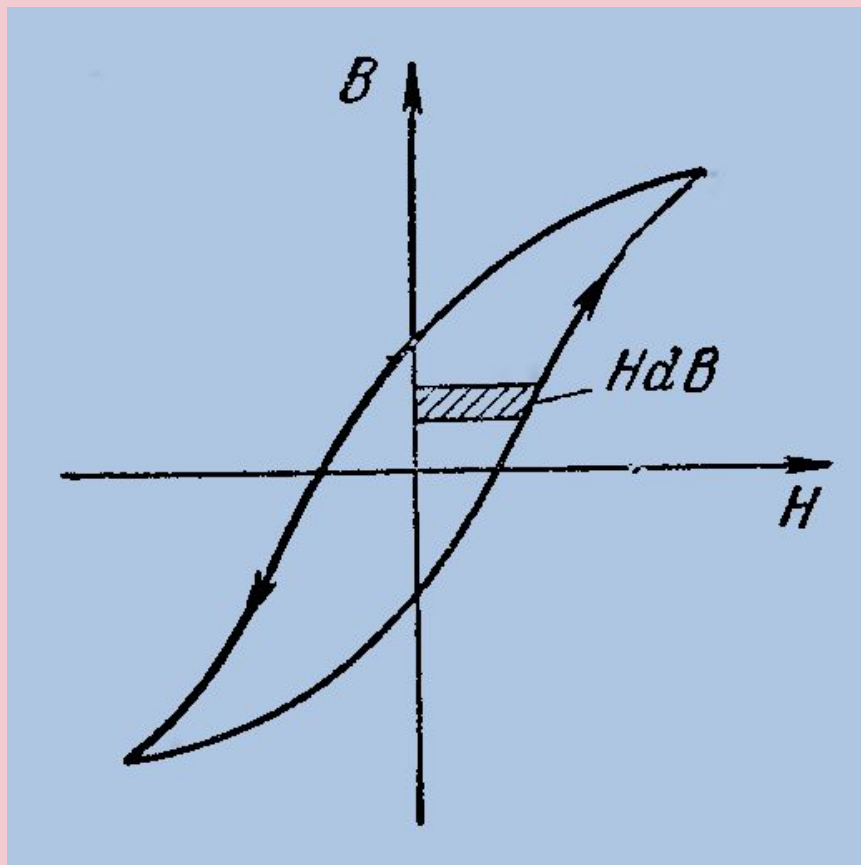
Магнитное поле

Магнитная защита основана на преломлении линий. Линии поля концентрируются в замкнутой железной оболочке. Внутри оболочки магнитное поле оказывается сильно ослабленным по сравнению с внешним полем. \Rightarrow экранирующее действие \Rightarrow предохранение чувствительных приборов от внешнего магнитного поля.

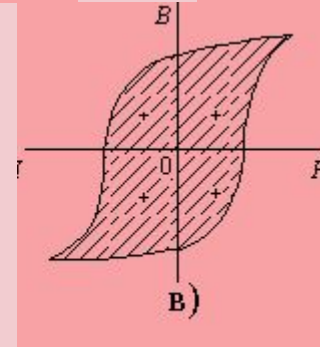
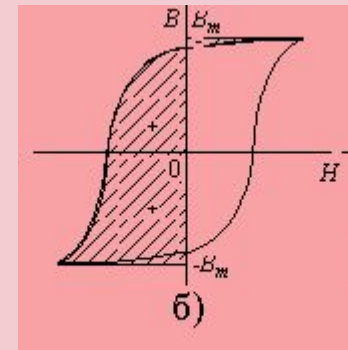
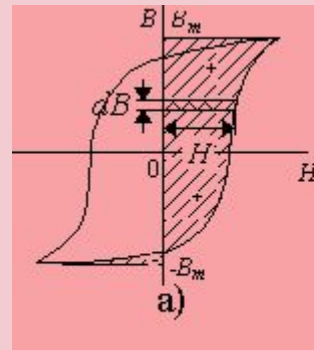


Ферромагнетики:

Опыт показывает, что при перемагничивании ферромагнетик нагревается. В единице объема выделяется теплота Q_e , численно равная площади петли гистерезиса.



$$Q_e = \oint HdB$$



Энергия магнитного поля

В общей теории показывается, что энергию магнитного поля, как и в случае с электрическим полем, можно выразить через векторы \mathbf{B} и \mathbf{H} , в любом случае, но при отсутствии ферромагнетиков, по формуле:

$$W_m = \int_V \frac{BH}{2} dV$$

Подынтегральное выражение имеет смысл энергии, заключенной в элементе объема dV . \Rightarrow магнитная энергия также локализована в пространстве, занимаемом полем. Плотность энергии

$$w_m = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

Энергия магнитного поля

Если зависимость B от H линейная,
т.е. μ не зависит от H .

Плотность энергии

$$w_m = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

Магнитная энергия – величина существенно
положительная.

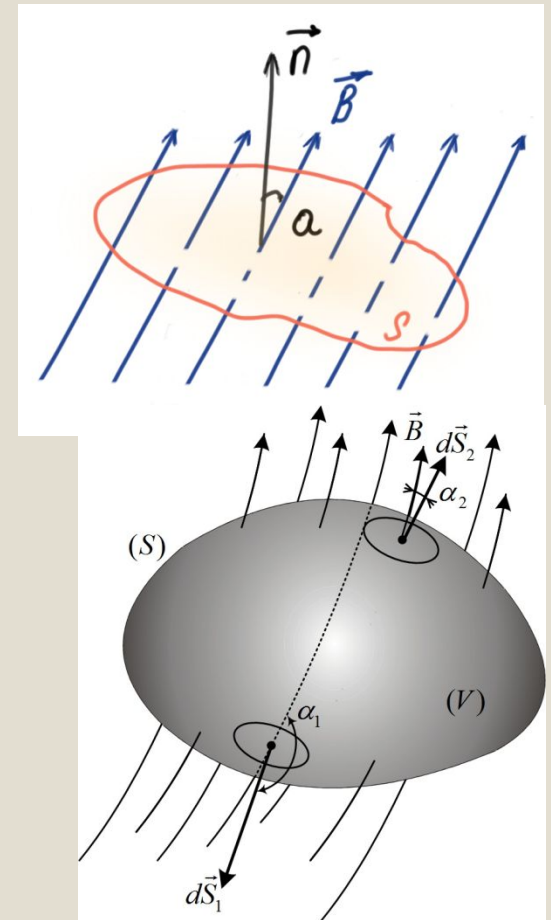
ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Теорема Гаусса: для поля \mathbf{B} :

Поток вектора \mathbf{B} сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю.

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = 0$$

Эта теорема является по существу, обобщением опыта. Она выражает собой тот факт, что линии \mathbf{B} не имеют ни начала, ни конца. Число линий \mathbf{B} , выходящих из любого объема, ограниченного замкнутой поверхностью S , всегда равно числу линий, входящих в этот объем.



Основные законы магнитного поля

Следствие:

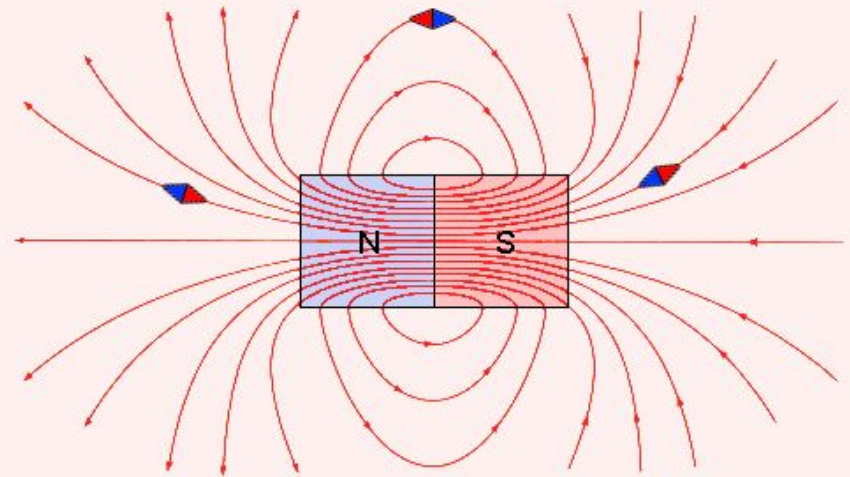
Поток вектора \mathbf{B} сквозь поверхность S , ограниченную некоторым замкнутым контуром, не зависит от формы поверхности S .

Этот закон выражает собой тот факт, что в природе нет магнитных зарядов, на которых могли бы начинаться и заканчиваться линии вектора \mathbf{B} . Магнитное поле не имеет источников и стоков

в противоположность полю электрическому.

Теорема Гаусса справедлива и при наличии магнетика,

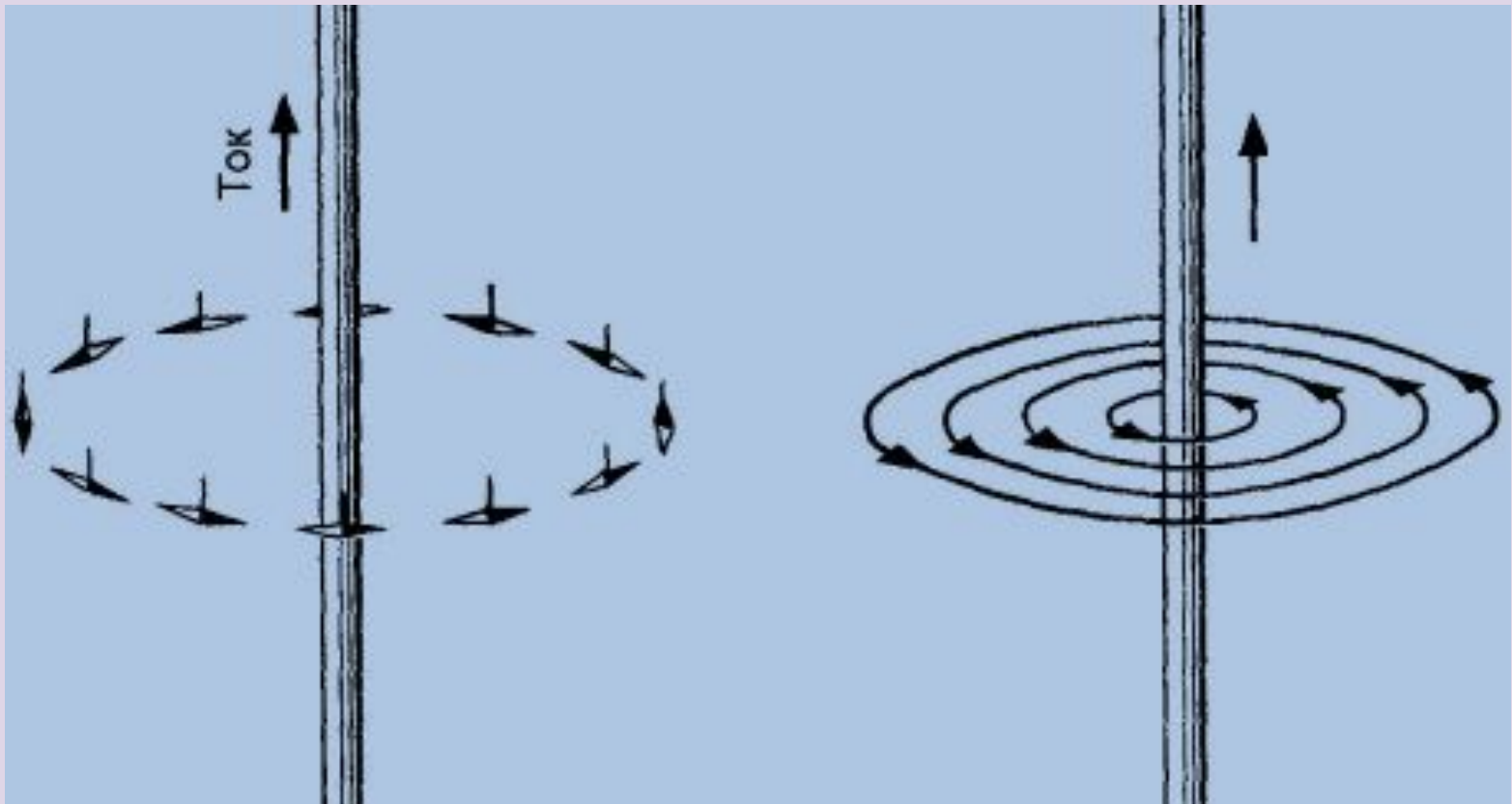
линии вектора \mathbf{B} остаются всюду непрерывными.



Основные законы магнитного поля

Теорема о циркуляции: для поля \mathbf{H} : Определяется токами проводимости, охватываемыми контуром Γ .

История исследований, Г.Х. Эрстед.



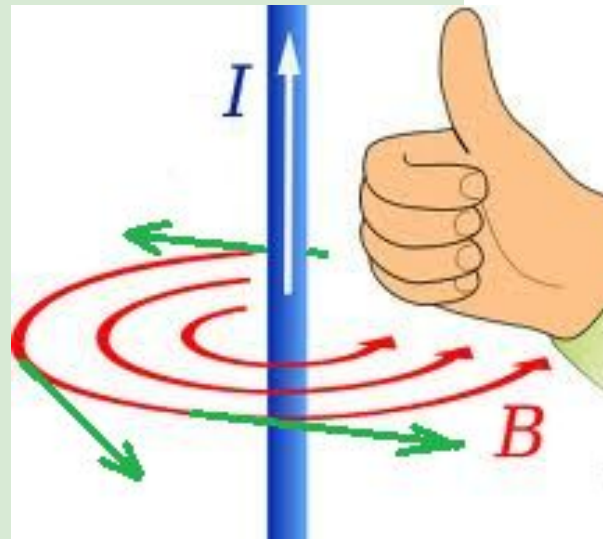
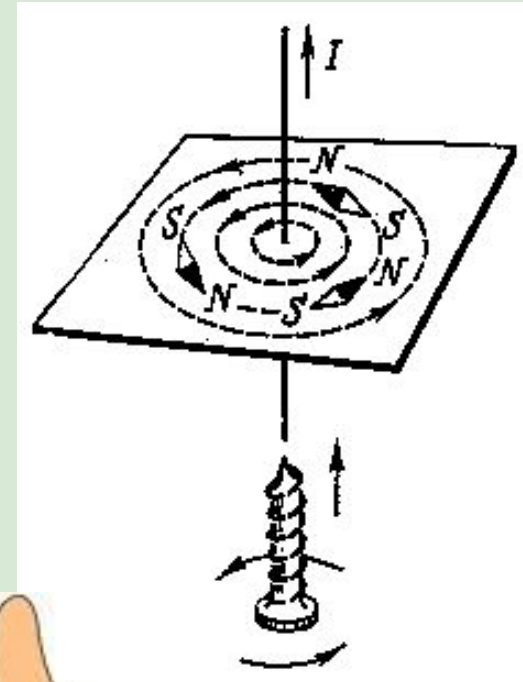
Основные законы магнитного поля

Теорема о циркуляции: для поля H :

Магнитное поле вокруг проводника с током

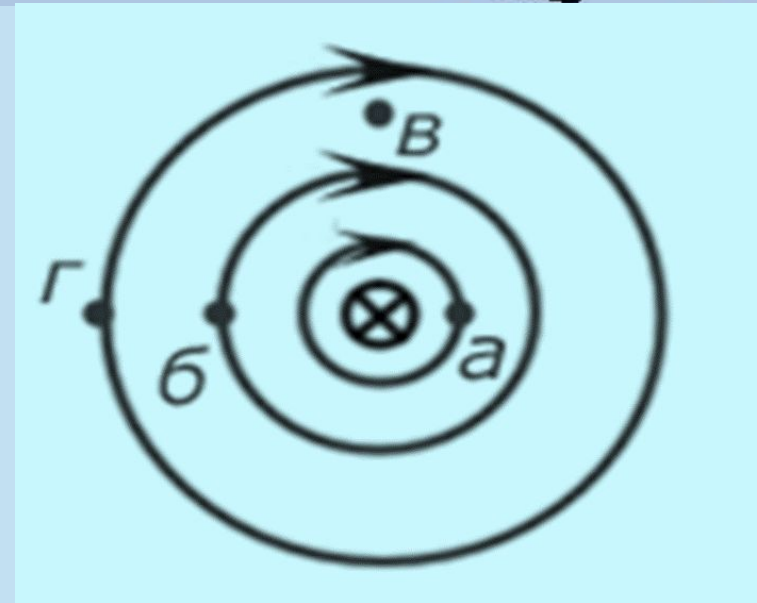
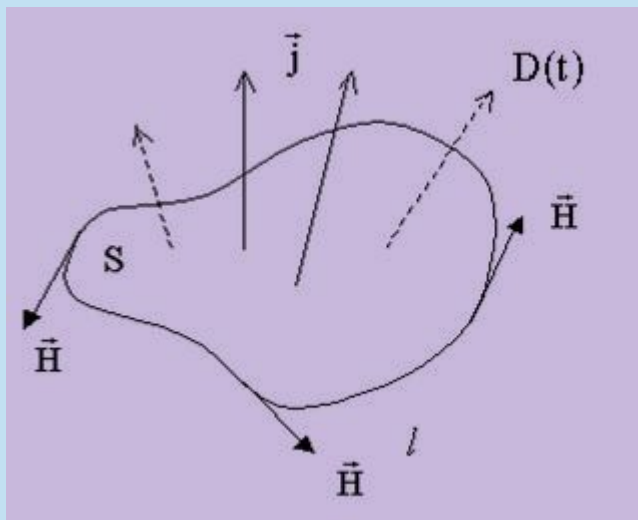
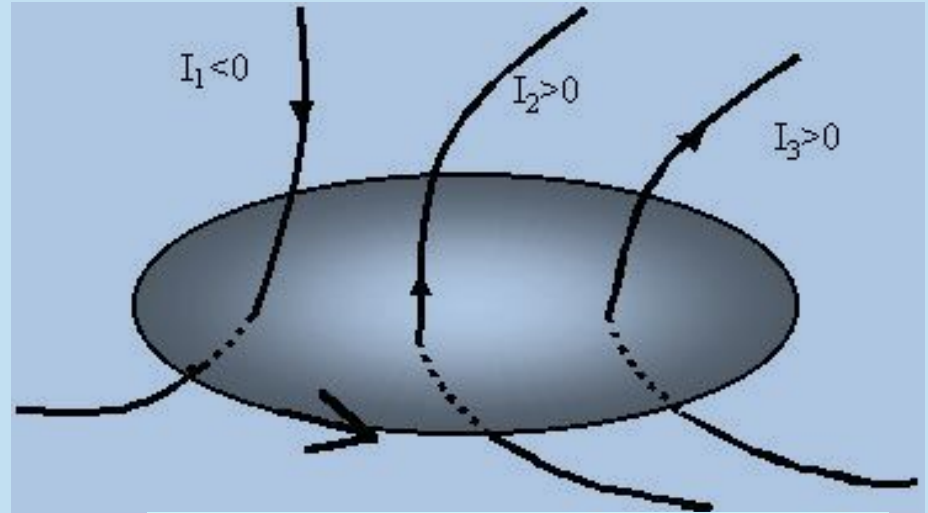
$$\oint H dl \neq 0 \quad \oint H dl = I$$

Циркуляция вектора H по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром.



Основные законы магнитного поля

Циркуляция вектора \vec{H} по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром.

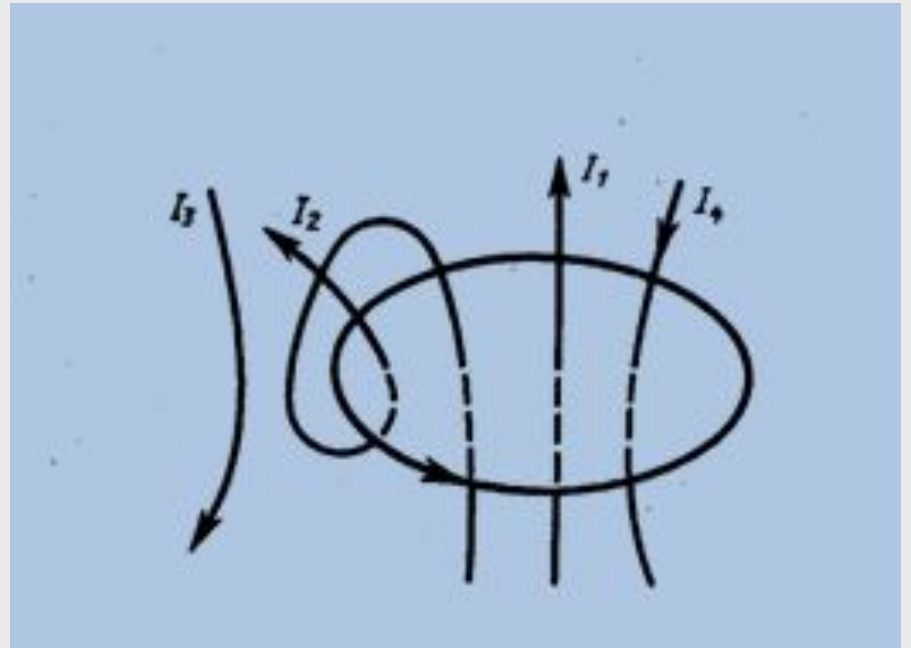


Основные законы магнитного поля

Ток величина алгебраическая:

$$I = \sum I_k$$

Ток считается положительным, если его направление связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта. Ток противоположного направления считается отрицательным. (пример)



Теорема о циркуляции подтверждается экспериментом.

Основные законы магнитного поля

Симметрия:

$$\oint_S \overset{\nabla}{D} \overset{\boxtimes}{n} dS = q_{\text{Э}}$$

$$\oint_S \overset{\nabla}{B} \overset{\boxtimes}{n} dS = (q_{\text{м}}) = 0$$

$$\oint E dl = (I_{\text{м}}) = 0$$

$$\oint H dl = I$$

Основные законы магнитного поля

Напряженность магнитного поля имеет размерность силы тока, деленной на длину.

Единица измерения: ампер деленный на метр. $\frac{A}{M}$

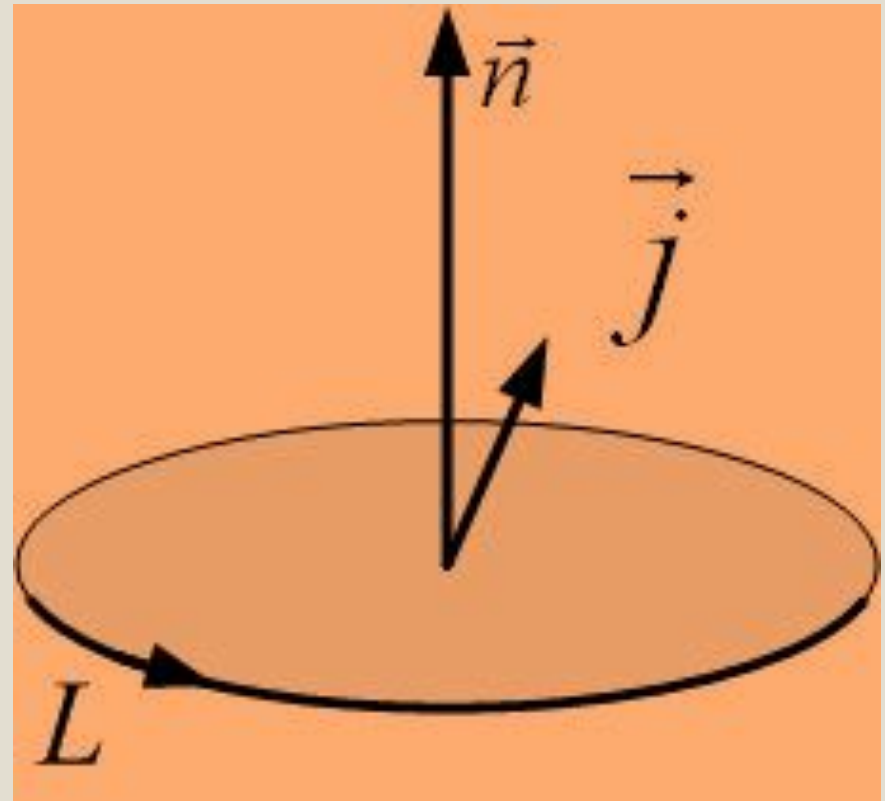
Как и в случае теоремы Гаусса, число задач, легко решаемых с помощью теоремы о циркуляции, весьма ограничено.

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Если ток I распределен по объему, где расположен контур Γ , то его можно представить как:

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} dS$$

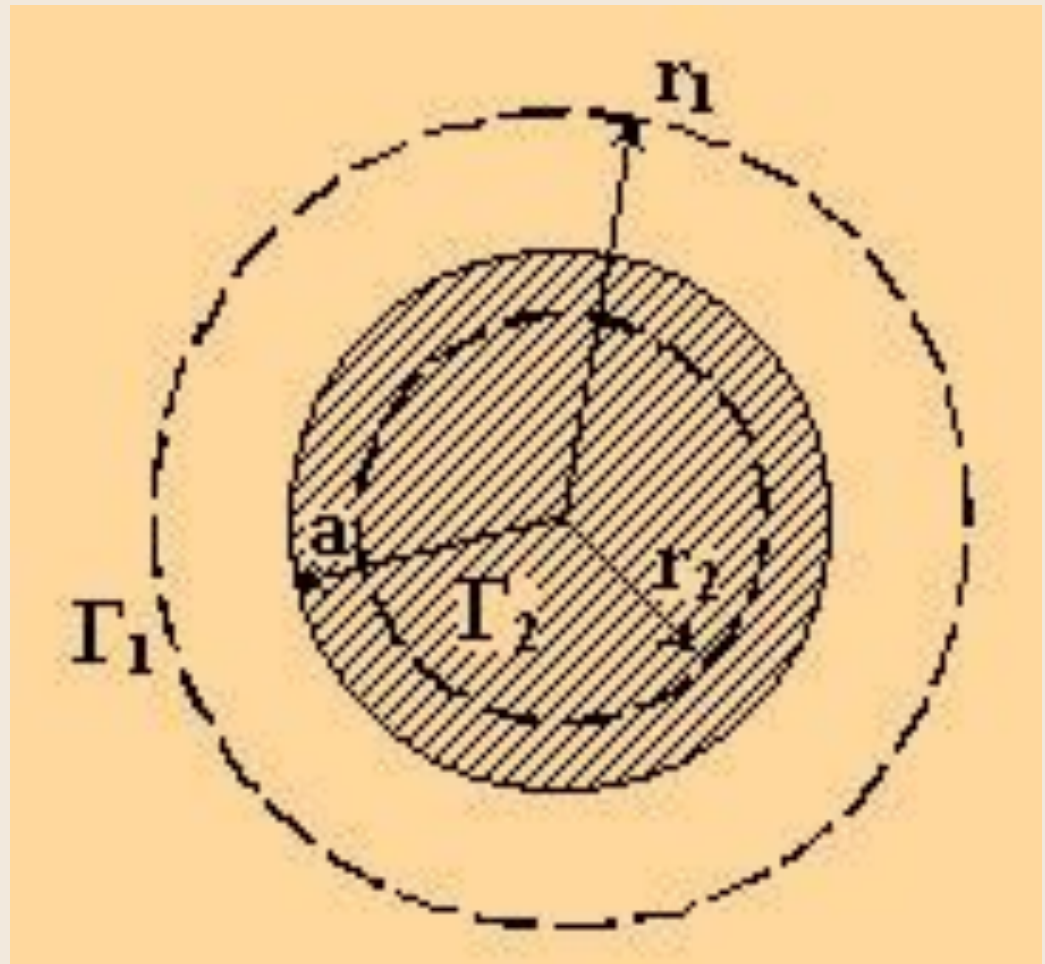
Плотность тока \mathbf{j} соответствует точке, где расположена площадка dS , и вектор нормали \mathbf{n} образует с направлением обхода контура правовинтовую систему.



Основные законы магнитного поля

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} dS$$

Интеграл можно брать по любой поверхности S , натянутой на контур Γ .



Основные законы магнитного поля

Циркуляция вектора \mathbf{H} , вообще не равна нулю, и этот факт означает. Что магнитное поле не потенциальное, в отличие от электрического. Такое поле называется вихревым или соленоидальным.

Магнитному полю в общем случае нельзя приписать скалярный потенциал:

$$\mathbf{H} = -\mathit{grad}\varphi_m \qquad \mathbf{H} = -\nabla\varphi_m$$

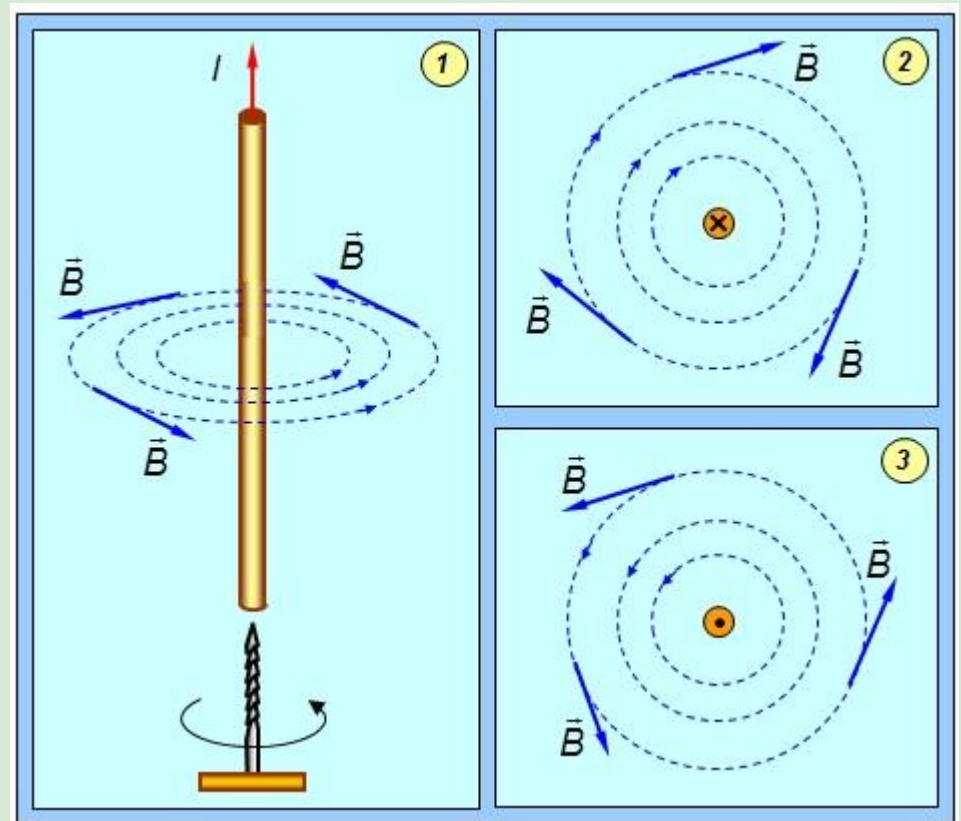
этот потенциал был бы неоднозначной функцией координат, и при обходе по контуру получал бы приращение, равное I . Однако магнитный потенциал φ_m эффективно используют в той области пространства, где нет токов.

Основные законы магнитного поля

Теорема о циркуляции в магнитном поле играет ту же роль, что и теорема Гаусса для электрического поля. В некоторых случаях – при наличии специальной симметрии – теорема о циркуляции оказывается весьма эффективным инструментом нахождения

H и **B** .

В этих случаях, выбрав разумно контур, можно свести вычисление циркуляции к произведению **H** на длину контура или его часть.



Основные законы магнитного поля

Пример: магнитное поле прямого тока:

Провод прямой и бесконечный, сечение радиуса a , ток I . Линии поля должны иметь вид окружностей с центром на оси провода. Модуль вектора одинаков во всех точках окружности. \Rightarrow

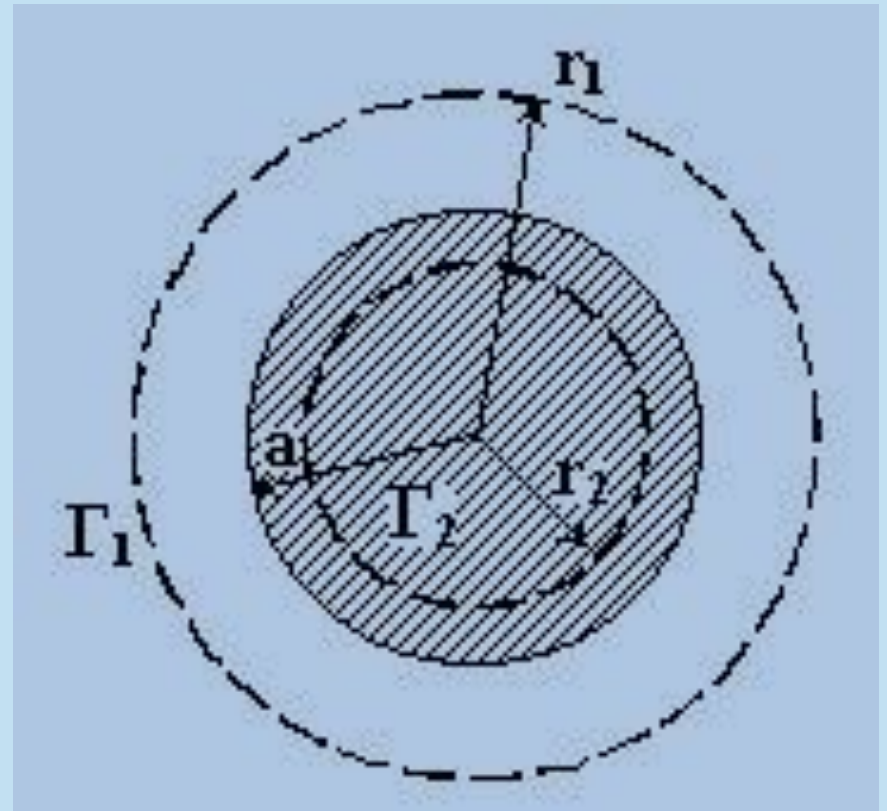
$$\oint H dl = H \oint dl = 2\pi r H;$$

Вне провода

$$2\pi r H = I,$$

внутри провода—

$$2\pi r H = I \frac{r^2}{a^2},$$



Основные законы магнитного поля

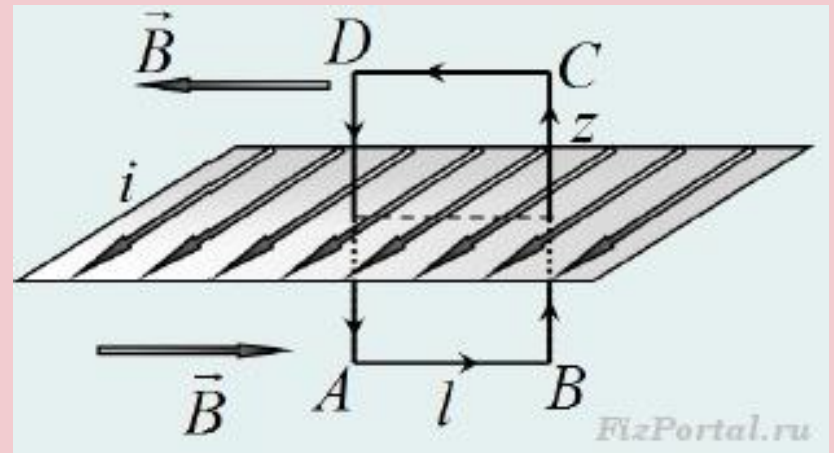
Магнитное поле плоскости с током:

Ток распределен равномерно по безграничной плоскости с линейной плотностью (на единицу длины сечения плоскости). Поле направлено параллельно плоскости, в разных направлениях с одной и с другой стороны (правило правого винта). Контур в виде прямоугольника. \Rightarrow

$$2Hl = il \quad \Rightarrow \quad H = \frac{i}{2},$$

\Rightarrow магнитное поле однородно.

Результат справедлив и для ограниченной пластины, но для точек вблизи пластины и далеко от краев.

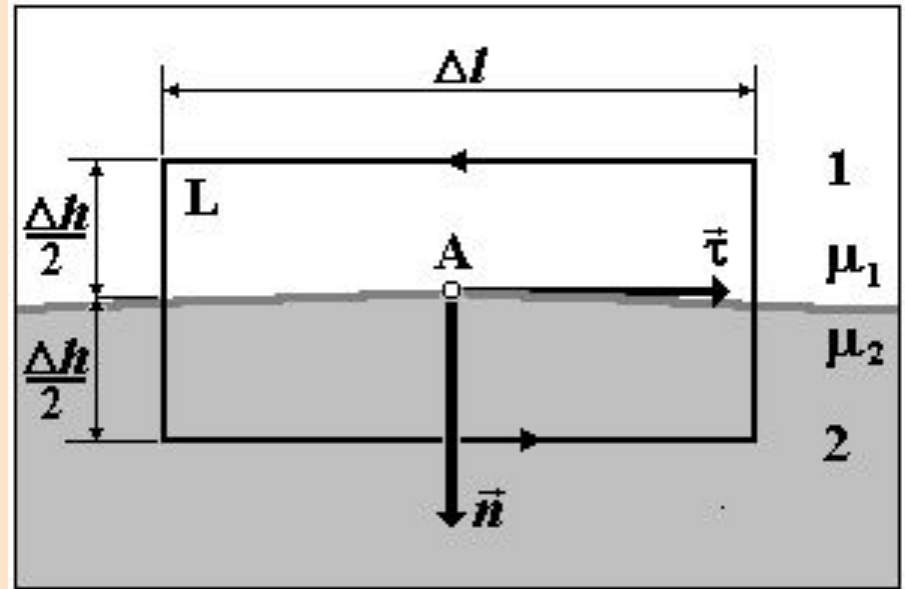


Основные законы магнитного поля

Теорема о циркуляции применяется для получения условий на границе раздела двух магнетиков.

$$H_{2\tau} \Delta l + H_{1\tau'} \Delta l = i_N \Delta l$$

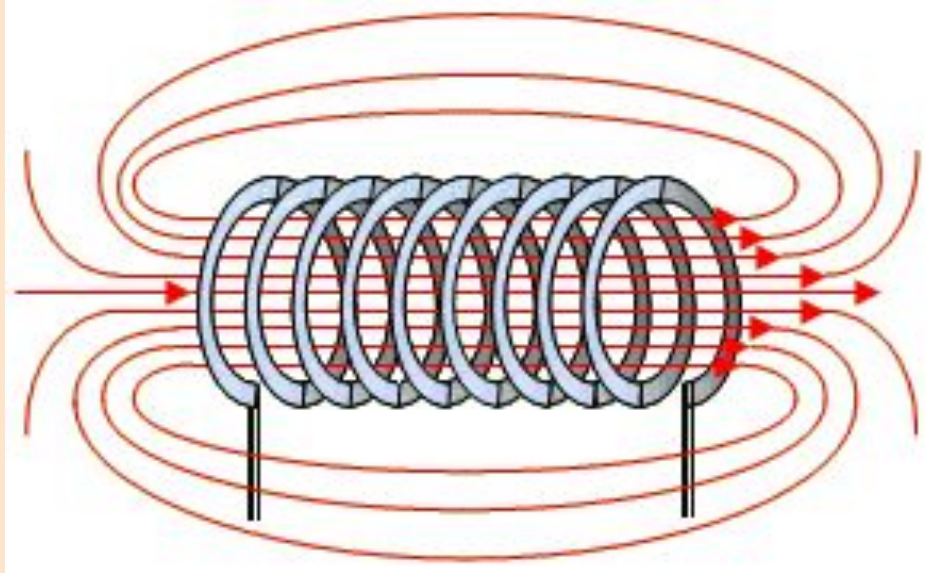
$$\Rightarrow H_{2\tau} - H_{1\tau} = i_N$$



i_N — проекция вектора поверхностного тока i на нормаль к контуру обхода. Т.е. вообще тангенциальная составляющая H может иметь разрыв, если есть поверхностные токи проводимости.

Основные законы магнитного поля

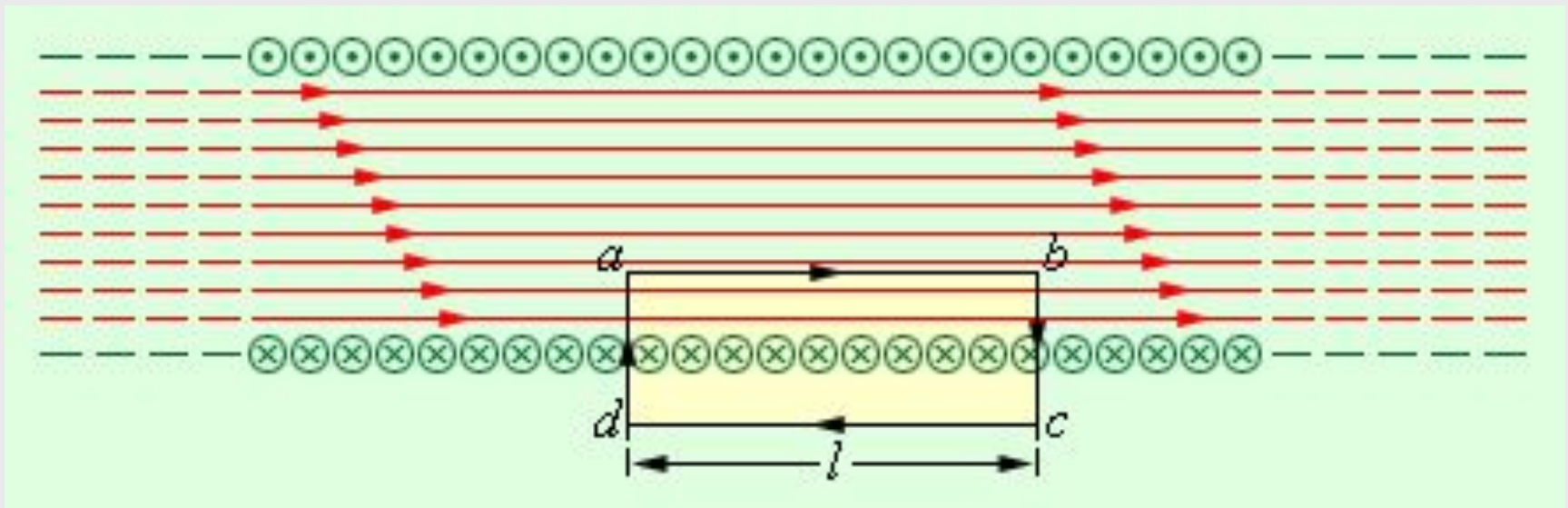
Магнитное поле соленооида:



(проводник намотан по винтовой линии на поверхность цилиндра с плотностью намотки n витков на единицу длины). \Rightarrow приближение поверхностного тока $i = nI$; для длинного соленооида поле снаружи пренебрежимо мало. Линии поля направлены вдоль оси соленооида, по правилу правого винта.

Основные законы магнитного поля

Магнитное поле соленоида:



Прямоугольный контур: $Hl = nIl$.

⇒ $H = nI$ внутри соленоида.

⇒ nI — число ампер-витков.

Основные законы магнитного поля

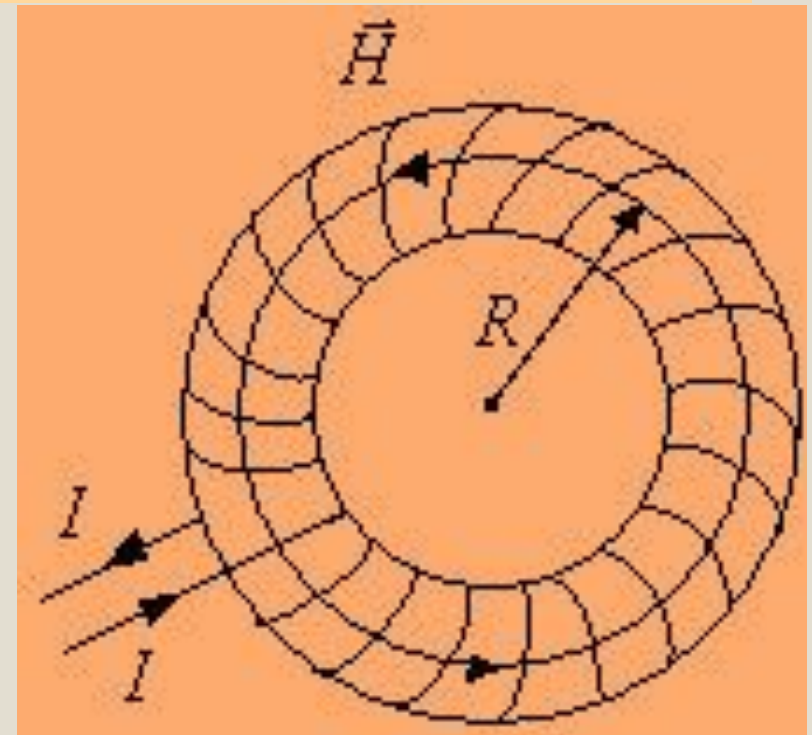
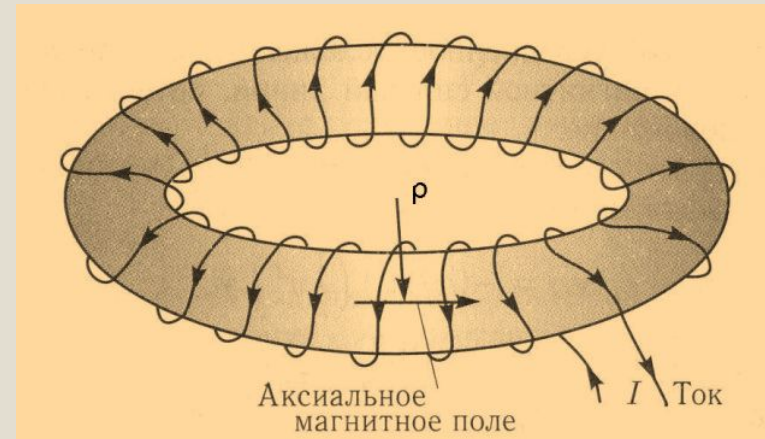
Магнитное поле тороида:

(проводник намотан по винтовой линии на поверхность тора с плотностью намотки n витков на единицу длины).

В качестве контура берется одна из окружностей с центром на оси тора.

$2\pi rH = NI$ — число ампер-витков на катушке.

Вне тора поля нет.



ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Дифференциальная форма законов магнитного поля.

Теорема Гаусса

$$\nabla \cdot B = 0$$

Справедлива и для переменных полей.

Магнитное поле –
соленоидальное,
Электрическое поле –
потенциальное.

Теорема о циркуляции:

$$\lim_{S \rightarrow 0} \frac{\oint H dl}{S} = (\text{rot} H)_n = j_n$$
$$\Rightarrow \nabla \times H = j$$

$$\nabla \times H = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

Основные законы магнитного поля

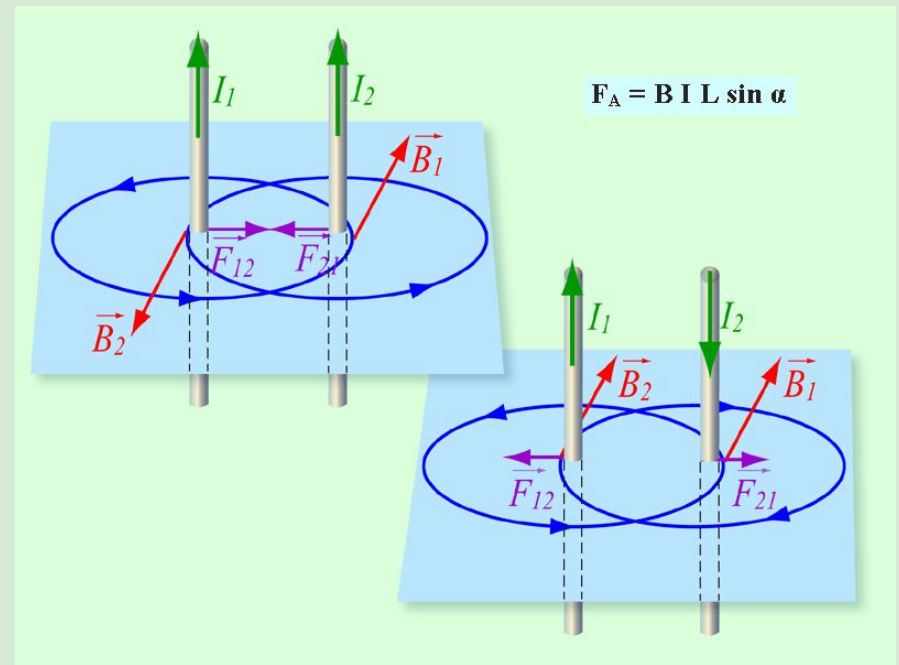
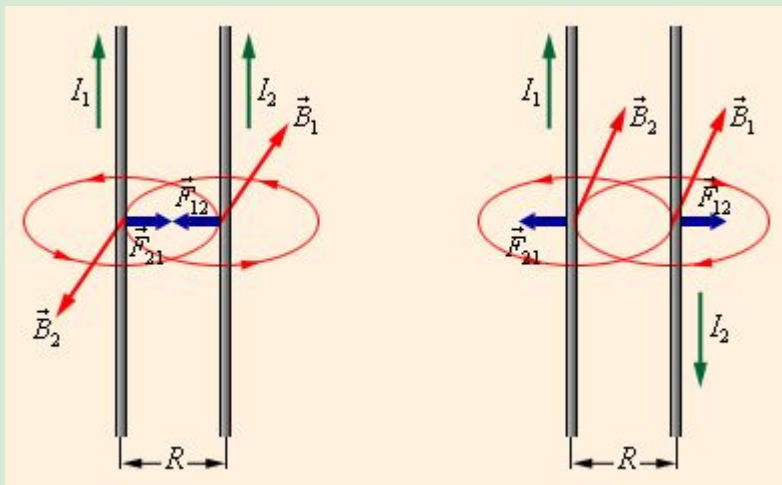
Магнитное поле создается не магнитными зарядами, а электрическими токами.

Магнитное поле должно действовать на электрические токи.

Опыты Ампера. \Rightarrow каждый носитель тока испытывает действие магнитной силы.

Магнитное поле действует с определенной силой на проводник с током.

Сила?



Основные законы магнитного поля

Токи I_1 и I_2 одинаково направленные притягиваются, а противоположно направленные – отталкиваются, если действует только магнитная сила.

На единицу длины проводника с током I_2 (или) I_1 действует сила:

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b}, \quad (\text{проводники бесконечно длинные, в вакууме}).$$

где b – расстояние. Но

$$H = \frac{I_1}{2\pi b}; \quad \Rightarrow \quad B = \frac{2I\mu_0}{4\pi b}; \quad \Rightarrow \quad F = I_2 B$$

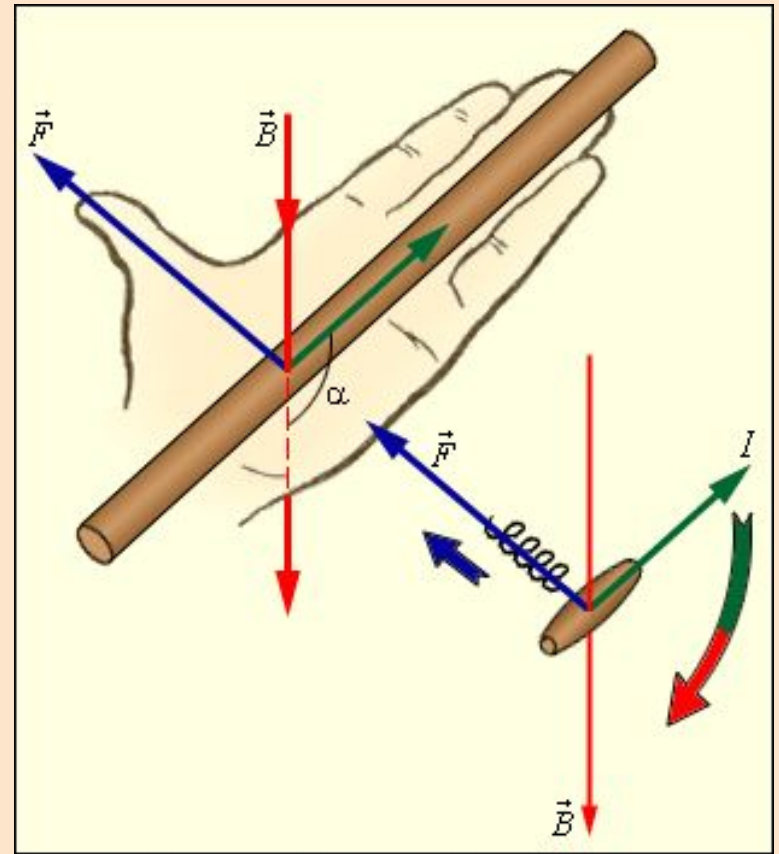
Основные законы магнитного поля

Силы, действующие на токи в магнитном поле, называются амперовыми (силы Ампера).

Закон Ампера: если ток течет по тонкому проводнику, то

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

где $d\vec{l}$ — вектор, совпадающий по направлению с током, характеризующий элемент длины тонкого провода. Элемент длины $d\vec{l}$ — полярный вектор, \vec{B} — аксиальный вектор.



Основные законы магнитного поля

$$\vec{F}_{\text{эл. пол.}} = q \cdot \vec{E}_{\text{пол.}};$$

$$\vec{F}_{\text{маг. пол.}} = I d\vec{l} \times \vec{B}_{\text{акс.}}$$

или

$$d\vec{F}_{\text{маг}} = [\vec{j} \times \vec{B}] dV$$

Таким образом, $I d\vec{l}$ аналог q , а \vec{B} — аналог \vec{E} , т.е. силовым вектором магнитного поля становится вектор индукции \vec{B} , а вектору напряженности \vec{H} отводится вспомогательная роль. (зарядов нет, он ни на что не действует).

Основные законы магнитного поля

Единица измерения индукции B ; Тесла [$Tл$].

$$\mu_0 = \frac{B}{H} \Rightarrow \text{Единица измерения } \mu_0$$

$$\frac{Tл \cdot м}{A} = \frac{H}{A^2}; \quad \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \frac{H}{A^2}$$

Основные законы магнитного поля

Тайна магнитного момента:

(если нет магнитных зарядов, то как образуется магнитный диполь?)

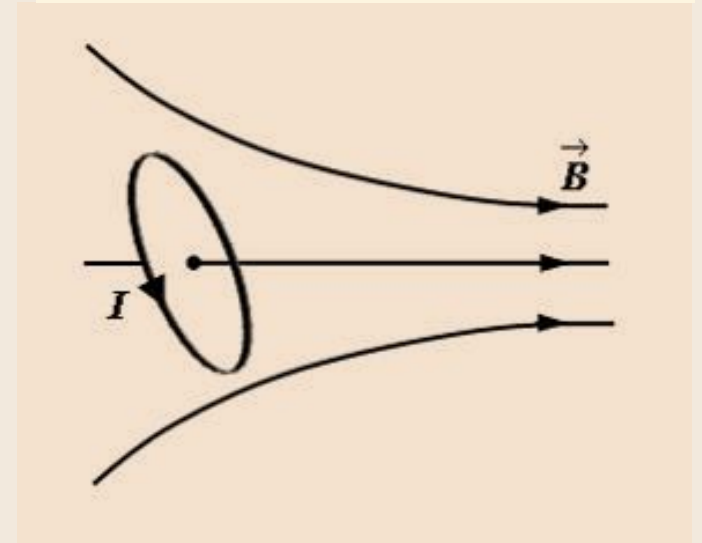
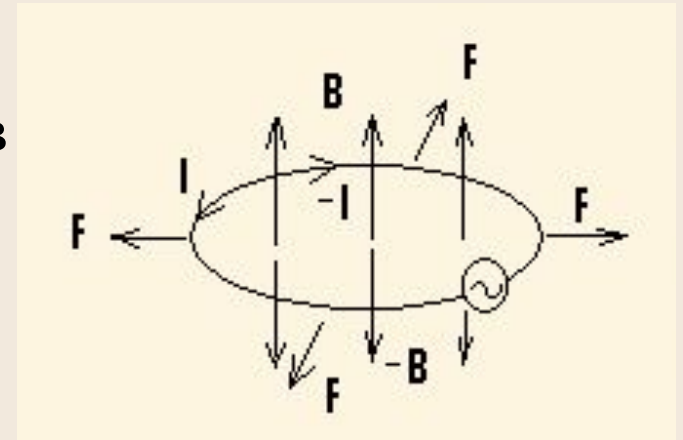
Сила, действующая на контур с током в магнитном поле:

$$\vec{F} = \oint I [d\vec{l} \times \vec{B}]$$

Интегрирование проводится по контуру с током I .

В однородном поле $F_a = 0$

Если же поле неоднородно, То результирующая сила вообще говоря не равна нулю.

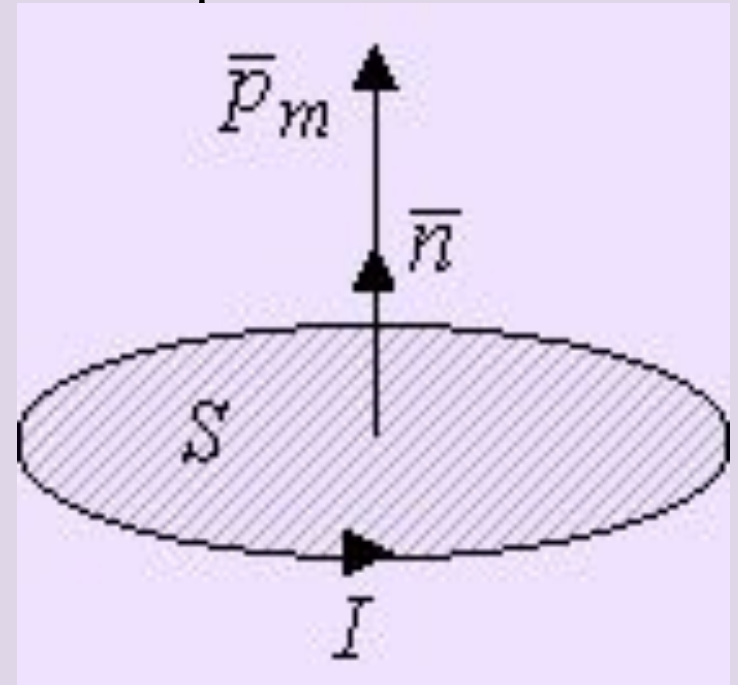


Основные законы магнитного поля

Элементарный контур – плоский контур достаточно малых размеров. Представляет особый интерес.

Магнитный момент $\vec{p}_m = I\vec{S}\vec{n}$ вполне характеризует контур с током в магнитном отношении.

Контур с током, у которого магнитный момент \vec{p}_m направлен по полю, втягивается в поле, и наоборот, если магнитный момент \vec{p}_m направлен против поля, то контур выталкивается из поля.



Основные законы магнитного поля

Момент амперовых сил на контур с током в магнитном поле.

$$\vec{N} = \oint [\vec{r} \times d\vec{F}]$$

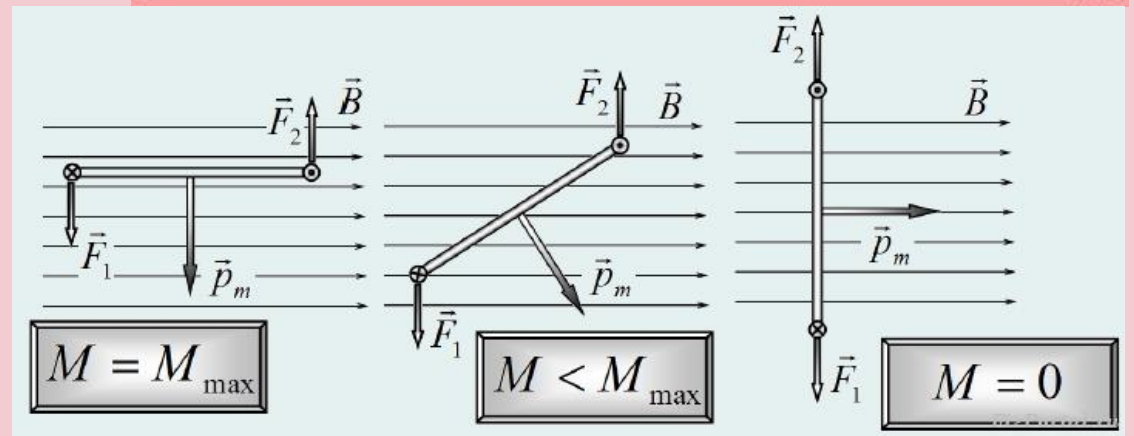
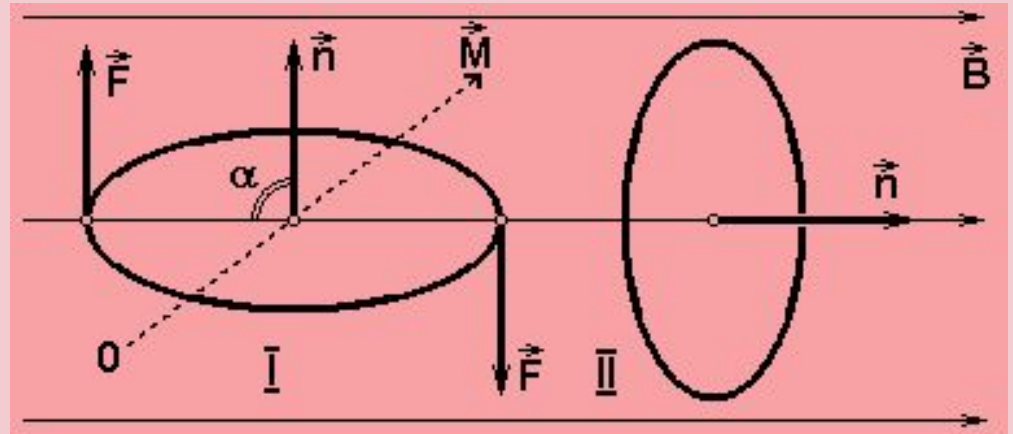
Расчет дает
для контура любой формы

$$\vec{N} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

$$\vec{N} \perp \vec{p}_m \text{ и } \vec{B}$$

$$|\vec{N}| = |\vec{B}| |\vec{p}_m| \sin \alpha$$

Когда $\vec{p}_m \parallel \vec{B} \Rightarrow N = 0$



Основные законы магнитного поля

Если магнитный момент \vec{p}_m направлен по полю, то положение равновесия устойчиво.

Если магнитный момент \vec{p}_m направлен против поля, то положение равновесия неустойчиво.

Аналогия с электрическим диполем. (поворот по полю и вытягивание в поле).

