




4.2.1 Формула бинома Ньютона.

4.2.2 Свойства биномиальных
коэффициентов. Треугольник
Паскаля


$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = aa + ab + ba + bb = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= (a + b)(a + b)(a + b) \\ &= aaa + aab + aba + abb + baa + bab + bba + bbb \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\end{aligned}$$

$$(a + b)^4 = (a + b)^3(a + b)$$

$$(a + b)^{10} = ?$$

Бином – это двучлен, то есть сумма двух слагаемых.

Формула бинома Ньютона позволяет возводить сумму двух слагаемых в любую степень.

$$(a + b)^n = \underbrace{(a + b)(a + b) \cdot \dots \cdot (a + b)}_n$$

Формула бинома Ньютона:

$$(a + b)^n = (a + b)(a + b) \cdot \dots \cdot a^n + C_n^k a^k b^{n-k} + \dots + C_n^1 a^1 b^{n-1} + b^n$$

В обобщённом виде она примет вид:

$$(a + b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^{n-i} b^i$$

Пример:

$$(a + b)^2 = C_2^0 a^2 + C_2^1 ab + C_2^2 b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^4 = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4 = a^4 + 4 a^3 b + 6 a^2 b^2 + 4 ab^3 + b^4$$

$$(a + b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a b^4 + C_5^5 b^5 = a^5 + 5 a^4 b + 10 a^3 b^2 + 10 a^2 b^3 + 5 a b^4 + b^5$$

Получение формулы бинома Ньютона для разности

Подставим вместо b в формулу бинома Ньютона $(-b)$:

$$(a + (-b))^n = \sum_{i=0}^n (-1)^i C_n^i a^{n-i} b^i$$

