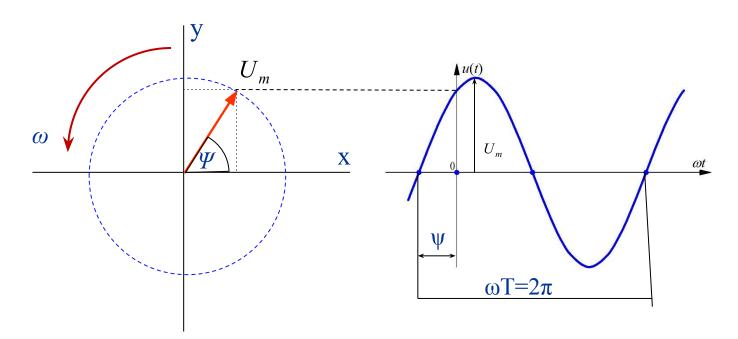


Кафедра электротехники, О8

Лекция 4
Расчет электрических цепей переменного тока

Представление синусоидальной функции в векторной форме Декартовая система координат



 $U_{\it m}$ - амплитуда напряжения и тока

 ψ_u - начальная фаза напряжения и тока

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$
 — циклическая частота, или угловая скорость

Проекции вращающегося вектора на оси х и у

$$u_x = U_m \sin(\omega t + \psi_U)$$

$$u_{v} = U_{m} \cos(\omega t + \psi_{U})$$



Мгновенные значения токов:

$$i_{1}(t) = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1})$$
 $i_{2}(t) = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{i2})$

$$i_{3}(t) = i_{1}(t) + i_{3}(t)$$

$$i_3(t) = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1}) + I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{i2}) = I_{3m} \sin(\omega t + \psi_{i3})$$

Определение амплитуды I_{3m} и ψ_3 начальной фазы этого тока путем соответствующих тригонометрических преобразований получается довольно громоздким и мало наглядным.

1

Построение векторов для действующих значений I_1 и I_2

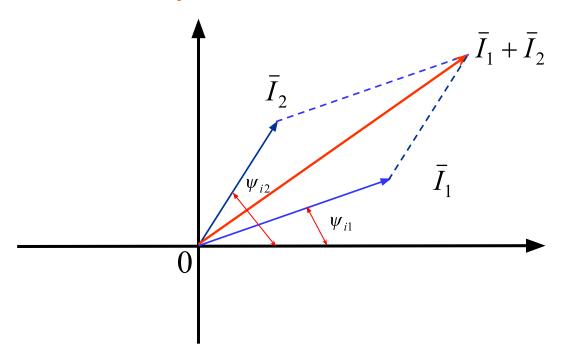
Действующие значения токов:

$$I_{1} = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{2} = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}}$$

$$i_{3}(t) = i_{1}(t) + i_{3}(t)$$

$$\bar{I}_{3} = \bar{I}_{1} + \bar{I}_{2}$$



Совокупность векторов, изображающих синусоидально изменяющиеся ЭДС, напряжения и токи, называют векторными диаграммами.

Их применение делает расчет цепи более наглядным и простым.



Примеры:

Активный элемент

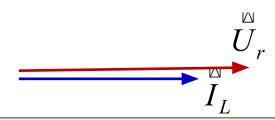
$$i(t) = I_{m} \sin(\omega t + \psi_{i}) \iff I_{r}(I_{r_{m}})$$

$$u_{r}(t) = i \cdot r = I_{m} \cdot r \cdot \sin(\omega t + \psi_{i}) \iff U_{r}(U_{r_{m}})$$

$$= U_{r_{m}} \sin(\omega t + \psi_{i})$$

Фазовый сдвиг

$$\varphi = \psi_{i_r} - \psi_{u_r} = 0^{\mathbb{N}}$$



Напряжение на активном элементе совпадает по фазе с током $\phi = 0^{\circ}$

Закон Ома

Закон Джоуля -Ленца

$$U = Ir$$

$$P = I^2 r B_T$$

v

Примеры:

Индуктивный элемент

$$\frac{i}{u_{\scriptscriptstyle L}}$$

 $\longleftrightarrow U_I(U_{Im})$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \iff I_L(I_{Lm})$$

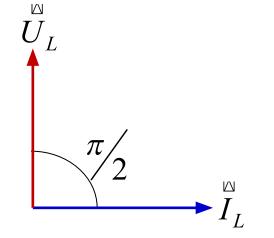
$$u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} = I_m \omega L \sin(\omega t + \psi_i + 90^{\text{M}})$$

$$= I_m x_I \sin(\omega t + \psi_i + 90^{\mathbb{N}})$$

$$=U_{Lm}\sin(\omega t + \psi_i + 90^{\mathbb{N}})$$

Фазовый сдвиг

$$\psi_{i_L} - \psi_{u_L} = 90^{\text{N}}$$



Напряжение на индуктивном элементе опережает ток по фазе на 90°

Закон Ома

Закон Джоуля -Ленца

$$U = Ix_L$$

$$Q = I^2 x_L$$
 BAp

Примеры:

Ёмкостной элемент

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \iff I_C(I_{Cm})$$

$$i$$
 u_c

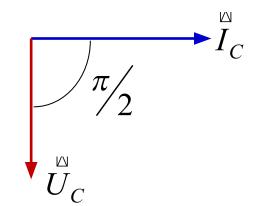
$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int I_m \sin(\omega t + \psi_i) = I_m \frac{1}{\omega C} \sin(\omega t + \psi_i - 90^{\text{M}}) \iff U_C(U_{Cm})$$

$$=I_m x_C \sin(\omega t + \psi_i - 90^{\mathbb{N}})$$

$$=U_{Cm}\sin(\omega t + \psi_i - 90^{\mathbb{N}})$$

Фазовый сдвиг

$$\psi_{i_L} - \psi_{u_I} = 90^{\mathbb{N}}$$



Напряжение на ёмкостном элементе отстаёт от тока по фазе на 90°

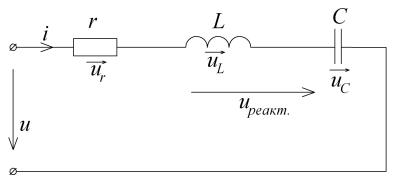
Закон Ома

Закон Джоуля -Ленца

$$U_C = Ix_C$$

$$Q = I^2 x_C$$
 BAp

Последовательное соединение *rLC* в цепи синусоидального переменного тока



$$i = \sqrt{2}I\sin\omega t$$

$$u = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \varphi)$$

Второй закон Кирхгофа для мгновенных напряжений

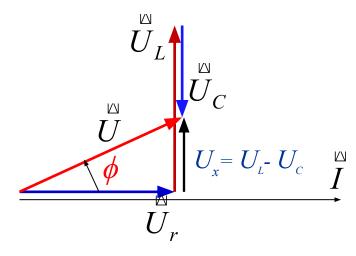
$$u = u_r + u_L + u_C$$

Составим второй закон Кирхгофа для векторов напряжений

$$U = U_r + U_L + U_C$$

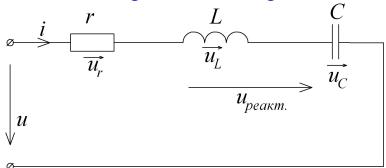
Фазовый сдвиг ϕ между током I и напряжением U

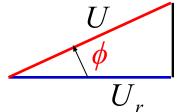
$$\varphi = arctg \frac{U_x}{U_r} = arctg \frac{U_L - U_C}{U_r}$$



Векторная диаграмма для последовательного соединения *rLC*





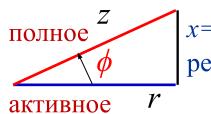


$$U_x = U_L - U_C$$

Треугольник напряжений

$$U^{2} = U_{r}^{2} + U_{x}^{2} = U_{r}^{2} + (U_{L} - U_{C})^{2}$$

Если все стороны треугольника напряжений поделим на I



$$x=x_L-x_C$$
 реактивное

Треугольник сопротивлений

$$z^2 = r^2 + x^2 = (x_L - x_C)^2$$

Если все стороны треугольника напряжений умножим на I



реактивная

$$Q = Q_L - Q_C$$

Треугольник мощностей

$$Q = Q_L - Q_C$$
 $S^2 = P^2 + Q^2 = (Q_L - Q_C)^2$

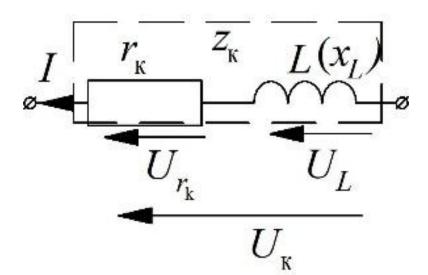
$$P = S\cos\varphi = UI\cos\varphi$$

Схемы замещения реальных элементов

1. Реальная катушка индуктивности

Реальная катушка индуктивности замещается последовательно соединенными идеальными элементами:

- r_{k} активное сопротивление катушки, учитывающие потери;
- $x_L(L)$ реактивное сопротивление индуктивности (индуктивность)



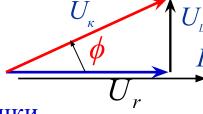
 $\boldsymbol{z}_{\mathbf{k}}$ - полное сопротивление катушки

$$z_{\kappa}^{2} = r_{\kappa}^{2} + x_{L}^{2} = r_{\kappa}^{2} + (\omega L)^{2}$$

2-й закон Кирхгофа

(в векторной форме)

$$U_{\mathrm{k}} = U_{r_{\mathrm{k}}} + U_{L}$$



Определение параметров схемы замещения реальной катушки

$$z_{K} = \frac{U_{K}}{I}$$

$$r_{\rm K} = \frac{P}{I^2}$$

$$x_L = \sqrt{z_{\rm K}^2 - r_{\rm K}^2}$$

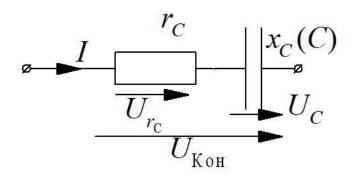
$$L = \frac{x_L}{\omega}$$

Схемы замещения реальных элементов

2. Реальный конденсатор

Реальный конденсатор замещается последовательно соединенными идеальными элементами:

- $r_{\rm C}$ активное сопротивление конденсатора, учитывающие потери;
- $x_C(C)$ реактивное сопротивление ёмкости (ёмкость)



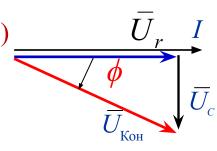
$$U_C \approx U_{\text{KoH}} \quad \phi \rightarrow -90^{\circ}$$

 $z_{\rm k}$ - полное сопротивление конденсатора

$$z_{\kappa}^{2} = r_{\kappa}^{2} + x_{C}^{2} = r_{\kappa}^{2} + (\frac{1}{\omega C})^{2}$$

2-й закон Кирхгофа (в векторной форме)

$$U_{ ext{Koh}} = U_{r_{ ext{C}}} + U_{C}$$



Определение параметров схемы замещения реальной катушки

$$z_{\mathrm{C}} = \frac{U_{\mathrm{Koh}}}{I}$$

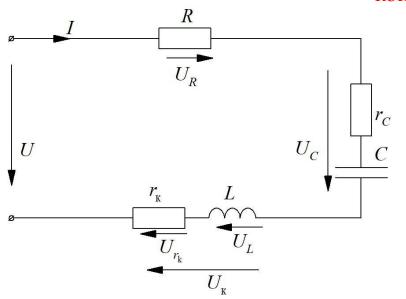
$$r_{\rm C} = \frac{P}{I^2}$$

$$x_C = \sqrt{z_{\text{кон}}^2 - r_C^2}$$

$$C = x_C \cdot \omega$$



Пример расчёта последовательного соединения реальной катушки, резистора и конденсатора



1.
$$z = \frac{U}{I}$$

$$3. x_C = \frac{U_C}{I}$$

$$2. R + r_{K} = \frac{P}{I^{2}}$$

4.
$$x = \pm \sqrt{z^2 - (R + r_{\rm K})^2}$$

Измерения							Вычисления								
I	U	P	U_r	U_C	$U_{_{ m K}}$	Z	$R+r_{\rm k}$	x_L	x_{C}	x	ϕ	Z_{κ}			
1	58	55	36	52	40	58	55	33,6	52	18,4	-18°	40			

$$\begin{cases} x = x_L - x_C \\ x_L = \pm x + x_C \end{cases}$$

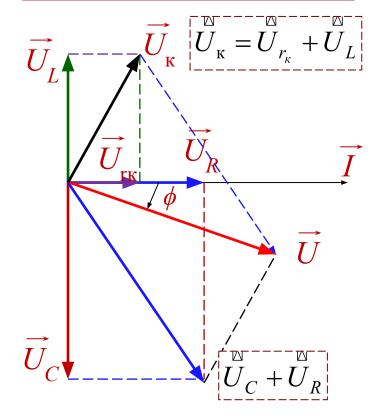
7.
$$z_{\kappa} = \frac{U_{\kappa}}{I}$$

M

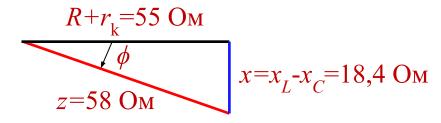
Построение векторной диаграммы

Измерения						Вычисления								
I	U	P	U_R	U_{C}	$U_{_{ m K}}$	Z	$R+r_{\rm k}$	x_L	x_{C}	x	ϕ	$Z_{_{K}}$		
1	58	55	36	52	40	58	55	33,6	52	18,4	-18°	40		

$$U = U_R + U_C + U_{r_{\kappa}} + U_L$$



Треугольник сопротивлений



Треугольник мощностей

