ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Модуль

Основные термины и определения

Литература

1. Куропаткин П.В. Теория автоматического управления. - М.: Высшая школа, 1973. - 507 с.
2. Теория автоматического управления: учебник для вузов / под ред. А.В. Нетушила. – 2-е изд. - ч.1. - М.: Высш. шк., 1976. – 400 с.

Дополнительная литература

3. Протасов А.П., Рычков В.В. Теория автоматического управления. Учебное пособие по курсу «Теория автоматического управления». - Киров: Изд-во ВятГУ , 2011.-107 с.
4. Ишутинов Д.В., Рычков В.В. Основы работа в System View. – Киров: изд-во ВятГУ, 2008.- 23 с.
5. Рычков В.В. Теория автоматического управления. : учебно-методическое пособие по лабораторным работам и самостоятельной работе. - Киров: ФГБОУ ВПО «ВятГУ», 2014. – 49 с.
6. Рычков В.В. Теория автоматического управления: учебно-методическое пособие по курсовому проекту. - Киров: ФГБОУ

Лабораторные работы

1. Методичка.
2. Развёрнутый лист в клеточку.
3. Линейка или прямоугольный треугольник (равнобедренный с углами 45 °).
4. Простой карандаш.
5. Цветные карандаши.
6. Резинка или ластик.
7. Точилка.
8. Трафарет.
9. Калькулятор с вычислением lg.

Автоматическим управлением называется процесс поддержания или изменения по заданному закону значений показателей какого-либо процесса за счет подачи на регулятор сигналов, определяемых действительным ходом этого процесса.

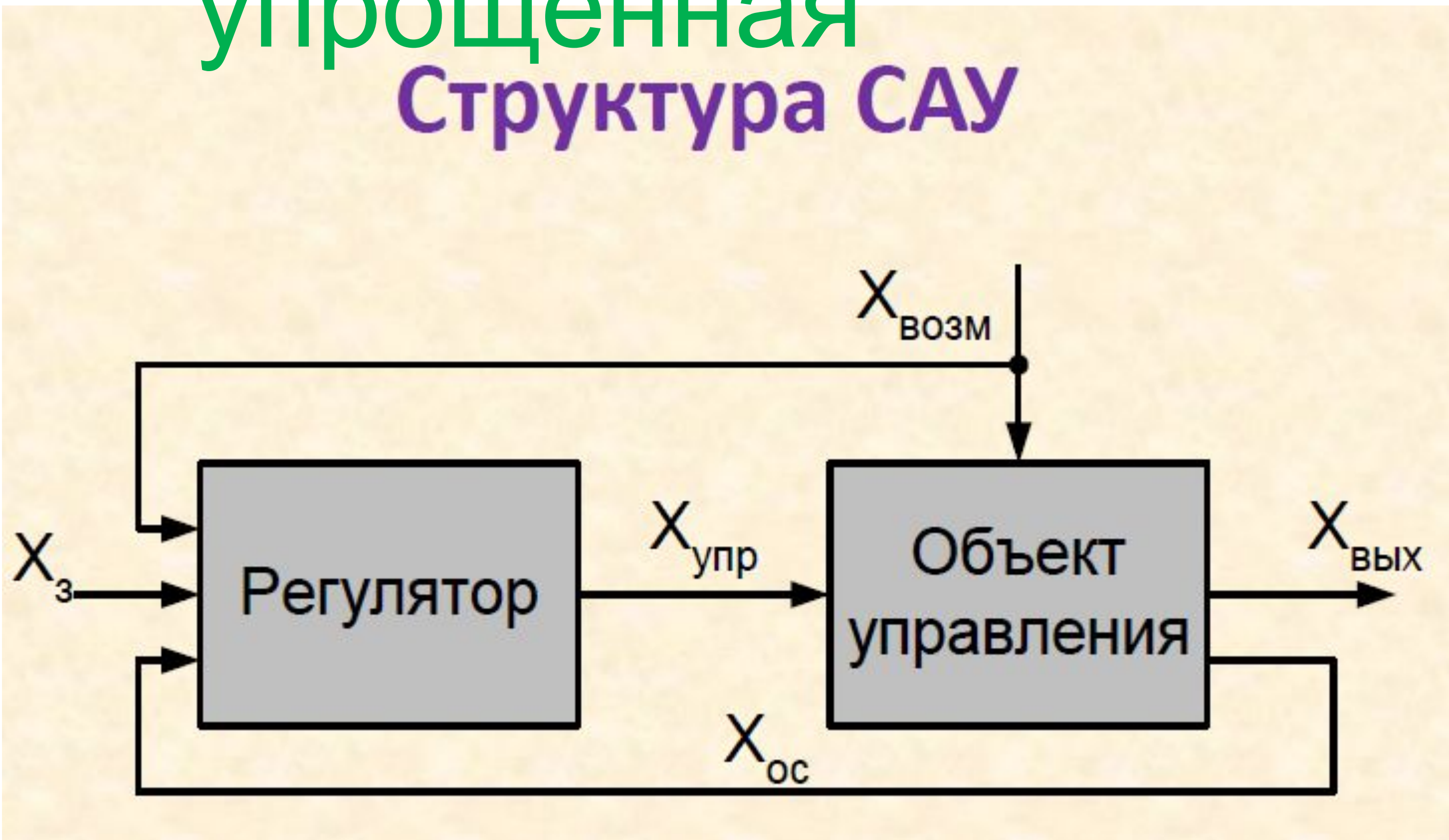
Регулируемой величиной в ТАУ называют физическую величину, которую нужно регулировать.

Машины или иные технические устройства, поведением которых управляют, называются ***объектами управления***.

Совокупность устройств, с помощью которых обеспечивается поддержание или изменение по заданному закону регулируемой величины, называется ***регулятором или управляющим устройством***.

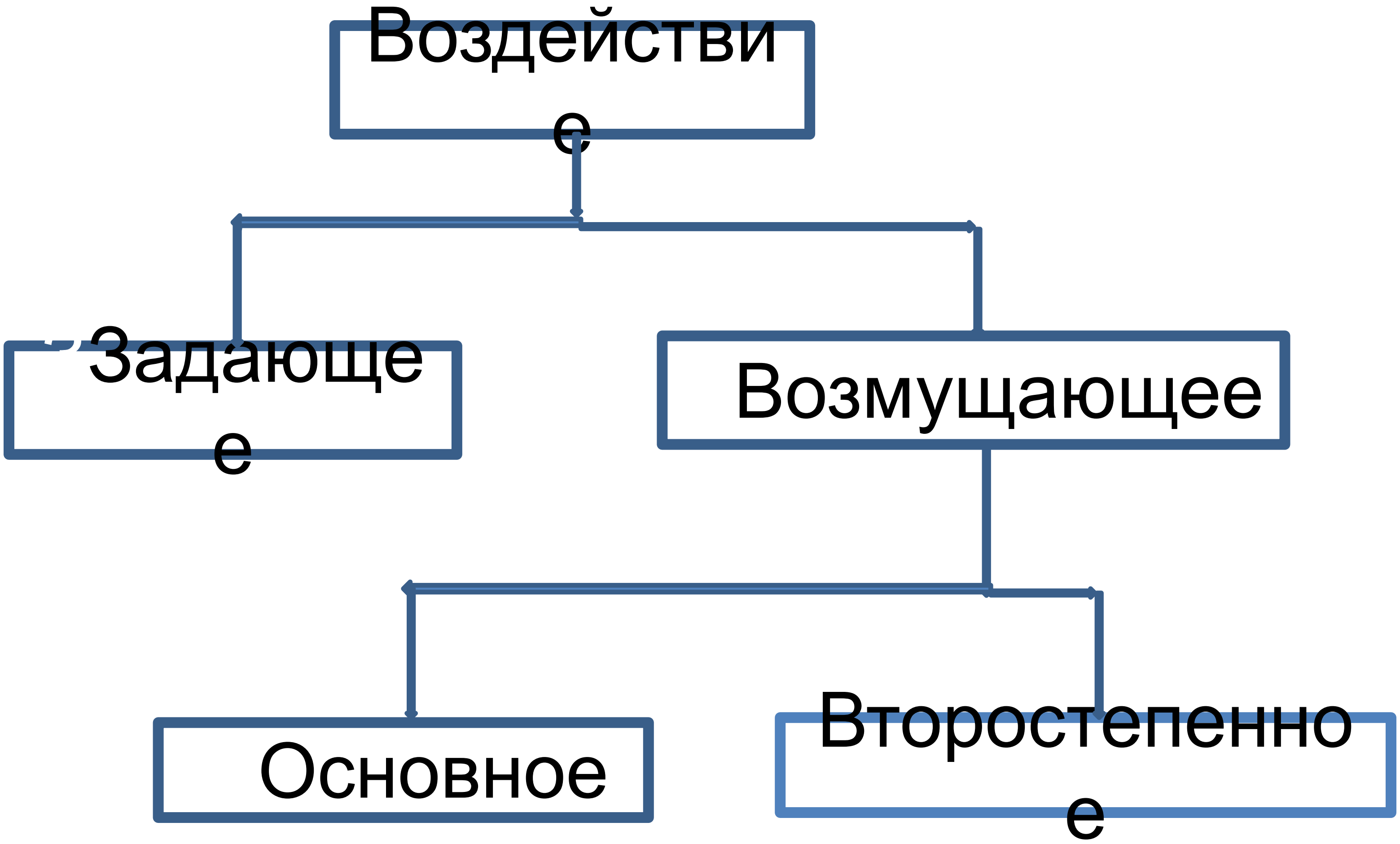
Совокупность объекта регулирования и регулятора

Типовая упрощенная



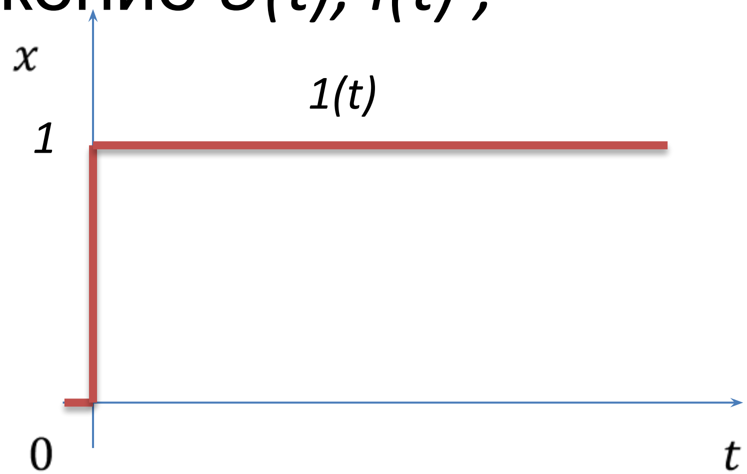
1 Типовые воздействия

Отклонение регулируемой величины от заданного значения происходит под действием различных причин или, как их называют в ТАУ, – ***воздействие***. Основными воздействиями, оказываемыми на САУ, являются задающие и возмущающие. ***Задающие воздействия*** определяют закон изменения управляемой величины. ***Возмущающие воздействия***, основные и второстепенные, стремятся нарушить требуемую функциональную связь между задающим воздействием и регулируемой величиной. ***Основные возмущающие воздействия*** определяются нагрузкой системы. ***Второстепенные возмущающие воздействия*** обуславливаются главным


Воздействие
Задающее
Возмущающее
Основное
Второстепенное

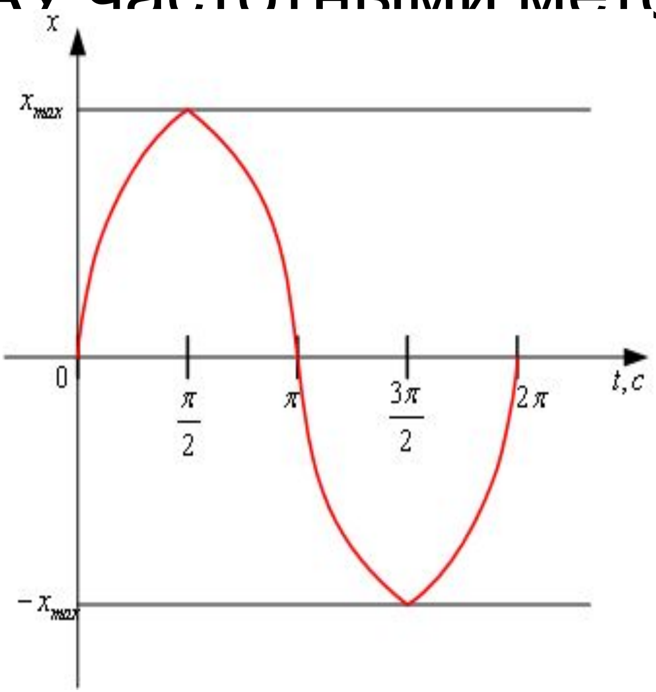
Характер переходных процессов в результате приложенного к системе воздействия зависит главным образом от структуры и свойств системы, а также от закона изменения воздействия во времени. Для исследуемых динамических свойств системы пользуются ***типовым воздействием***, которое выбирается близким к наиболее неблагоприятному из всего разнообразия возможных реальных воздействий конкретной САУ. К типовым воздействиям относятся:

а) ***единичный скачок*** (единичное ступенчатое воздействие) - замыкание или размыкание цепи, приложенное напряжение *U(t), I(t) ;*



- Реакция системы на единичное ступенчатое воздействие называется ***переходной функцией.***

б) ***гармоническое воздействие*** – изменение по синусоидальному или косинусоидальному закону во времени, используется при анализе динамических свойств САУ частотными методами.

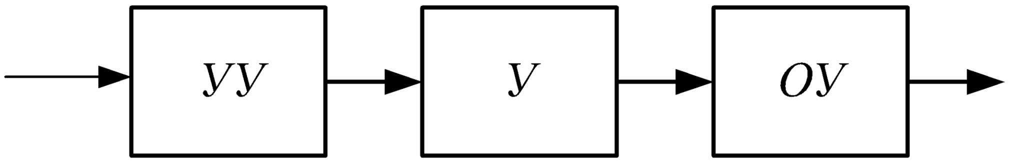


2 Обратные связи

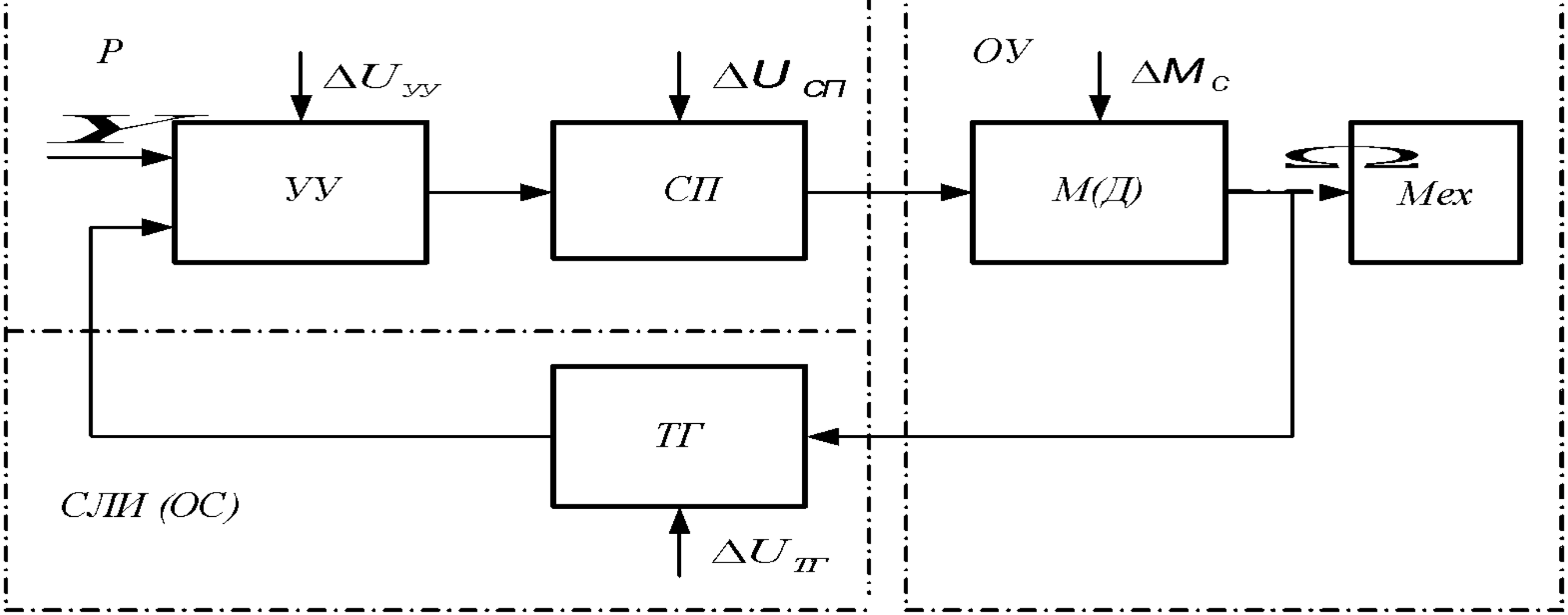
Задача САУ - обеспечить процесс поддержания или изменения по заданному закону значений показателей какого-либо процесса за счет подачи на регулятор сигналов, определяемых действительным ходом этого процесса. Такая подача сигналов осуществляется при помощи средств ***обратной связи***.

Если же функции управления системы не ставится в зависимость от действительного хода производственного процесса и выполняются по разомкнутому циклу, то такие системы называются ***разомкнутыми***, в отличие от САУ, называемыми ***замкнутыми.***

Разомкнутая система



Замкнутая одноконтурная система

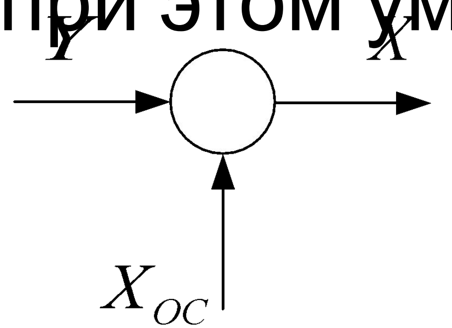


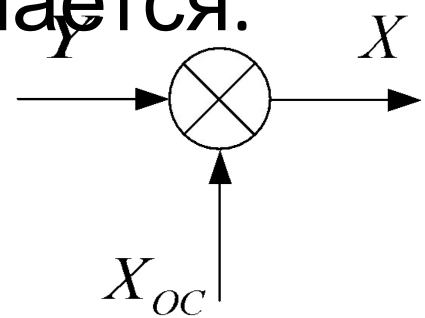
- *Р* – регулятор:
- *УУ* – управляющее устройство;
- *У* - усилитель; *СП* – силовой преобразователь;
- *ОУ* - объект управления:
- *М(Д)* – машина (двигатель);
- *Мех* – механизм:
- Ω - скорость;
- *СЛИ* – система логической информации (технической информации):
- *ТГ* – тахогенератор;
- *Y* – задающее воздействие;
- ΔM_{C} – основное возмущающее воздействие;
- $\Delta U_{УУ}$, $\Delta U_{СП}$, $\Delta U_{ТГ}$ – второстепенные возмущающие воздействия.

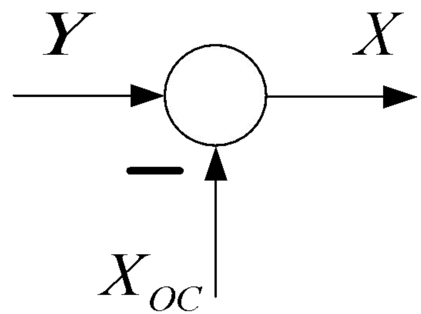
Системы, имеющие одну главную обратную связь, называются ***одноконтурными.*** Некоторые САУ, помимо главных ОС, число которых определяется числом регулируемых величин, имеют еще несколько ***дополнительных*** (местных). Последние соединяют выход и вход одного или нескольких элементов системы. САУ, имеющие, кроме главной, еще одну или несколько дополнительных обратных связей, называются ***многоконтурными.*** В ЭП используется до четырёх контуров: по **пути**, **скорости**, по **напряжению** или э.д.с., по **току**.

В зависимости от характера передаваемого воздействия О.С. подразделяются на жесткие и гибкие. ***Жесткие*** обратные связи действуют как в установившемся, так и в переходном режиме системы. Средства жесткой ОС - различные датчики (измеряющие устройства), передающие сигнал на узел сравнения. ***Гибкие*** ОС (ГОС) действуют только в период переходного процесса.

По оказываемому на систему действию ОС делятся на положительные и отрицательные. ОС называется ***положительной***, если с увеличением сигнала на выходе управляющий сигнал на входе увеличился и ***отрицательной***, если он при этом уменьшается.







$$x = y + x_{OC}$$

$$x = y - x_{OC}$$

Классификация связей в САУ

Классификация САУ


Классификация САУ
по закону изменения регулируемой величины
САУ поддержания постоянства регулируемой величины
Системы Программного управления
Следящие системы

Классификация САУ

Классификация САУ

Классификация САУ

Применение операционного метода в математическом описании САУ

Передаточная функция звена или системы – это отношение изображений выходного и входного сигналов.

Характеристическое уравнение – приравненный нулю знаменатель передаточной функции.

Нули передаточной функции – корни её числителя.

Полюсы передаточной функции – корни её знаменателя.

Применение операционного метода в математическом описании САУ

Главная задача ТАУ – определение реакции звена (системы) на определенное входное воздействие.

Математически данная задача решается <u>в три этапа</u>:

1) Замена дифференциальных уравнений, описывающих звено (систему), алгебраическими уравнениями с переходом от оригиналов к изображениям.
2) Решение полученного уравнения (системы уравнений).
3) Перевод полученного решения из изображений в оригиналы.

Операторный метод

Сущность операторного метода заключается в том, что расчет переходного процесса переносится из области функций действительной переменной (времени t) в область функций комплексного переменного . При этом операции дифференцирования и интегрирования функций времени заменяются соответствующими операциями умножения и деления функций комплексного переменного на оператор *p*. Это существенно упрощает расчет, так как сводит систему дифференциальных уравнений к системе алгебраической. Переход из области действительного переменного в область функций комплексного переменного осуществляется с помощью *прямого преобразования Лапласа*. После этого решаются алгебраические уравнения относительно изображений искомых функций. Полученное решение алгебраических уравнений *обратным преобразованием Лапласа* переносится в область действительного переменного.

Прямое преобразование Лапласа определяется уравнением

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \quad , \quad (1)$$

где *f(t)* – функция действительного переменного *t*, определенная при *t>0.*

Функция *F(p)*, определяемая уравнением (1), называется *изображением по Лапласу*, а функция *f(t)* в (1) – *оригиналом*.

Обратное преобра… деляют из решения

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p) e^{pt} dp \; .$$

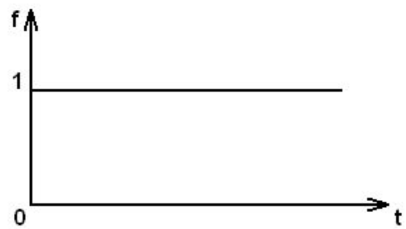
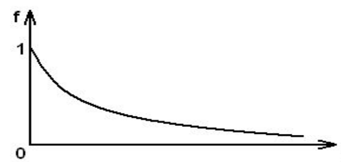
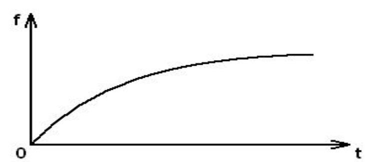
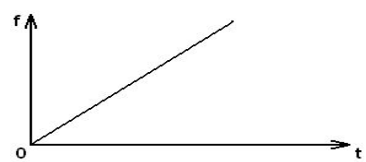
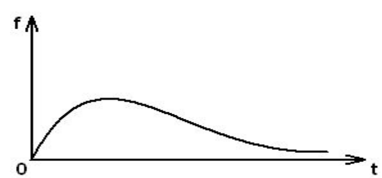
Следовательно, оригинал и изображение представляют собой пару функций действительного *f(t)* и комплексного *F(p)* переменного, связанных преобразованием Лапласа и поставленных друг другу в строгое соответствие

Для сокращения записи преобразований (1) используют следующую символику:

$$f(t) \equiv F(p); f(t) \leftrightarrow F(p); F(p) = L[f(t)]; f(t) = L^{-1}[F(p)] \; ,$$

где *L* – оператор Лапласа.

В дальнейшем для определенности будем использовать знак соответствия.

Функция оригинал *f(t)*		Изображение функции *F(p)*
Выражение функции	Вид функции	
$1(t)=\begin{cases}0, & \text{при } t<0,\\ 1, & \text{при } t\geq 0.\end{cases}$ единичная функция		$\dfrac{1}{p}$
$e^{-\alpha t}$		$\dfrac{1}{p+\alpha}$
$1-e^{-\alpha t}$		$\dfrac{\alpha}{p(p+\alpha)}$
t		$\dfrac{1}{p^2}$
$e^{-\alpha t}-e^{-\beta t}$		$\dfrac{\beta-\alpha}{(p+\alpha)(p+\beta)}$

Рассмотрим некоторые ***свойства преобразования Лапласа***, называемые также теоремами.

1. Теорема о сложении или линейность преобразования

$$L[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] = a_1 L[f_1(t)] + a_2 L[f_2(t)].$$

2. Теорема о дифференцировании

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = p \cdot F(p) - f(0_+).$$

$$L[f(t-T)] = e^{-pT} L[f(t)] = e^{-pT} F(p)$$

3. Теорема об интегрировании

$$L\left[\int_0^t f(t) \cdot dt\right] = \frac{F(p)}{p}.$$

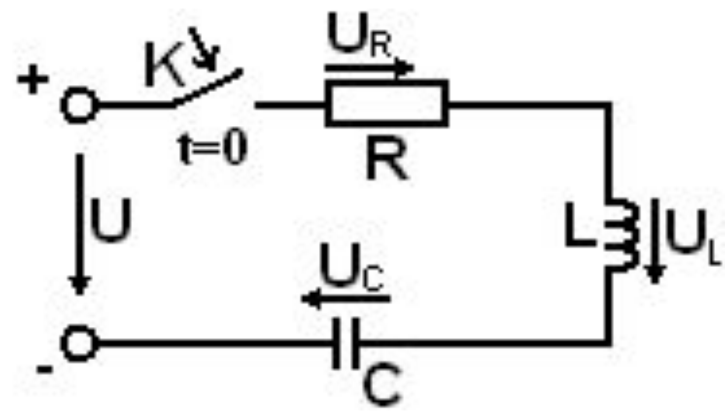
4. Теорема запаздывания

$$L[f(t-T)] = e^{-p \cdot T} \cdot L[f(t)] = e^{-p \cdot T} \cdot F(p).$$

Пользуясь основными свойствами преобразования Лапласа, можно получить основные законы теории цепей в операторной форме.

Рассмотрим, например, последовательный RLC – контур (рис.), находящийся при ненулевых начальных условиях:

$$U_c(0_-) \neq 0; i_L(0_-) \neq 0 .$$



Уравнение равновесия напряжений для этого контура согласно второго закона Кирхгофа имеет вид:

$$u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{c}\int_{-\infty}^{t} i dt = Ri + L\frac{di}{dt} + U_c(0_-) + \frac{1}{c}\int_{0}^{t} i dt .$$

Применив к прямое преобразование Лапласа и учитывая свойства линейности дифференцирования и интегрирования оригинала или выражения для напряжений на резистивном индуктивном и емкостном элемента

$$U(p) = RI(p) + LpI(p) - Li(0) + \frac{U_c(o)}{p} + \frac{1}{Cp} I(p).$$

Второй закон Кирхгофа в операторной форме:

$$\sum_{k=1}^{m} I_k(p) Z_k(p) = \sum_{k=1}^{k} E_k(p).$$

алгебраическая сумма операторных падений напряжений на всех участках замкнутого контура равна алгебраической сумме операторных ЭДС, включенных в этот контур.

Алгоритм анализа переходных процессов операторным методом.

Расчет переходного процесса операторным методом предусматривает следующий порядок операций:

- вычерчивается исходная расчетная схема замещения цепи и определяются начальные условия коммутации;
- все известные электрические величины и параметры изображаются в операторной форме (сложение функции – с помощью таблиц оригиналов и изображений) и осуществляется переход к операторной схеме замещения цепи;
- на основе законов Кирхгофа в операторной форме в соответствии с выбранным методом расчета цепи после ее коммутации составляется система операторных уравнений с учетом начальных условий, которая решается относительно изображений искомых переходных токов и напряжений;
- получение изображения искомых переходных токов и напряжений преобразуются либо к табличным, либо к виду, удобному для применения теоремы разложения, и определяются оригиналы (переходные токи и напряжения);
- производится анализ характера переходного процесса.

Уравнение в оригиналах (обычное уравнение – среди x (t)

↓

Уравнение в изображениях (среди X(p)

↓

Уравнение решается относительно неизвестного (решается как в алгебре)

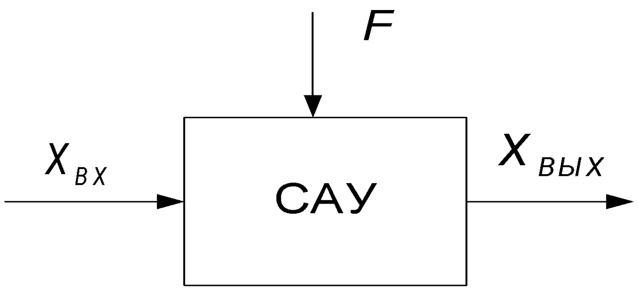
↓

Возвращаются к оригиналам

1 Динамика объектов

Уравнение динамики объектов

Пусть дана система



Если получить систему дифференциальных уравнений, составленных для каждого элемента САУ относительно какой-либо одной регулируемой величины $x(t)=x_{ВЫХ}(t)$ по отношению к отклонению $x(t)=x_{ВХ}(t)$ и к возмущающему воздействию $f(t)$, то в результате получим дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами следующего вида:

$$a_n \frac{d^n x_{ВЫХ}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{ВЫХ}}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx_{ВЫХ}}{dt} + a_0 \cdot x_{ВЫХ} =$$

$$= b_m \frac{d^m x_{ВХ}}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x_{ВХ}}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx_{ВХ}}{dt} + b_0 \cdot x_{ВХ} +$$

$$+ c_k \frac{d^k f}{dt^k} + c_{k-1} \frac{d^{k-1} f}{dt^k} + \dots + c_1 \frac{df}{dt} + c_0 f$$

где $a_0, a_1, \dots, a_n$; $b_0, b_1, \dots, b_m$; $c_0, c_1, \dots, c_k$ – постоянные коэффициенты.

Уравнение носит название общего дифференциального уравнения САУ или уравнения движения САУ.

Применяя к дифференциальному уравнению при нулевых начальных условиях преобразование Лапласа, запишем это уравнение в операторной форме:

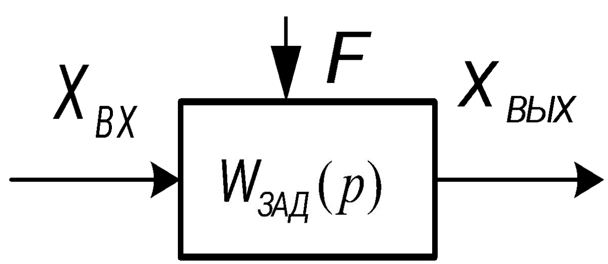
$$X_{ВЫХ}(p)\cdot[a_n\cdot p^n + a_{n-1}\cdot p^{n-1} + \ldots + a_1\cdot p + a_0] =$$
$$= X_{ВХ}(p)\cdot[b_m\cdot p^m + b_{m-1}\cdot p^{m-1} + \ldots + b_1\cdot p + b_0] +$$
$$+F(p)\cdot[c_k\cdot p^k + c_{k-1}\cdot p^{k-1} + \ldots + c_1\cdot p + c_0],$$

где $X_{ВЫХ}(p)$; $X_{ВХ}(p)$ и $F(p)$ – изображения соответственно функций $x_{ВЫХ}(t)$; $x_{ВХ}(t)$ и $f(t)$.

1.1 Понятие о передаточной функции

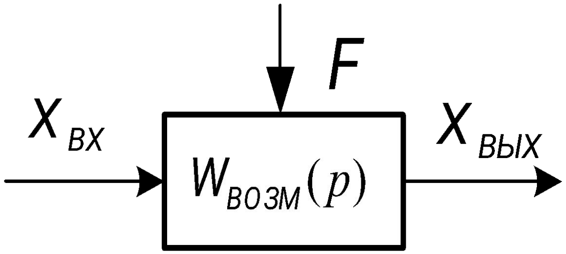
Передаточной функцией САУ по задающему воздействию называется отношение операторного изображения выходной величины САУ к операторному изображению входной величины САУ при нулевых начальных условиях, т.е.:

$$W_{ЗАД}(p)=\frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)}=\frac{b_m p^m+b_{m-1}p^{m-1}+\dots+b_1 p+b_0}{a_n p^n+a_{n-1}p^{n-1}+\dots+a_1 p+a_0}$$



- ***передаточной функцией*** САУ по возмущающему воздействию называют отношение операторного изображения выходной величины к операторному изображению возмущающего воздействия при нулевых начальных условиях

$$W_{возм}(p)=\frac{X_{вых}(p)}{F(p)}=\frac{c_k p^k + c_{k-1}p^{k-1}+\dots+c_1 p + c_0}{a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1}+\dots+a_1 p + a_0}$$



Т.к. при записи уравнений линейной САУ в операторной форме дифференциальные уравнения становятся алгебраическими, то с ними можно оперировать совершенно так же, как с линейными уравнениями для установившегося режима.

Обозначим соответственно

$$A^n(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0;$$

$$B^m(p) = b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0$$

- полиномы $n-$ой и m-ой степени от p.

Тогда передаточная функция по задающему воздействию равна

$$W(p) = \frac{B^m(p)}{A^n(p)},$$

где $A^n(p) = 0$ - характеристическое уравнение.

Найдём переходную функцию при входном единичном ступенчатом воздействии

$x_{ВХ}(t)=1(t)$, тогда $X_{ВХ}(p)=\dfrac{1}{p}$.

Вычислим

$$X_{ВЫХ}(p)=X_{ВХ}(p)\cdot W(p)=\frac{1}{p}\cdot W(p)=\frac{1}{p}\cdot\frac{B^m(p)}{A^n(p)}=\frac{B^m(p)}{G^{n+1}(p)}.$$

Перейдём к оригиналу.

$$x_{ВЫХ}(t)=\frac{B^m(0)}{\dfrac{dG^{n+1}(0)}{dp}}+\sum_{i=2}^{n+1}\frac{B^m(p_i)}{\dfrac{dG^{n+1}(p_i)}{dp}}\cdot e^{p_i t}$$

где p_i – корни уравнения $G^{n+1}(p)=0$.

1.2 Частотные характеристики

Совместное изменение амплитуды и фазы выходной величины от частоты можно получить, если представить синусоидальные функции **в комплексной форме**:

$$X_{BX}(j\omega) = A_{BX} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_{BX})}$$

$$X_{ВЫХ}(j\omega) = A_{ВЫХ} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_{ВЫХ})}$$

Если взять отношение выходной величины $X_{ВЫХ}(j\omega)$ к входной величине $X_{BX}(j\omega)$, то получим

$$W(j\omega) = \frac{X_{ВЫХ}(j\omega)}{X_{BX}(j\omega)} = \frac{A_{ВЫХ}(\omega)}{A_{BX}(\omega)} e^{j[\varphi_{ВЫХ}(\omega) - \varphi_{BX}(\omega)]} = \quad (\omega) \cdot \quad {}^{j\varphi(\omega)}$$

- показательная форма записи комплексного числа

Комплексная функция *W(jω)* называется ***комплексным коэффициентом передачи САУ*** или ***амплитудно-фазовой частотной характеристикой*** (АФЧХ) САУ. Модуль этой функции представляет собой амплитудно-частотную характеристику (АЧХ), а аргумент – фазо-частотную характеристику (ФЧХ).

В общем случае *W(jω)* может быть представлен в виде числа $W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$

алгебраическая форма записи комплексного числа

где *P(ω)* – называется вещественной частотной характеристикой САУ (ВЧХ);

Q(ω) – называется мнимой частотной

Между собой ВЧХ, МЧХ и АЧХ, ФЧХ связаны

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)};$$

$$\varphi(\omega) = arctg\,\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}.$$

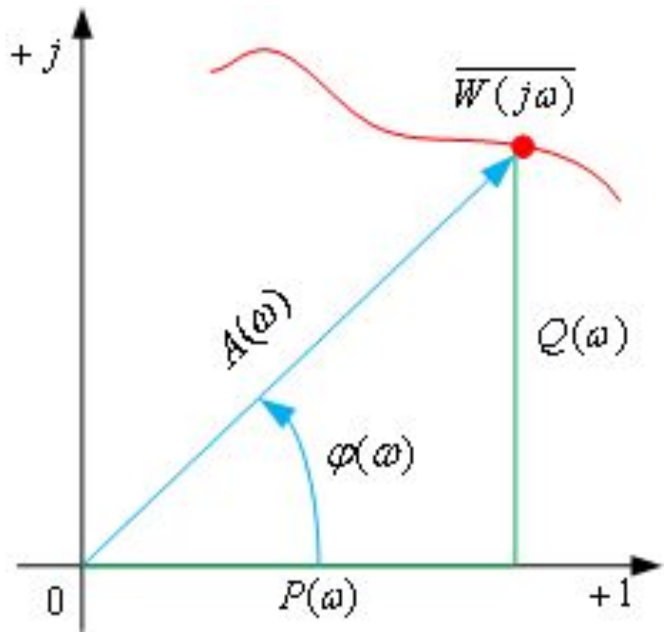
$$P(\omega) = A(\omega) \cdot \cos\varphi(\omega),$$

$$Q(\omega) = A(\omega) \cdot \sin\varphi(\omega).$$

Комплексное число можно представить на плоскости. Изменяя *0<ω<∞*, получим график. График называется годографом –

$$годW(j\cdot\omega) = godW(j\cdot\omega)$$

АЧХ, ФЧХ – полярная система координат и ВЧХ,МЧХ – декартова система координат.



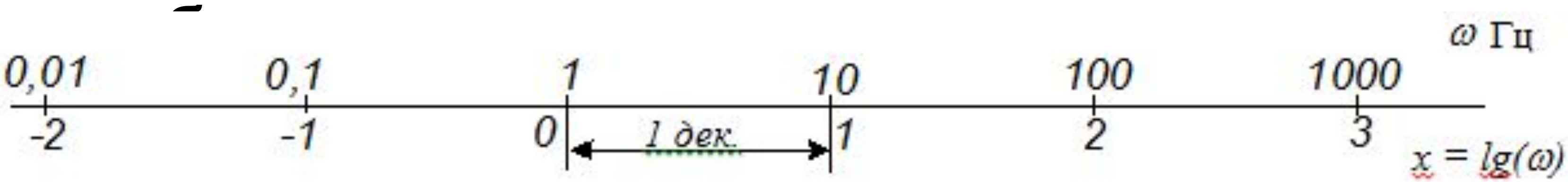
Логарифмические частотные характеристики

В практических расчетах наряду с использованием АФЧХ широко используются так называемые ***логарифмические амплитудные фазовые частотные*** характеристики ЛАФЧХ или просто логарифмические частотные характеристики. При этом различают ***логарифмические амплитудные частотные характеристики*** (ЛАЧХ) и ***логарифмические фазовые частотные характеристики*** (ЛФЧХ).

ЛАЧХ называют зависимость $L(\omega)=lgA(\omega)$ от $lg\ (\omega)$,

ЛФЧХ называют зависимость $\phi(\omega)$от $lg\ (\omega)$.

При построении ЛЧХ по **оси абсцисс** откладывается частота в логарифмическом ма



Интервал частот, кратный 10, называется декадой.

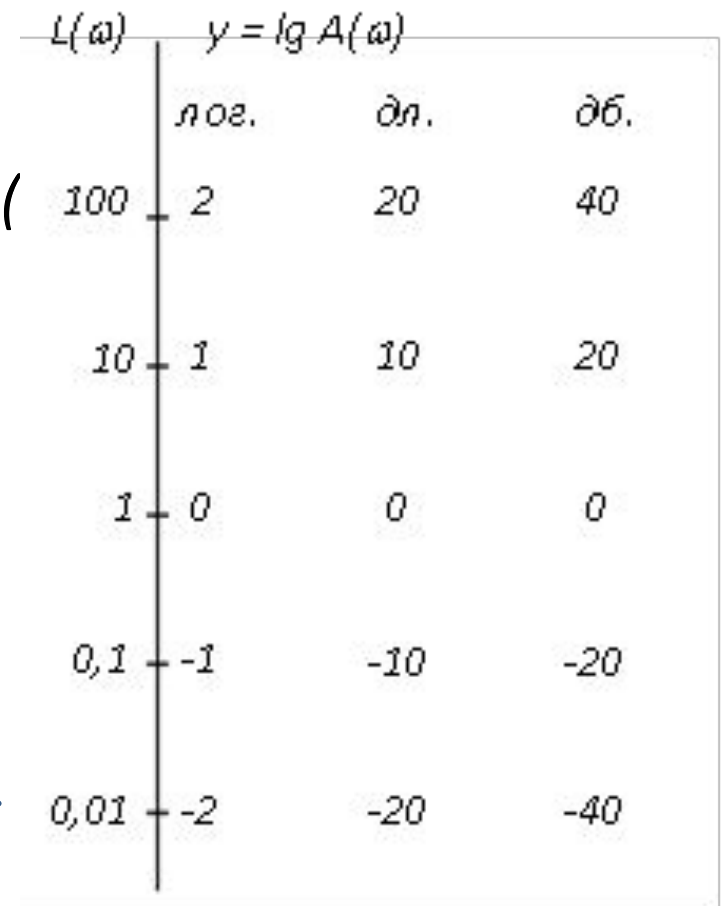
По оси ординат при построении ЛАЧХ откладывается величина *L(ω)* в логарифмическом масштабе (*лог*).

Логарифм может быть разбит на более мелкие единицы *1 лог = 10 дл* (децилог) *= 20 дб* (децибел), таким образом:

$$Y\,[дл] = 10 \lg k,$$

$$Y\,[дб] = 20 \lg k.$$

По оси ординат при построении ЛФЧХ откладывается величина *ϕ(* в градусах, т.е. полулогарифмический масштаб.



Ось ординат

Достоинства ЛЧХ:

- При использовании ЛЧХ представляется возможным изображать величины, несоизмеримые в равномерном масштабе (например, от 0,001 до 1000).
- При использовании ЛЧХ операция умножения коэффициентов усилительных звеньев заменяется операцией сложения ординат характеристик этих звеньев.
- При использовании логарифмического масштаба нелинейные зависимости превращаются в прямые линии.