

# Лекция № 2

## Динамика

Раздел механики изучающий движение тел совместно с физическими причинами, обуславливающими это движение

# Динамика материальной точки (частицы)

*1. Состояние частицы в классической механике.*

*Механическое движение частицы. Принцип причинности.*

*2. Инерциальные системы отсчёта (ИСО). Первый закон Ньютона.*

*3. Сила. Инертная масса. Импульс. Второй закон Ньютона.*

*4. Уравнение движения частицы постоянной массы. Начальные условия. Связи. Прямая и обратная задачи механики.*

*5. Взаимодействие двух частиц. Третий закон Ньютона.*

*6. Силы упругости и трения. Законы Гука и Амонтона - Кулона. Формула Стокса.*

*7. Сила всемирного тяготения. Гравитационная (тяжелая) масса. Принцип эквивалентности.*

# Состояние частицы в классической механике.

*В классической механике состояние частицы определяется с помощью её радиус-вектора  $\vec{r}(t)$  и мгновенной скорости  $V(t)$ .*

*Механическое движение понимается как изменение во времени состояния частицы. Состояние частицы может быть задано только после выбора определённой системы отсчёта. Системы отсчета, построенные на основе тел, не имеющих ускорения называются **инерциальными**.*

# ПРИНЦИП ПРИЧИННОСТИ

*Законы динамики выражают **причинно-следственную связь** между источником движения и характером этого движения (изменением состояния частицы). Принцип причинности играет очень важную роль во всей физике, поскольку выражает связь, детерминированность, обусловленность событий, протекающих последовательно во времени. **Причина всегда предшествует во времени следствию.***

*Причиной изменения характера движения является сила.*

*Сила  $\vec{F}$  – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.*

*Под действием сил тела либо изменяют скорость движения, т.е. приобретают ускорения ( **динамическое** проявление сил ), либо деформируются, т.е. изменяют свою форму и размеры ( **статическое** проявление сил ).*

*В системе СИ сила измеряется в ньютонах [Н].*

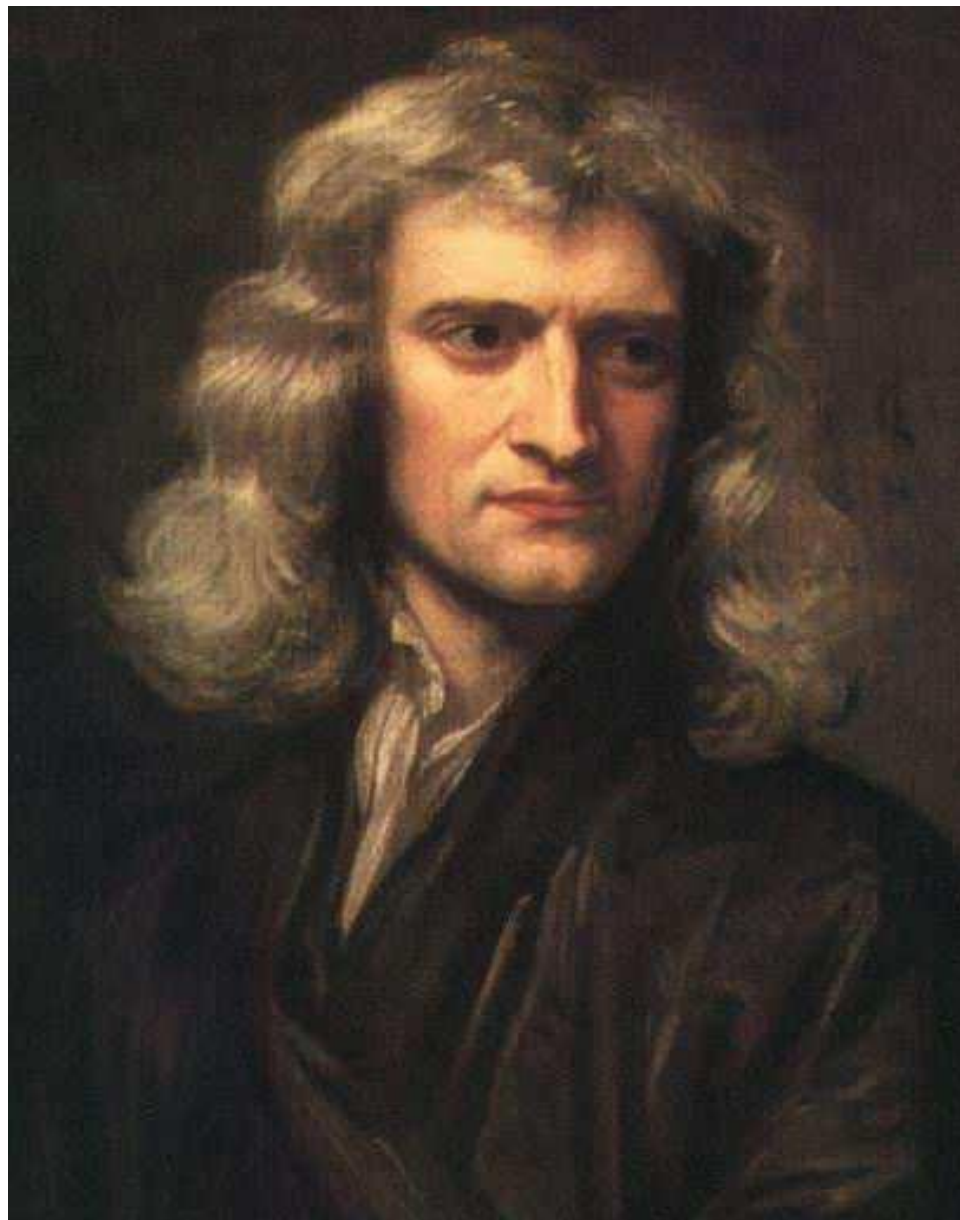
$$1\text{Н}=1\text{кг}\cdot\text{м}/\text{с}^2$$

# Законы Ньютона

**Исаак  
Ньютон** (1642 -  
1727) – великий  
ученый, сделавший  
большой вклад в  
развитие физики и  
математики.

**важнейшие  
работы:**

**закон всемирного  
тяготения,  
дифференциальн  
ое и  
интегральное  
исчисления,  
изобрел**

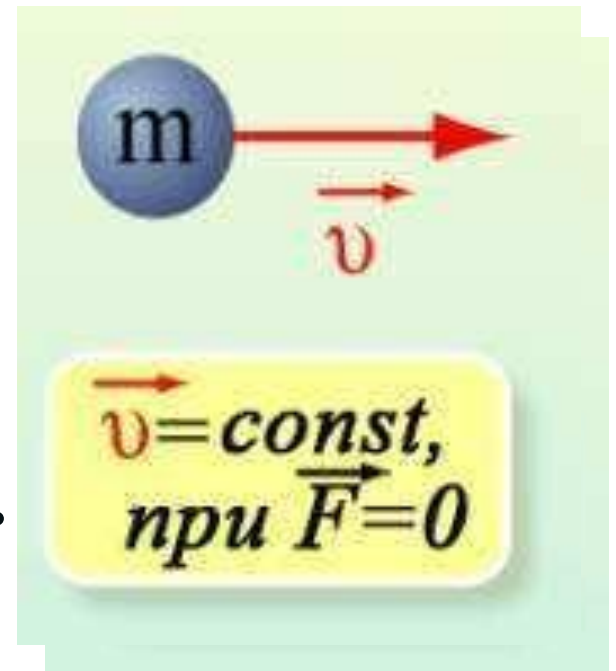


# Первый закон Ньютона:

*Всякая материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её изменить это состояние.  $F = 0$ ,  $v = const$  или  $0$*

*Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется инертностью.*

*Первый закон Ньютона называют законом инерции.*



*Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчёта. Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчёта, а те системы, по отношению к которым он выполняется, называются **инерциальными системами отсчёта**.*

***Инерциальной системой отсчёта** является такая система отсчёта, относительно которой материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется прямолинейно и равномерно (т.е. с постоянной скоростью).*

*Таким образом, **первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчёта (ИСО)**.*

*В природе существует ИСО. Это гелиоцентрическая система: в центре – солнце, оси направлены на удаленные звезды, положение которых мало меняется в пространстве.*



*Система отсчёта, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальная, однако эффекты, обусловленные её неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца) при решении многих задач малы, и в этих случаях её можно считать инерциальной.*

*Из приведённых выше примеров легко понять, что **основным признаком инерциальной системы является отсутствие ускорения.***

# Масс

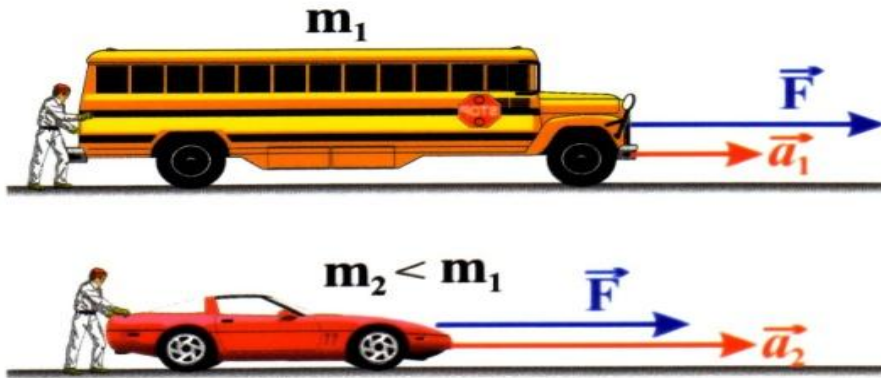
При одинаковых воздействиях различные тела неодинаково изменяют скорость своего движения, т.е. приобретают различные ускорения. Ускорение зависит не только от величины воздействия, но и от свойства самого тела (от его массы).

**Масса** тела – физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные (**инертная масса**) и гравитационные (**гравитационная масса**) свойства.

Доказано, что инертная и гравитационная массы равны друг другу (с точностью, не меньшей  $10^{-12}$  их значения).  
Масса – величина аддитивная (масса тела равна сумме масс частей, составляющих это тело).

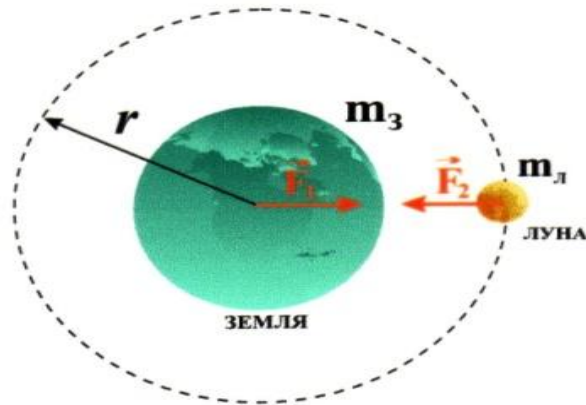
# Масса

Мера инертности



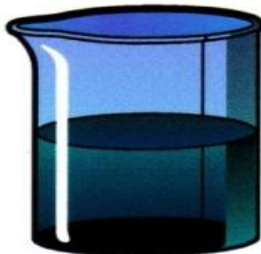
$$\frac{m_1}{a_1} = \frac{m_2}{a_2}$$

Мера и источник гравитации



$$F_1 = F_2 = \gamma \frac{m_3 m_{\text{Л}}}{r^2}$$

$$m_{\text{И}} = m_{\text{Г}}$$



**ЕДИНИЦА МАССЫ - КИЛОГРАММ**

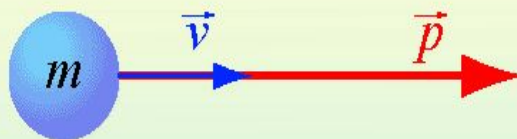
1 килограмм приблизительно  
равен массе 1 литра  
чистой воды при  
температуре 15 С

# ИМПУЛЬС ТЕЛА

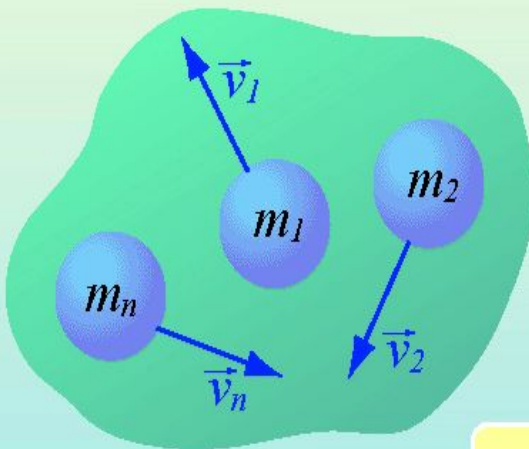
Произведение массы тела  $m$  на скорость  $\vec{v}$  называется **импульсом тела**  $\vec{p}$ :

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Импульс тела – мера механического движения



$$\vec{p} = m\vec{v}$$



$$\vec{p}_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

$$\vec{p}_{\text{сист}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n$$

# Второй закон Ньютона

Согласно второму закону Ньютона, в инерциальной системе отсчета первая производная импульса  $\vec{p}$  частицы по времени  $t$  равна полной (суммарной) силе  $\vec{F}$ , действующей на частицу:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

где полная сила  $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$  есть векторная сумма всех сил, действующих на частицу. В системе СИ масса  $m$  измеряется в килограммах, а сила – в ньютонах.

*Выражение второго закона через ускорение  $a$  :*

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F} \quad \text{т. к. } m = \text{const} \quad \text{то} \quad m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}.$$

но  $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ , тогда  $\boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$  *-2-ой закон Ньютона*

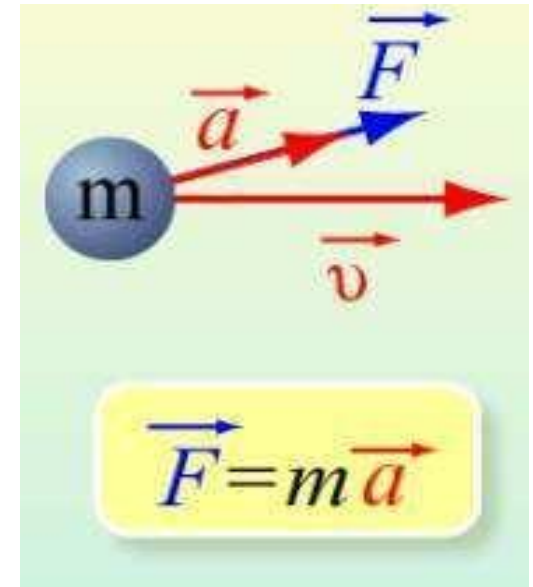
*(уравнение движения частицы постоянной массы)*

*Масса, умноженная на ускорение, равна действующей силе.*

*Второй закон Ньютона можно записать в другом*

*виде:*  $\boxed{d\vec{p} = \vec{F}dt}$  *и это читается:*

*изменение импульса равно импульсу силы.*



Уравнение движения частицы постоянной массы. При заданной силе  $\vec{F}$ , неизвестной функцией времени является радиус-вектор частицы (обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка по времени)

$$m\vec{a} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}$$

Для однозначного нахождения решения дифференциального уравнения необходимо задать не только действующую силу, но и два начальных условия.



- **Начальные условия** задаются при  $t=0$  в виде известных радиус-вектора  $\vec{r}_0$  и скорости  $\vec{V}_0$   

$$t=0, \quad \vec{r}(t=0) = \vec{r}_0, \quad \vec{V}(t=0) = \vec{V}_0$$

Решением дифференциального уравнения называется векторная функция времени  $\vec{r}(t)$  которая при подстановке превращает это уравнение в тождество и удовлетворяет начальным условиям. Нахождение кинематических характеристик движения частицы  $\vec{r}(t)$   $\vec{V}(t)$  по заданным начальным условиям и действующей силе называется **прямой задачей динамики**. В **обратной задаче динамики** по заданному движению

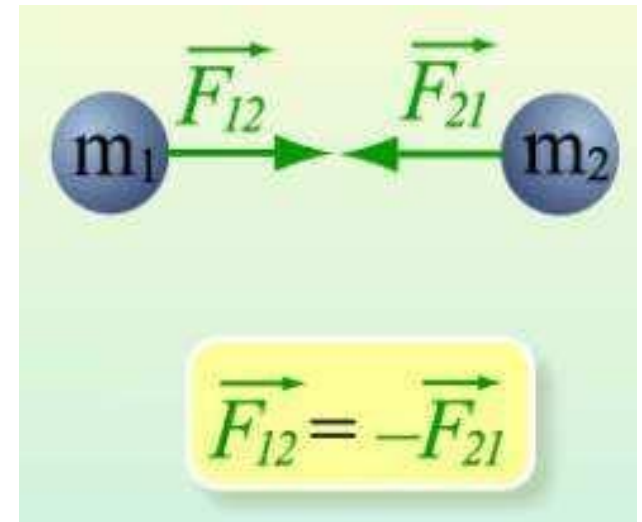


# Третий закон Ньютона

Взаимодействие между материальными точками (телами) в инерциальной системе отсчёта определяется **третьим законом**

**Ньютона**: всякое действие материальных точек (тел) друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда **равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой,**

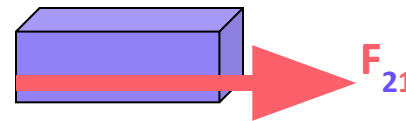
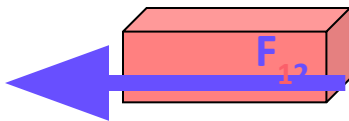
соединяющей  $\nabla$  эти  $\nabla$  точки:  
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



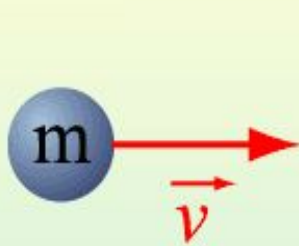
*3-й Закон Ньютона в общем случае является универсальным законом взаимодействий:*

*Всякое действие вызывает равное по величине противодействие*

Подчеркнем, что силы, связанные по 3 закону Ньютона, приложены к различным телам и, следовательно, никогда не могут начинаться в одной точке и компенсировать друг друга



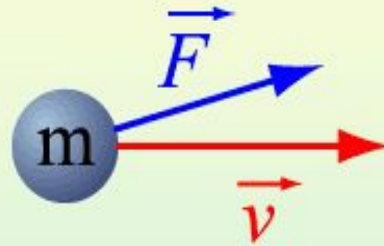
# Законы Ньютона



$$\vec{v} = const$$

## I закон

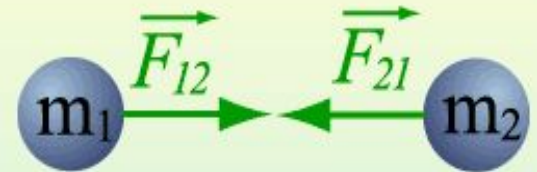
*Существуют такие системы отсчета, в которых всякое тело будет сохранять первоначальное состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока действие других тел не заставит его изменить это состояние.*



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

## II закон

*Под действием силы тело приобретает такое ускорение, что его произведение на массу тела равно действующей силе.*



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

## III закон

*Силы, с которыми взаимодействующие тела действуют друг на друга, равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны.*

## СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

*В настоящее время в физике, различают четыре типа сил или взаимодействий:*

- *гравитационные;*
- *электромагнитные;*
- *сильные (ответственные за связь частиц в ядрах)*
- *слабые (ответственные за распад частиц)*

# Силы упругости

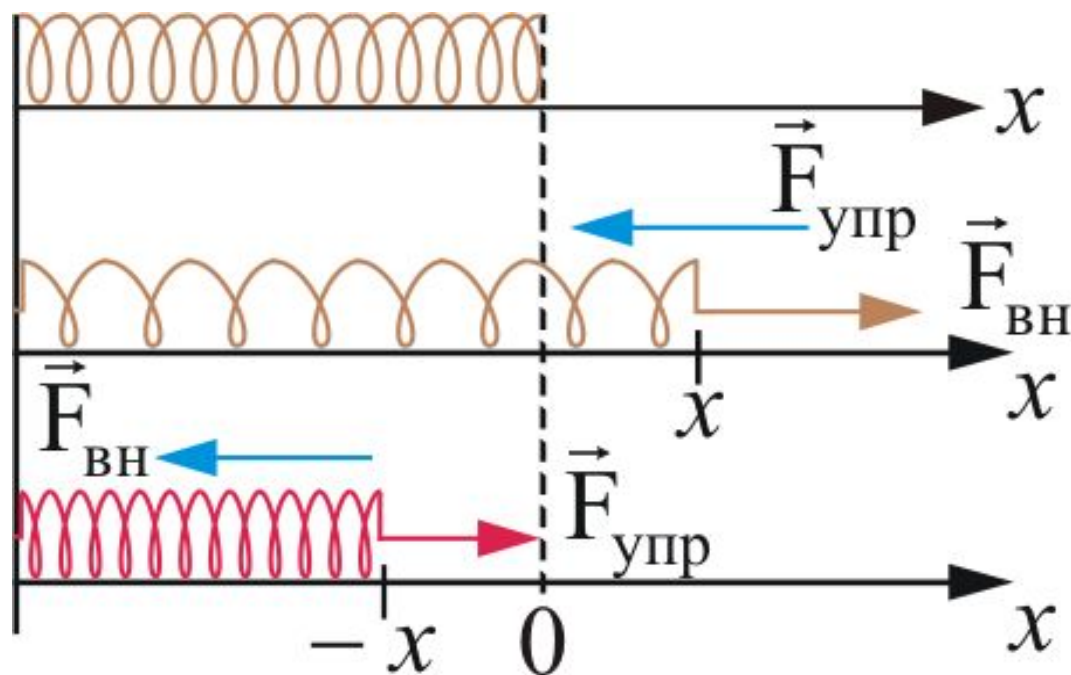
*Электромагнитные силы, действующие между молекулами и атомами, проявляют себя как упругие силы и силы трения.*

*Под действием внешних сил возникают деформации (т.е. изменение размеров и формы) тел. Если после прекращения действия внешних сил восстанавливаются прежние форма и размеры тела, то деформация называется упругой. Деформация имеет упругий характер в случае, если внешняя сила не превосходит определенного значения, которая называется пределом упругости.*

При превышении этого предела деформация становится **пластичной или неупругой**, т.е. первоначальные размеры и форма тела полностью не восстанавливаются.

Рассмотрим **упругие деформации**.

В деформированном теле (рис) возникают упругие силы, уравновешивающие внешние силы.

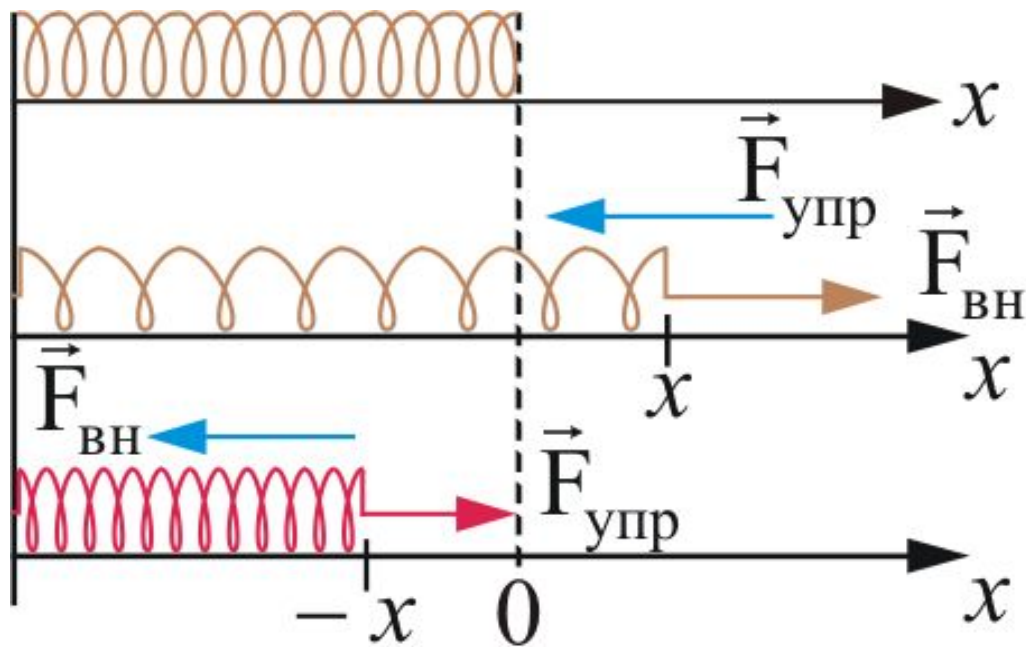


Удлинение пружины пропорционально внешней силе и определяется **законом Гука**:

$$x = \frac{1}{k} F_{\text{вн.}},$$

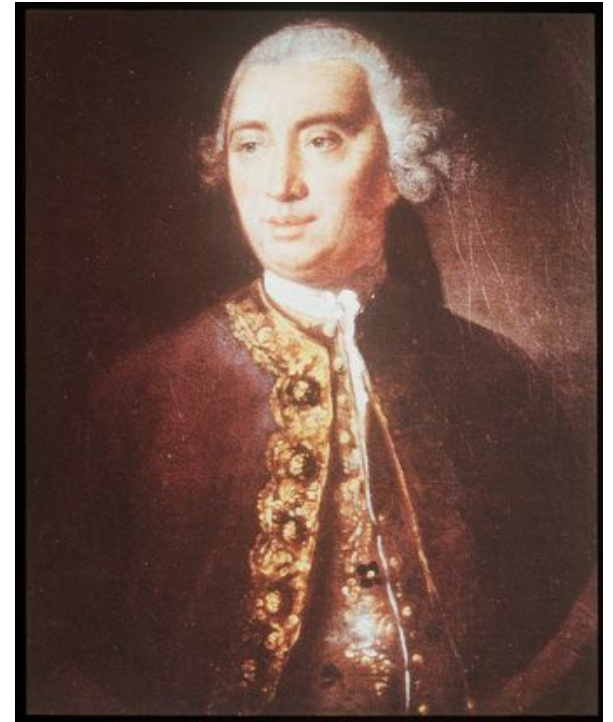
где  $k$  – жесткость пружины.

Чем больше  $k$ ,  
тем меньшее  
удлинение  
получит пружина  
под действием  
данной силы.





**Роберт Гук (1635 – 1703)-**  
знаменитый английский физик,  
сделавший множество  
изобретений и открытий в области  
механики, термодинамики,  
положил начало физической оптике.



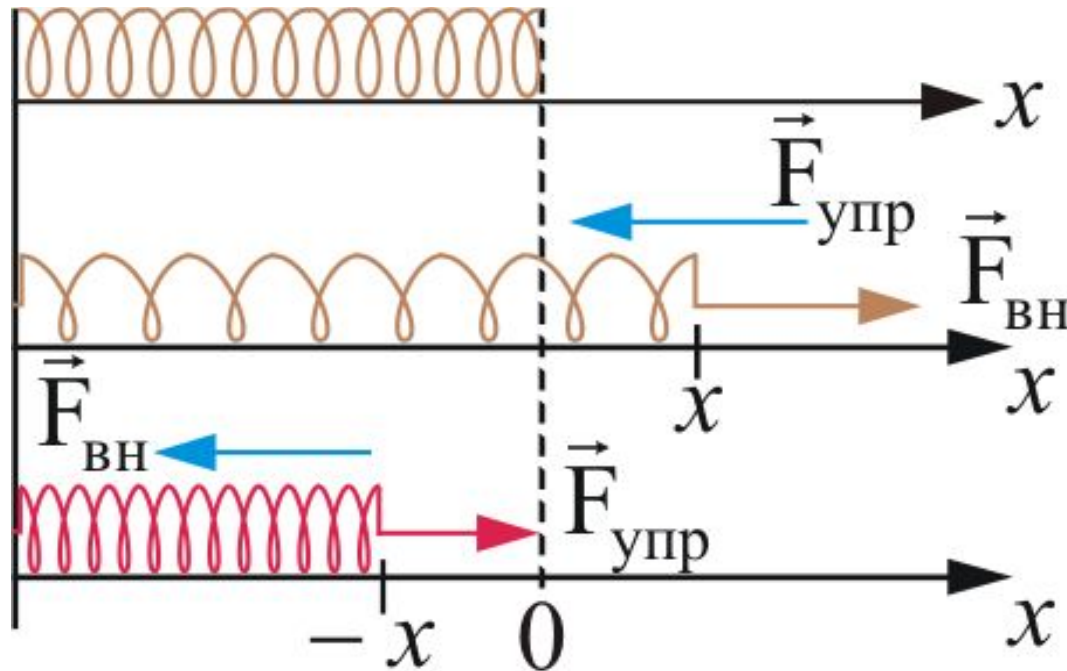


Так как упругая сила отличается от внешней только знаком, т.е.

$$F_{\text{упр.}} = -F_{\text{вн.}}$$

то закон Гука можно записать в виде:

$$F_{\text{упр.}} = -kx.$$



- *В частном случае продольной деформации однородного стержня закон Гука принимает вид:*

$$\sigma = \frac{F}{S} = E\varepsilon$$

*где  $\sigma$  – механическое нормальное напряжение,  
 $F$  - сила, приложенная к концам стержня и действующая вдоль стержня,  
 $S$  – площадь поперечного сечения стержня,  
 $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  - деформация сжатия ( $\Delta l < 0$ ) или деформация растяжения ( $\Delta l > 0$ ) стержня,  
 $\Delta l$  - изменение начальной длины  $l$  стержня и  
 $E$  - модуль Юнга (модуль упругости) материала стержня.*

# Силы трения

*Введем классификацию сил трения.*

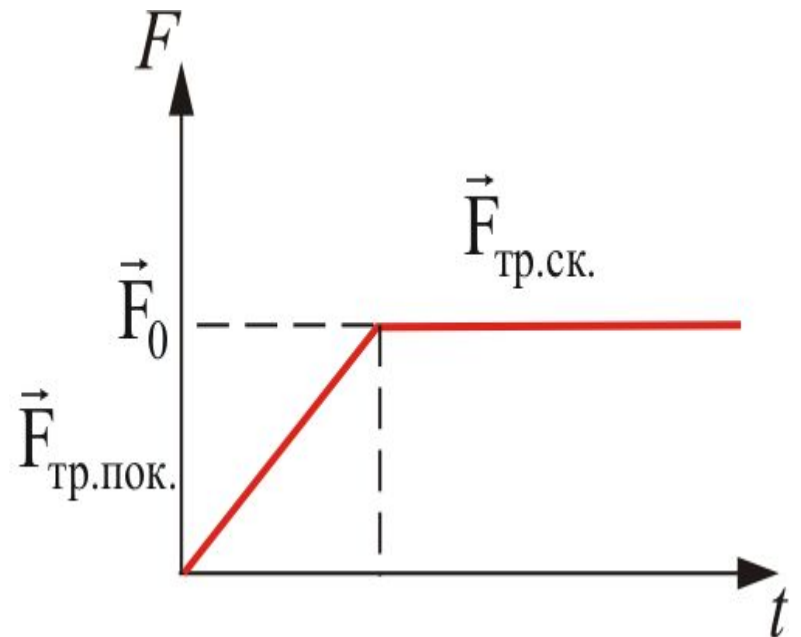
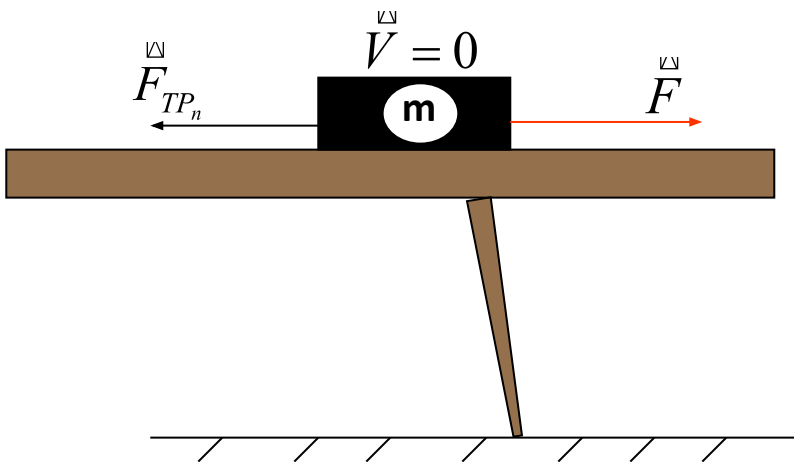
*Трение подразделяется на **внешнее и внутреннее**.*

***Внешнее трение** возникает при относительном перемещении двух соприкасающихся твердых тел (трение скольжения или трение покоя).*

***Внутреннее трение** наблюдается при относительном перемещении частей одного и того же сплошного тела (например, жидкость или газ).*

**Жидким** (вязким) называется трение между твердым телом и жидкой или газообразной средой или ее слоями.

**Сухое трение**, в свою очередь, подразделяется на **трение скольжения** и **трение качения**.  
Рассмотрим законы сухого трения



Подействуем на тело внешней силой  $\vec{F}$ ,  
постепенно увеличивая ее модуль. Вначале брусок  
будет оставаться неподвижным, значит внешняя  
сила уравнивается некоторой силой  $F_{\text{тр.}}$ .

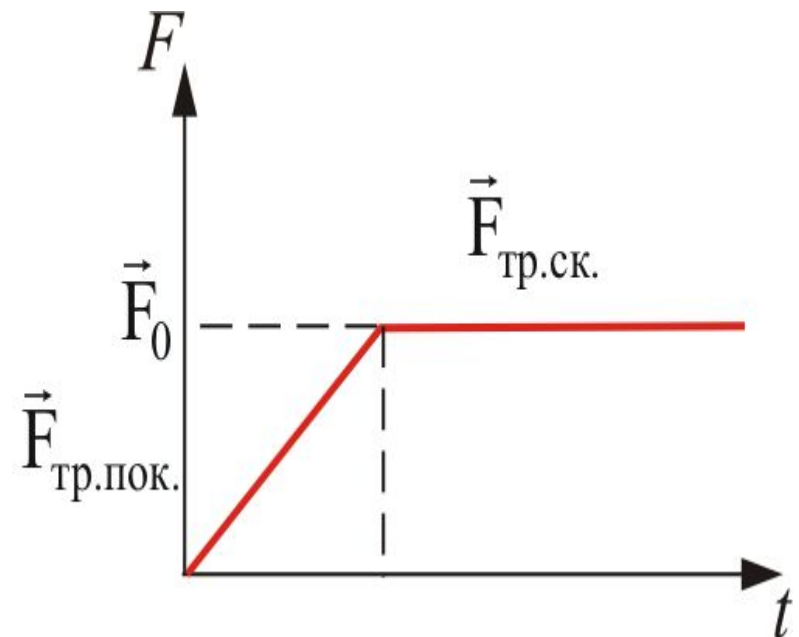
В этом случае  $F_{\text{тр.}}$  – есть **сила трения покоя**.

Когда модуль внешней силы, а следовательно, и  
модуль силы трения покоя превысит значение  $F_0$ ,  
тело начнет скользить

по опоре - **трение покоя**

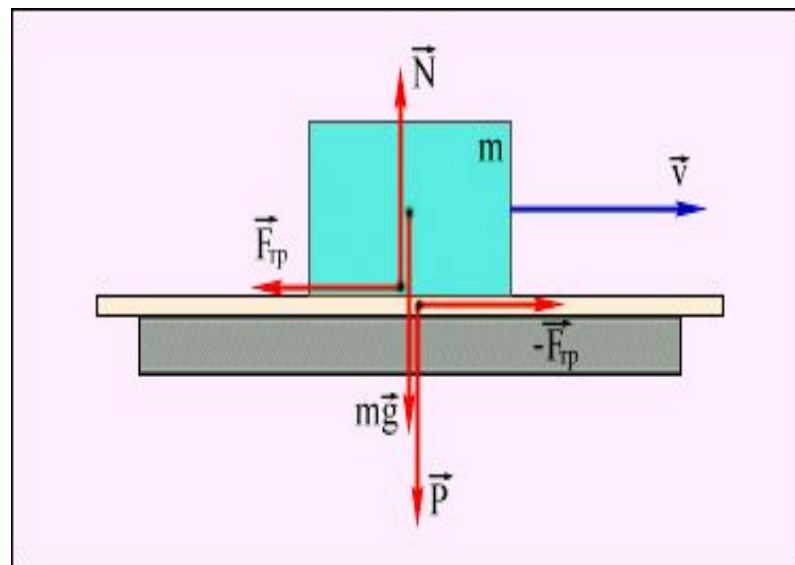
$F_{\text{тр.пок}}$  сменится  
**трением скольжения**

$F_{\text{тр.ск.}}$



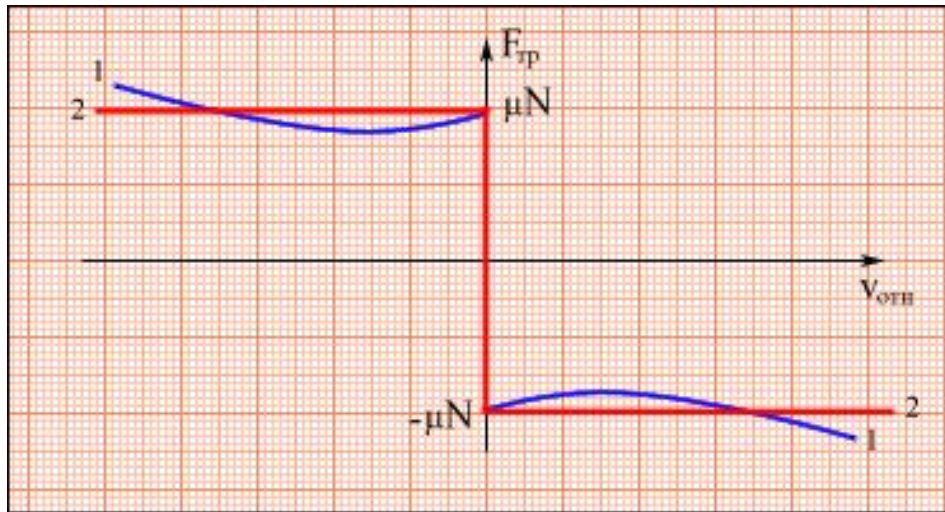
**Сила трения скольжения** возникает при движении одного тела относительно поверхности другого тела. Эта сила направлена по касательной к данной поверхности против вектора относительной скорости и описывается формулой

$$\vec{F}_{\text{тр.ск.}} = -\mu N \frac{\vec{v}}{v}$$



где  $\mu$  - коэффициент трения скольжения тела ( $\mu > 0$ ),  $N$  - сила реакции опоры, действующая на тело. Выражение называется законом Амонтона - Кулона.

*Если тело движется вдоль оси  $x$ , зависимость силы трения скольжения  $F_{\text{тр.ск.}x}$  от относительной скорости  $V$  отн.  $x = V_x$  имеет вид*



*Согласно приведённой зависимости (синяя линия) сила трения скольжения нелинейно зависит от относительной скорости тела, однако для многих практических задач можно принять ее постоянной (красная линия)*

*Установлено, что максимальная сила трения покоя не зависит от площади соприкосновения тел и приблизительно пропорциональна модулю силы нормального давления  $N$*

$$F_0 = \mu_0 N,$$

$\mu_0$  – коэффициент трения покоя – зависит от природы и состояния трущихся поверхностей.

*Аналогично и для силы трения скольжения*

$$F_{\text{тр.}} = \mu N$$



*В случае относительно медленного движения тела в газовой или жидкой среде на него действует **сила вязкого трения**:*

$$\vec{F}_{\text{вяз.тр.}} = -b \vec{V}$$

*где  $V$  - скорость тела и  $b > 0$  – коэффициент, зависящий от свойств среды и тела. Для гладкого шарика радиусом  $r$  справедлива **формула Стокса***

$$b = 6\pi\eta r \quad \boxed{F = 6\pi\eta r V} \quad \text{- сила Стокса}$$

*где  $\eta$  - вязкость среды. В области больших скоростей следует учитывать силу сопротивления среды, величина которой пропорциональна квадрату скорости и площади поперечного сечения тела.*

# Сила всемирного тяготения

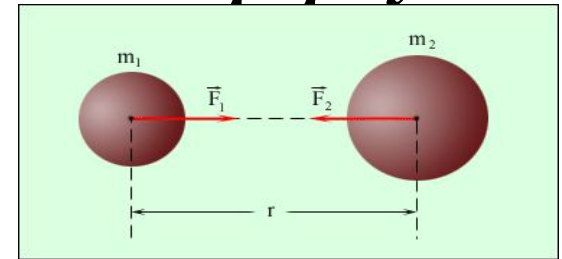
*Основой для формулировки закона всемирного тяготения Ньютоном послужили эмпирические законы Кеплера, полученные путём обобщения многолетних наблюдений за движением планет Солнечной системы.*

*Кеплер*



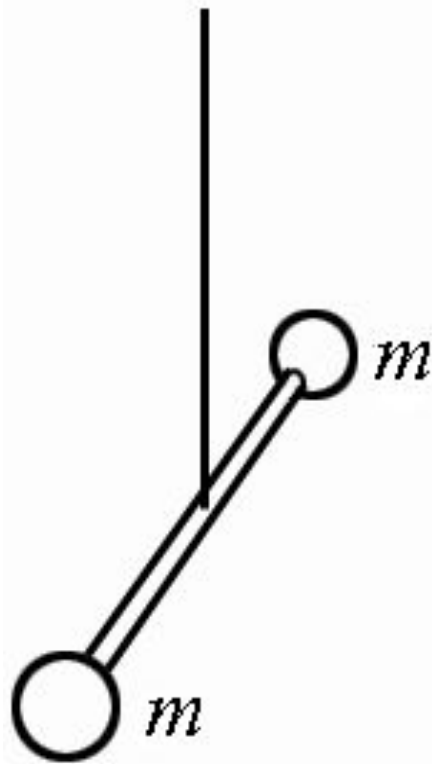
Согласно Ньютону **сила гравитационного притяжения** двух частиц, находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга, описывается формулой

$$F_{\text{гр.пр.}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

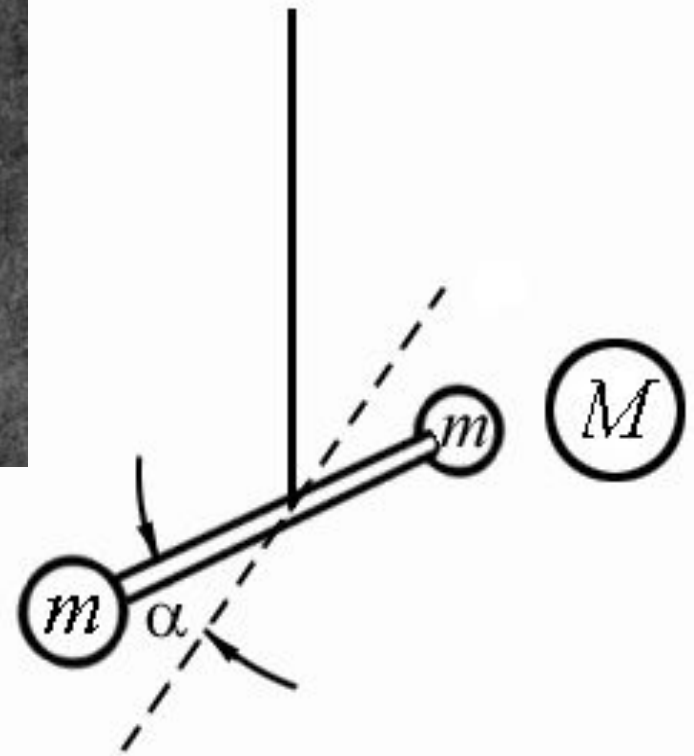


где  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$  - **гравитационная постоянная**.

*Гравитационная постоянная  $G$ , была определена впервые Генри Кавендишем в 1798 г. с помощью изобретенных им крутильных весов.*



*a*



*б*

*Многолетние измерения отношения инертной и гравитационной масс показали, что с относительной погрешностью  $\sim 10^{-12}$  эти массы можно считать равными. На этом результате основан **принцип эквивалентности**, согласно которому движения любых тел в однородном поле тяготения с ускорением свободного падения  $g$  и в неинерциальной системе отсчёта, движущейся прямолинейно с ускорением  $a = -g$ , одинаковы.*

*Принцип эквивалентности был использован Эйнштейном при создании релятивистской теории гравитации - общей теории относительности.*